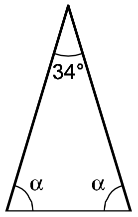
ÁNGULOS EN POLÍGONOS

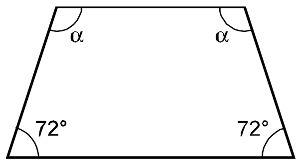
Ejercicio nº 1.-

En los siguientes polígonos, halla la media del ángulo α:

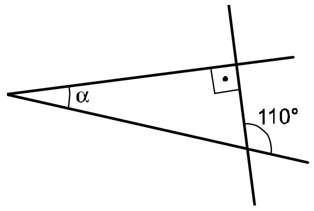
a)



b)



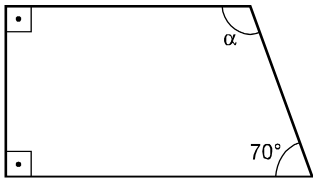
c)



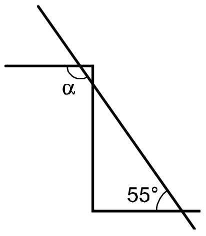
Ejercicio nº 2.-

Halla el valor del ángulo α en cada uno de estos casos:

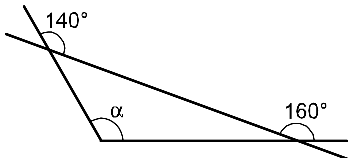
a)



b)



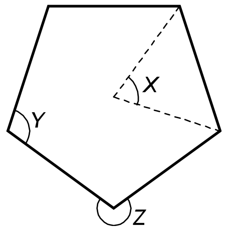
c)



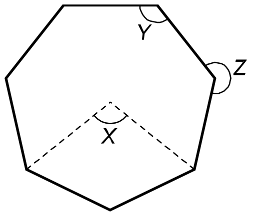
Ejercicio nº 3.-

Halla el valor de $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$, en los siguientes polígonos regulares:

a)



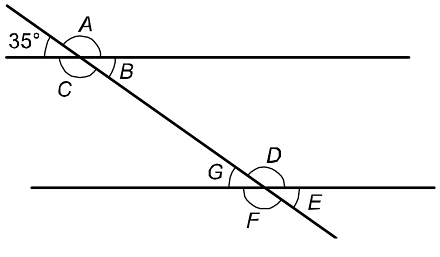
b)



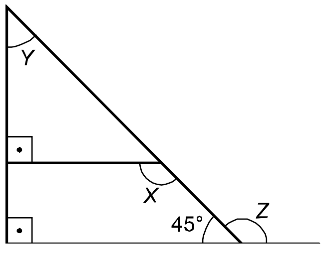
Ejercicio nº 4.-

Calcula la medida de los ángulos desconocidos:

a)



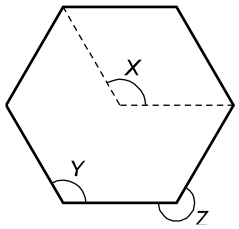
b)



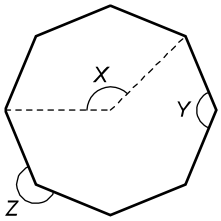
Ejercicio nº 5.-

Calcula el valor de $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$, en los siguientes polígonos regulares:

a)

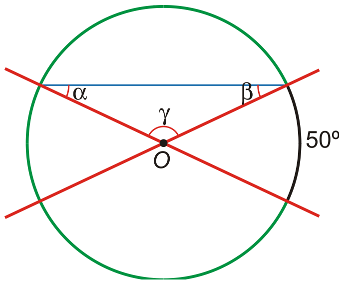


b)



ÁNGULOS EN UNA CIRCUNFERENCIA

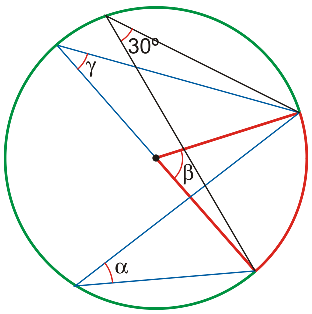
Ejercicio nº 6.-



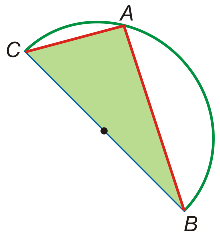
Di el valor de los ángulos α, β y γ de la figura adjunta.

Ejercicio nº 7.-

¿Cuánto miden los ángulos α, β y γ de la siguiente figura?



Ejercicio nº 8.-



Tenemos un triángulo inscrito en una semicircunferencia como muestra la figura.
Sabiendo que el arco $\overset{\frown}{AC} = 40°$, halla los siguientes ángulos :

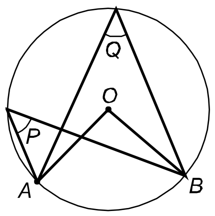
a) $\widehat{CBA}$

b) $\widehat{CAB}$

c) $\widehat{ACB}$

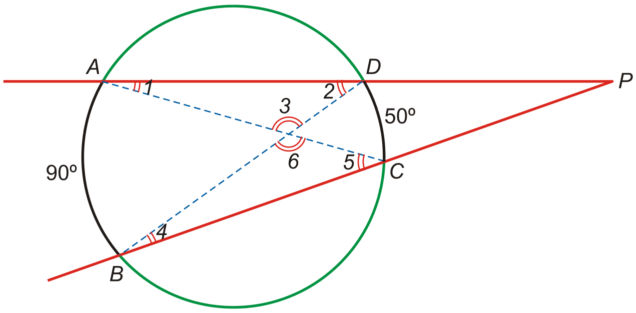
Ejercicio nº 9.-

Sabiendo que el ángulo $\widehat{AOB} = 94°$, calcula cuanto miden los ángulos $\hat{P}$ y $\hat{Q}$.



Ejercicio nº 10.-

Halla el valor de los seis ángulos señalados en la figura:



MAPAS Y ESCALAS

Ejercicio nº 11.-

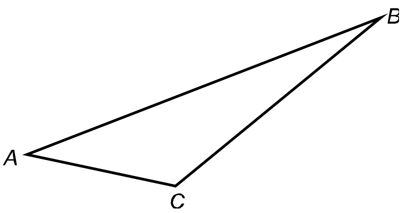
Los lados de un terreno triangular miden 210 m, 170 m y 100 m. Se hace un mapa del terreno a escala y el lado más grande mide 4,2 cm.

a) Calcula la escala con la que ha sido dibujada.

b) Halla la medida en el mapa de los restantes lados.

Ejercicio nº 12.-

Un arquitecto ha hecho el siguiente plano a escala 1:80 de un terreno destinado a jardín:



Mide sobre el plano $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ y calcula las dimensiones reales del jardín.

Ejercicio nº 13.-

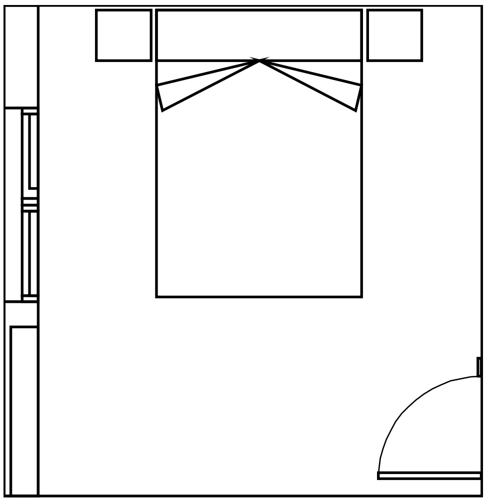
En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 5,5 cm.

a) ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre ambas poblaciones es de 99 km?

b) En ese mismo mapa, ¿cuál será la distancia real entre dos poblaciones que distan 4 cm?

Ejercicio nº 14.-

Maria ha realizado este plano de su habitación a escala 1:50. Calcula las dimensiones reales de la habitación y de la cama.



Ejercicio nº 15.-

En un libro de biología observamos el dibujo de una célula. Sabemos que su diámetro real es de 10^{-5} m y en el dibujo mide 4 cm.

a) Calcula la escala con la que ha sido dibujada.

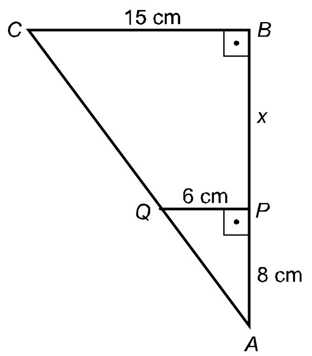
b) Una pulga cuyo tamaño es de 2 mm, ¿cuánto medirá si la dibujas con la misma escala?

TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Ejercicio nº 16.-

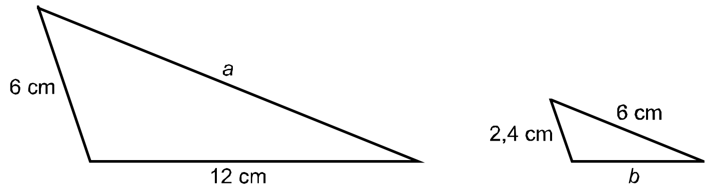
a) Los triángulos *APQ* y *ABC*, ¿son semejantes? Razona la respuesta.

b) Calcula $x = \overline{BP}$.



Ejercicio nº 17.-

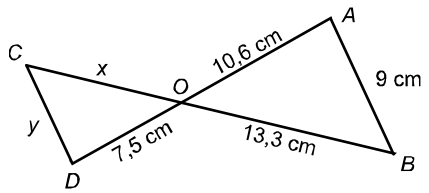
Estos dos triángulos tienen sus lados paralelos:



¿Cuánto miden los lados *a* y *b*?

Ejercicio nº 18.-

Observa esta figura en la que el segmento *AB* es paralelo a *CD*:



a) Explica por qué los triángulos *OAB* y *ODC* son semejantes.

b) Calcula *x* e *y*.

Ejercicio nº 19.-

Dos triángulos *ABC* y *A′B′C′* son semejantes y su razón de semejanza es 1,6. Calcula los lados del triángulo *A′B′C′* si sabemos que:

$\overline{AB} = 10$ cm $\quad \overline{BC} = 9$ cm $\quad \overline{AC} = 17$ cm

Ejercicio nº 20.-

En un triángulo *ABC*, la base *AB* mide 20 m y la altura relativa a esa base mide 6,6 m.
Calcula el área de otro triángulo semejante a *ABC*, *A′B′C′*, en el que $\overline{A'B'} = 8$ m.

TEOREMA DE PITÁGORAS

Ejercicio nº 21.-

Halla el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia de 2 cm de radio.

Ejercicio nº 22.-

En un triángulo isósceles, la base mide 10 cm y los otros dos lados miden 12 cm cada uno. Halla la altura correspondiente al lado desigual.

Ejercicio nº 23.-

Halla la altura de un rectángulo cuya base mide 21 cm y su diagonal, 29 cm.

Ejercicio nº 24.-

Halla la altura de un triángulo equilátero de 3 cm de lado.

Ejercicio nº 25.-

El lado de un rombo mide 25 dm, y su diagonal menor mide 14 dm. ¿Cuánto mide la otra diagonal?

Ejercicio nº 26.-

Desde un punto *P* se traza una tangente a una circunferencia. La distancia de *P* al punto de tangencia es de 35 cm, y la distancia de *P* al centro de la circunferencia es de 37 cm. ¿Cuánto mide el radio?

Ejercicio nº 27.-

En una circunferencia de radio 12 cm trazamos una recta a 7 cm de su centro. ¿Cuál es la longitud de la cuerda que determina esta recta en la circunferencia?

Ejercicio nº 28.-

Los radios de dos circunferencias miden 3 cm y 8 cm, respectivamente. El segmento de tangente exterior común mide 12 cm. Calcula la distancia entre sus centros.

Ejercicio nº 29.-

Los radios de dos circunferencias miden 8 cm y 3 cm, respectivamente. La distancia entre sus centros es de 15 cm. Halla la longitud del segmento de tangente exterior común.

Ejercicio nº 30.-

En una circunferencia de 41 dm de radio trazamos una cuerda de 18 dm de longitud. Halla la distancia de la cuerda al centro de la circunferencia.

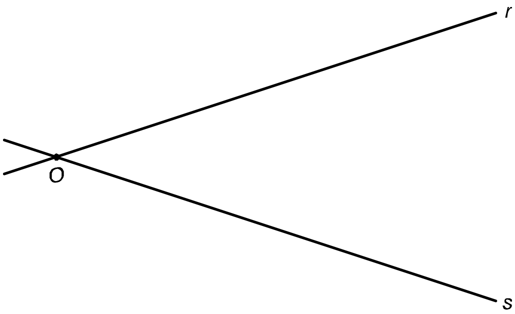
LUGAR GEOMÉTRICO Y CÓNICAS

Ejercicio nº 31.-

Dibuja el lugar geométrico de los puntos del plano, que están a 3 cm de la recta *r.*

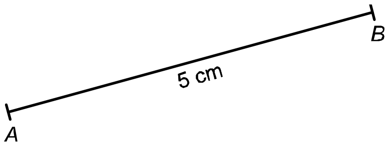
Ejercicio nº 32.-

Las rectas *r* y *s* se cortan en *O*. Dibuja el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de ambas rectas.



Ejercicio nº 33.-

Tenemos el segmento de extremos *A* y *B*. de longitud $\overline{AB} = 5$ cm. ¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a la misma distancia de *A* que de *B*? Dibújalo.



Ejercicio nº 34.-

Dado el punto *O,* ¿cuál es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan 2 cm de *O*? Dibújalo.

.O

Ejercicio nº 35.-

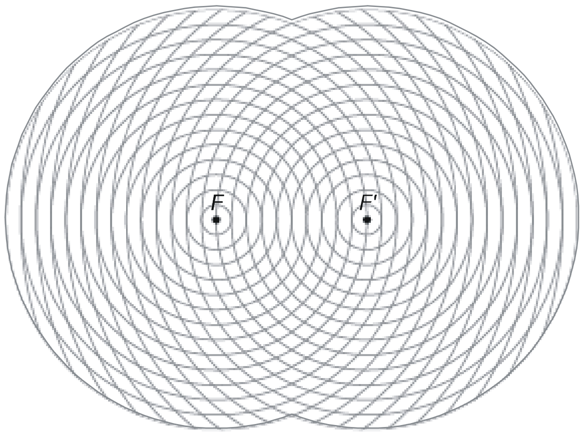
Dibuja el arco capaz para el segmento de extremos *A* y *B*, de longitud $\overline{AB} = 4$ cm correspondiente al ángulo de 90°.

Ejercicio nº 36.-

Usa la siguiente trama para dibujar:

a) Una elipse de focos *F* y *F'* y constante $d = 20$.

b) Una hipérbola de focos F y F' y constante $d = 4$.

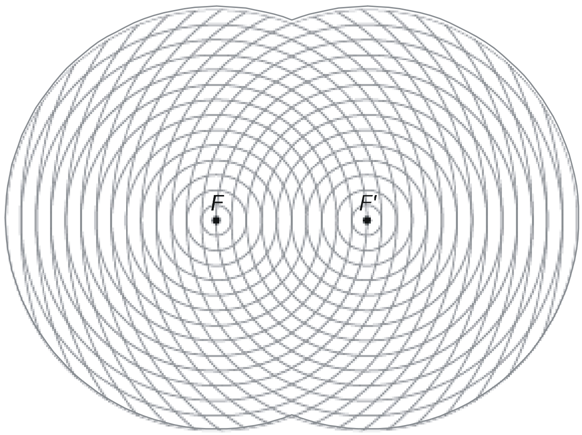


Ejercicio nº 37.-

Usa la trama dada para dibujar :

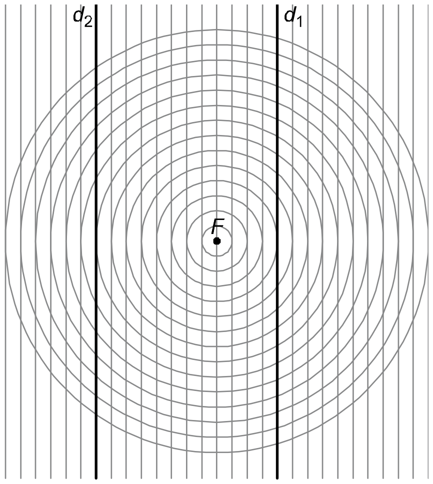
a) **Una elipse de focos F y F' y constante $d = 28$.**

b) **Una hipérbola de focos F y F' y constante $d = 6$.**



Ejercicio nº 38.-

Utiliza la trama adjunta para dibujar las parábolas de foco F y directrices d_1 y d_2:

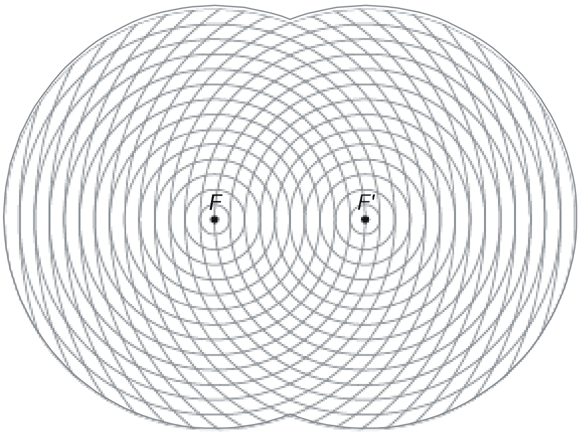


Ejercicio nº 39.-

Utiliza la trama adjunta para dibujar:

a) Una elipse de focos F y F' y constante $d = 16$.

b) Una hipérbola de focos F y F' y constante $d = 8$.

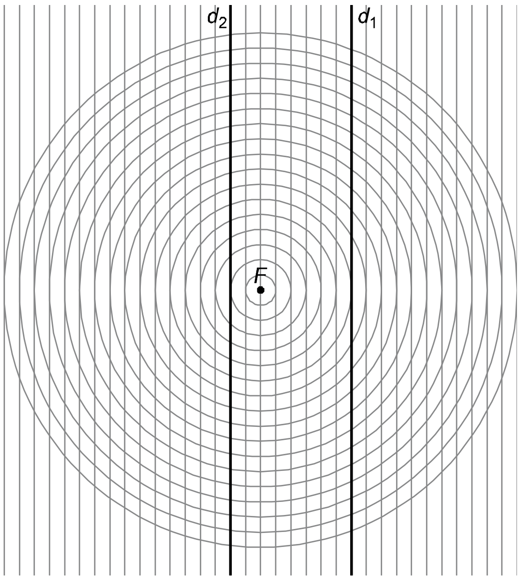


Ejercicio nº 40.-

Utiliza la siguiente trama para dibujar:

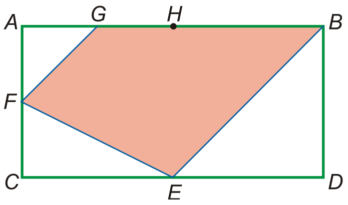
a) Una parábola de foco F y directriz d_1.

b) Una parábola de foco F y directriz d_2.



CÁLCULO DE ÁREAS

Ejercicio nº 41.-



Halla el área de la parte coloreada de la figura, sabiendo que:

E **es el punto medio de *CD*.**

F **es el punto medio de *AC*.**

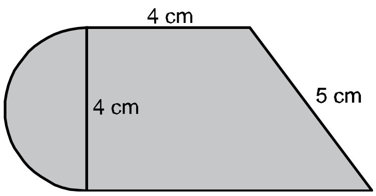
H **es el punto medio de *AB*.**

G **es el punto medio de *AH*.**

$\overline{AB} = 8$ **cm y** $\overline{BD} = 6$ **cm**

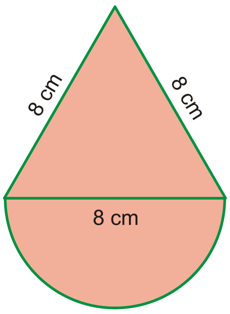
Ejercicio nº 42.-

Halla el área de la siguiente figura:



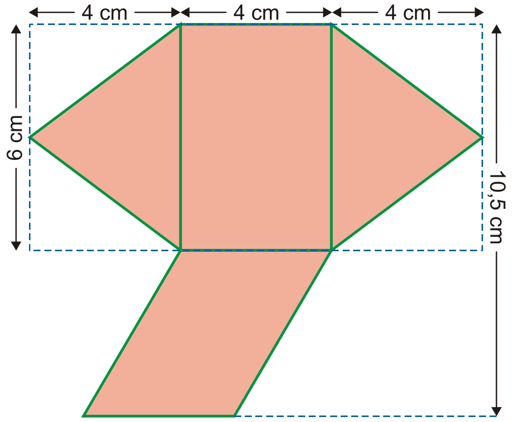
Ejercicio nº 43.-

Halla el área de esta figura:



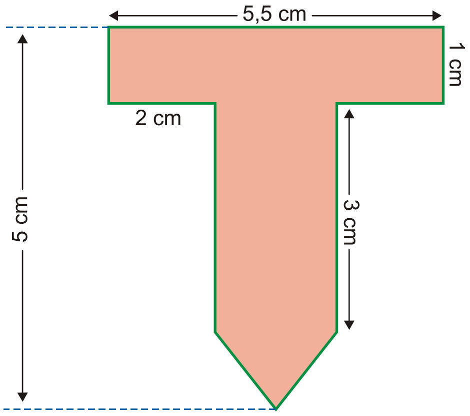
Ejercicio nº 44.-

Halla el área de la siguiente figura:



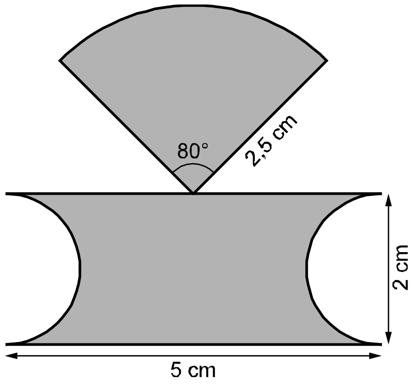
Ejercicio nº 45.-

Halla el área de la siguiente figura:



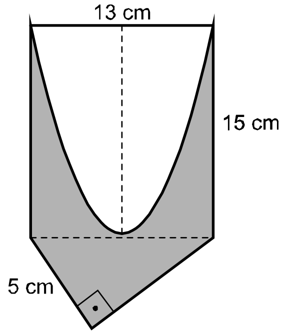
Ejercicio nº 46.-

Halla el área de la siguiente figura:



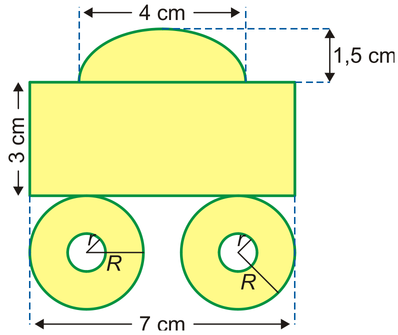
Ejercicio nº 47.-

Halla el área de la parte sombreada:



Ejercicio nº 48.-

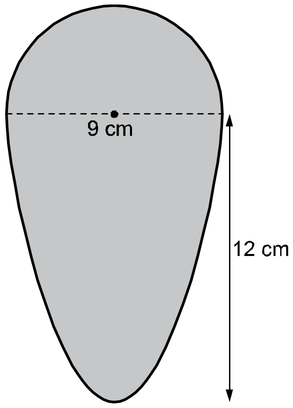
Calcula el área de la parte sombreada:



r = 0,5 cm
R = 1,5 cm

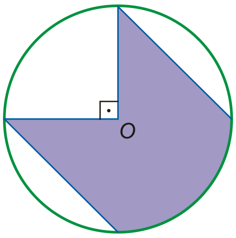
Ejercicio nº 49.-

Halla el área de la zona sombreada:



Ejercicio nº 50.-

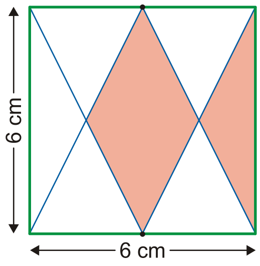
Halla el área de la zona coloreada:



Radio de la circunferencia = 5 cm

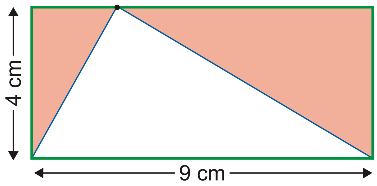
Ejercicio nº 51.-

Halla el área de la parte sombreada:



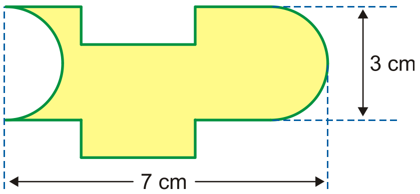
Ejercicio nº 52.-

Halla el área de la parte sombreada:



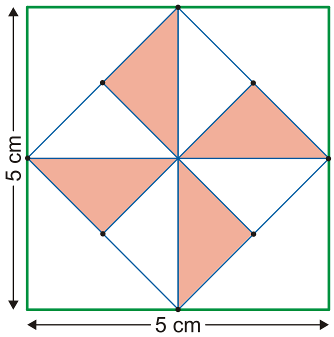
Ejercicio nº 53.-

Halla el área de la siguiente figura:



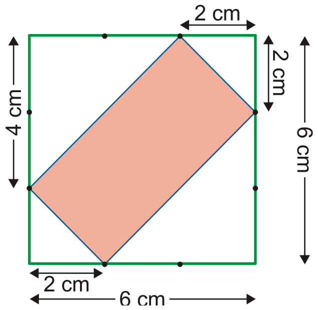
Ejercicio nº 54.-

Halla el área de la parte sombreada:



Ejercicio nº 55.-

Halla el área de la parte sombreada en esta figura:

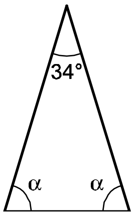


SOLUCIONES EJERCICIOS ÁNGULOS EN POLÍGONOS

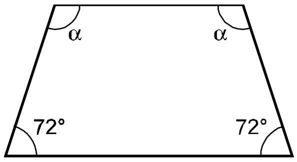
Ejercicio nº 1.-

En los siguientes polígonos, halla la media del ángulo α:

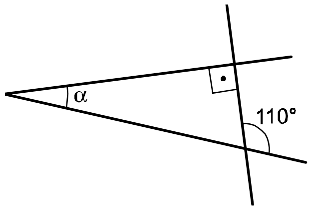
a)



b)



c)



Solución:

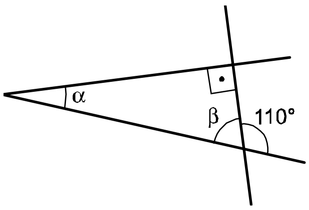
a) Triángulo isósceles:

$2\alpha + 34° = 180° \quad \rightarrow \quad 2\alpha = 146° \quad \rightarrow \quad \alpha = 73°$

b) Polígono de cuatro lados (trapecio, en este caso):

$2\alpha + 2 \cdot 72° = 360° \quad \rightarrow \quad \alpha + 72° = 180° \quad \rightarrow \quad \alpha = 108°$

c)

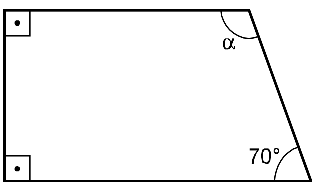


$\beta = 180° - 110° = 70°$
$\alpha = 90° - 70° = 20°$

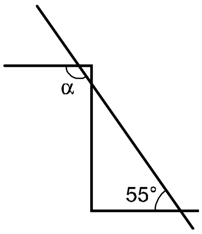
Ejercicio nº 2.-

Halla el valor del ángulo α en cada uno de estos casos:

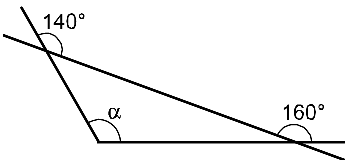
a)



b)



c)

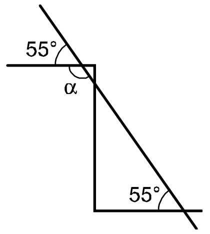


Solución:

a) Polígono de 4 lados $\rightarrow$ la suma de sus ángulos es 360°

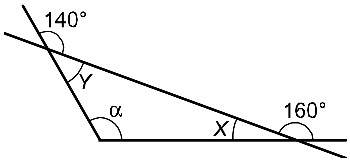
$\alpha = 360° - 180° - 70° = 110°$

b)



$\alpha = 180° - 55° = 125°$

c)



$\hat{X} = 180° - 160° = 20°$

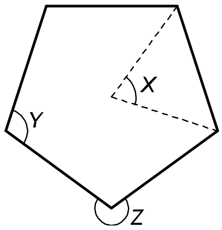
$\hat{Y} = 180° - 140° = 40°$

Luego: $\alpha = 180° - 20° - 40° = 120°$

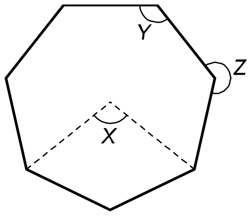
Ejercicio nº 3.-

Halla el valor de $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$, en los siguientes polígonos regulares:

a)



b)



Solución:

a) Pentágono regular:

$$\hat{Y} = \frac{180° \cdot 3}{5} = 108°$$

$$\hat{X} = \frac{360°}{5} = 72°$$

$$\hat{Z} = 360° - \hat{Y} = 360° - 108° = 252°$$

b) Heptágono regular:

$$\hat{Y} = \frac{180° \cdot 5}{7} \approx 128,57°$$

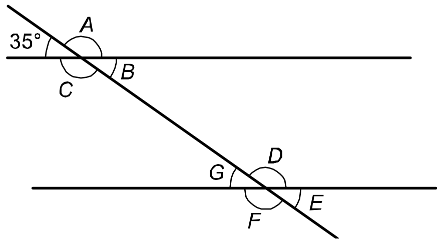
$$\hat{X} = 2 \cdot \frac{360°}{7} \approx 102,86°$$

$$\hat{Z} = 360° - \hat{Y} = 360° - 128,57° = 231,43°$$

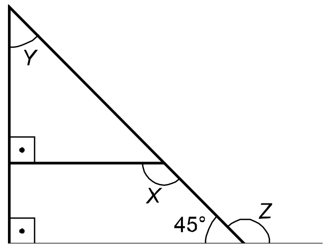
Ejercicio nº 4.-

Calcula la medida de los ángulos desconocidos:

a)



b)



Solución:

a) $\hat{A} = 180° - 35° = 145°$

Por ser opuestos por el vértice: $\hat{B} = 35°$ y $\hat{C} = \hat{A} = 145°$

Además, por estar en la misma posición respecto a las dos rectas paralelas, se tiene:

$\hat{G} = 35°$; $\hat{F} = \hat{C} = 145°$; $\hat{E} = \hat{B} = 35°$; $\hat{D} = \hat{A} = 145°$

b) $\hat{Y} = 90° - 45° = 45°$

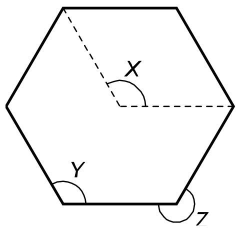
$\hat{Z} = 180° - 45° = 135°$

$\hat{X} = \hat{Z} = 135°$

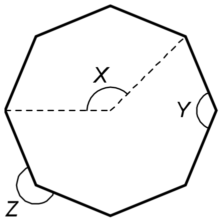
Ejercicio nº 5.-

Calcula el valor de $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$, en los siguientes polígonos regulares:

a)



b)



Solución:

a) Hexágono regular:

$$\hat{X} = 2 \cdot \frac{360°}{6} = 120°$$

$$\hat{Y} = \frac{180° \cdot 4}{6} = 120°$$

$$\hat{Z} = 360° - \hat{Y} = 360° - 120° = 240°$$

b) Octógono regular:

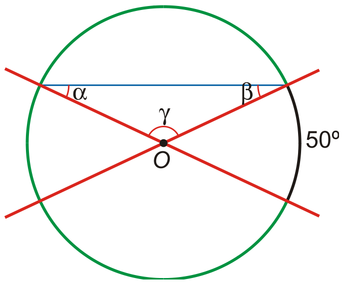
$$\hat{X} = 3 \cdot \frac{360°}{8} = 135°$$

$$\hat{Y} = \frac{360° \cdot 6}{8} = 135°$$

$$\hat{Z} = 360° - \hat{Y} = 360° - 135° = 225°$$

SOLUCIONES EJERCICIOS DE ÁNGULOS EN UNA CIRCUNFERENCIA

Ejercicio nº 6.-



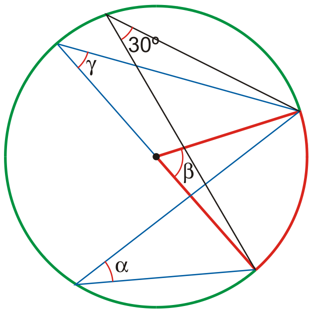
Di el valor de los ángulos α, β y γ de la figura adjunta.

Solución:

$\alpha = \beta = 50° : 2 = 25°$
$\gamma = 180° - 50° = 130°$

Ejercicio nº 7.-

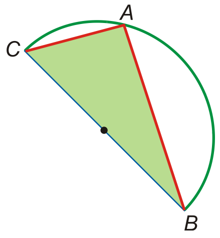
¿Cuánto miden los ángulos α, β y γ de la siguiente figura?



Solución:

$\alpha = 30°$ y $\gamma = 30°$ (abarcan el mismo arco)
$\beta = 2 \cdot 30° = 60°$

Ejercicio nº 8.-



Tenemos un triángulo inscrito en una semicircunferencia como muestra la figura.
Sabiendo que el arco $\overset{\frown}{AC} = 40°$, halla los siguientes ángulos :

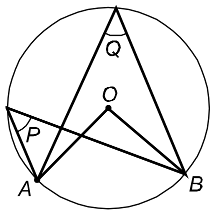
a) $\widehat{CBA}$
b) $\widehat{CAB}$
c) $\widehat{ACB}$

Solución:

a) $\widehat{CBA} = 40° : 2 = 20°$
b) $\widehat{CAB} = 90°$ por estar inscrito en una semicircunferencia
c) $\widehat{ACB} = 180° - 90° - 20° = 180° - 110° = 70°$

<u>Ejercicio nº 9.-</u>

Sabiendo que el ángulo $\widehat{AOB} = 94°$, calcula cuanto miden los ángulos $\hat{P}$ y $\hat{Q}$.



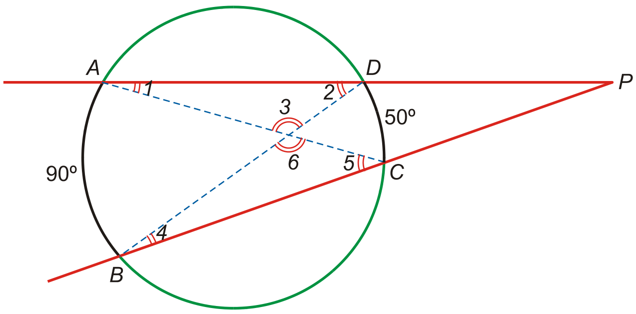
Solución:

$\hat{P} = \hat{Q}$ (abarcan el mismo arco)

$$\hat{P} = \hat{Q} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{94°}{2} = 47°$$

<u>Ejercicio nº 10.-</u>

Halla el valor de los seis ángulos señalados en la figura:



Solución:

① = ④ = 25° (abarcan un arco de 50°)
② = ⑤ = 45° (abarcan un arco de 90°)
③ = ⑥ = 180° − 25° − 45° = 110°

SOLUCIONES EJERCICIOS MAPAS Y ESCALAS

Ejercicio nº 11.-

Los lados de un terreno triangular miden 210 m, 170 m y 100 m. Se hace un mapa del terreno a escala y el lado más grande mide 4,2 cm.

a) Calcula la escala con la que ha sido dibujada.

b) Halla la medida en el mapa de los restantes lados.

Solución:

a) $\text{Escala} = \dfrac{210 \text{ m}}{4{,}2 \text{ cm}} = \dfrac{21000}{4{,}2} = 5000 \rightarrow 1:5000$

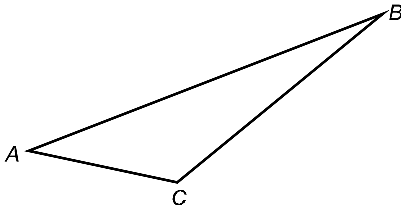
b) Medida en el mapa de los otros dos lados:

$$\frac{170 \text{ m}}{5000 \text{ cm}} = \frac{170000 \text{ cm}}{5000 \text{ cm}} = 3{,}4 \text{ cm}$$

$$\frac{10000 \text{ cm}}{5000 \text{ cm}} = 2 \text{ cm}$$

Ejercicio nº 12.-

Un arquitecto ha hecho el siguiente plano a escala 1:80 de un terreno destinado a jardín:



Mide sobre el plano $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ y calcula las dimensiones reales del jardín.

Solución:

Midiendo en le plano se obtiene $\overline{AC} = 2$ cm, $\overline{BC} = 3{,}5$ cm y $\overline{AB} = 5$ cm.

Las dimensiones reales son:

$$\overline{AB} = 5 \cdot 80 = 400 \text{ cm} = 4 \text{ m}$$
$$\overline{BC} = 3{,}5 \cdot 80 = 280 \text{ cm} = 2{,}8 \text{ m}$$
$$\overline{AC} = 2 \cdot 80 = 160 \text{ cm} = 1{,}6 \text{ m}$$

Ejercicio nº 13.-

En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 5,5 cm.

a) ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre ambas poblaciones es de 99 km?

b) En ese mismo mapa, ¿cuál será la distancia real entre dos poblaciones que distan 4 cm?

Solución:

a) Sabemos que 5,5 cm en le plano equivalen a 99 km en la realidad; para averiguar la escala nos interesa saber: 1 cm en el plano, ¿a cuántos kilómetros equivalen en la realidad?

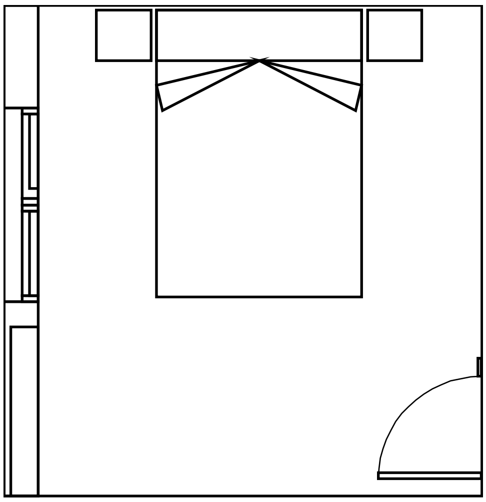
$$\frac{99\text{ km}}{5{,}5\text{ cm}} = \frac{9\,900\,000}{5{,}5} = 1\,800\,000$$

La escala es 1:1 800 000.

b) Distancia real = 4 · 1 800 000 = 7 200 000 cm = 72 km

<u>Ejercicio nº 14.-</u>

Maria ha realizado este plano de su habitación a escala 1:50. Calcula las dimensiones reales de la habitación y de la cama.



Solución:

– Dimensiones en el plano de la habitación:
Largo = 6,5 cm
Ancho = 6,3 cm

Dimensiones reales de la habitación:
Largo = 6,5 · 50 = 325 cm = 3,25 m
Ancho = 6,3 · 50 = 315 cm = 3,15 m

– Dimensiones en el plano de la cama:
Largo = 3,8 cm
Ancho = 2,7 cm

En realidad, las dimensiones de la cama serán:
Largo = 3,8 · 50 = 190 cm = 1,9 m
Ancho = 2,7 · 50 = 135 cm = 1,35 m

<u>Ejercicio nº 15.-</u>

En un libro de biología observamos el dibujo de una célula. Sabemos que su diámetro real es de 10^{-5} m y en el dibujo mide 4 cm.

a) Calcula la escala con la que ha sido dibujada.

b) Una pulga cuyo tamaño es de 2 mm, ¿cuánto medirá si la dibujas con la misma escala?

Solución:

a) $\text{Escala} = \dfrac{10^{-5}\ \text{m}}{4\ \text{cm}} = \dfrac{10^{-3}\ \text{cm}}{4\ \text{cm}} = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \rightarrow 1{:}\,2{,}25 \cdot 10^{-4}$

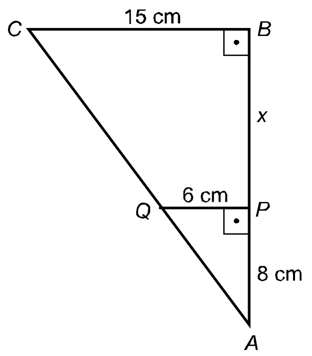
b) $\text{Medida de la pulga en el dibujo} = \dfrac{2 \cdot 10^{-1}\ \text{cm}}{2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{cm}} = 0{,}8 \cdot 10^{3}\ \text{cm} = 800\ \text{cm} = 8\ \text{m}$

SOLUIONES EJERCICIOS TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Ejercicio nº 16.-

a) Los triángulos *APQ* y *ABC*, ¿son semejantes? Razona la respuesta.

b) Calcula $x = \overline{BP}$.



Solución:

a) $\widehat{APQ}$ y $\widehat{ABC}$ son semejantes porque están en posición de Tales, es decir:

- Tienen un ángulo común, $\hat{A}$.
- Los lados opuestos a $\hat{A}$ $\left(\overline{PQ} \text{ y } \overline{BC}\right)$ son paralelos.

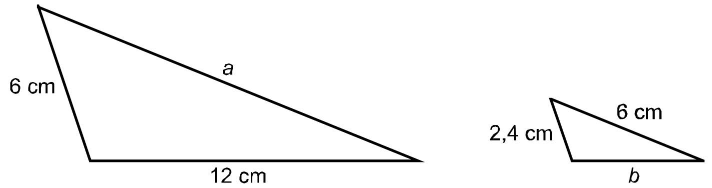
b) Dado que ambos triángulos son semejantes, los lados son proporcionales:

$$\frac{8}{6} = \frac{8+x}{15} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{8+x}{15} \rightarrow 60 = 24 + 3x \rightarrow 36 = 3x \rightarrow x = 12$$

Luego $\overline{BP} = 12$ cm.

Ejercicio nº 17.-

Estos dos triángulos tienen sus lados paralelos:



¿Cuánto miden los lados a y b?

Solución:

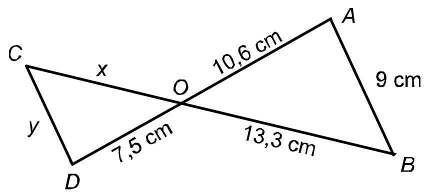
Por tener los lados paralelos, ambos triángulos son semejantes (se puede encajar el triángulo pequeño en el grande y por tanto estar en posición de Tales). Luego los lados son proporcionales:

$$\frac{6}{2,4} = \frac{12}{b} \quad \rightarrow \quad b = \frac{12 \cdot 2,4}{6} = 4,8 \text{ cm}$$

$$\frac{6}{2,4} = \frac{a}{6} \quad \rightarrow \quad a = \frac{6 \cdot 6}{2,4} = 15 \text{ cm}$$

<u>Ejercicio nº 18.-</u>

Observa esta figura en la que el segmento AB es paralelo a CD:



a) Explica por qué los triángulos OAB y ODC son semejantes.

b) Calcula x e y.

Solución:

a) Por ser CD paralelo a AB se tiene que $\widehat{D} = \widehat{A}$ y $\widehat{C} = \widehat{B}$; por tanto los triángulos OAB y ODC tienen dos ángulos respectivamente iguales, luego son semejantes.

b) $\dfrac{13,3}{x} = \dfrac{10,6}{7,5} \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{13,3 \cdot 7,5}{10,6} \approx 9,41 \text{ cm}$

$\dfrac{9}{y} = \dfrac{10,6}{7,5} \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{9 \cdot 7,5}{10,6} \approx 6,37 \text{ cm}$

<u>Ejercicio nº 19.-</u>

Dos triángulos ABC y $A'B'C'$ son semejantes y su razón de semejanza es 1,6. Calcula los lados del triángulo $A'B'C'$ si sabemos que:

$$\overline{AB} = 10 \text{ cm} \qquad \overline{BC} = 9 \text{ cm} \qquad \overline{AC} = 17 \text{ cm}$$

Solución:

Por ser ABC y $A'B'C'$ semejantes, sus lados son proporcionales:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = 1,6$$

Luego:

$\overline{A'B'} = 1{,}6 \cdot 10 = 16 \text{ cm}$

$\overline{B'C'} = 1{,}6 \cdot 9 = 14{,}4 \text{ cm}$

$\overline{A'C'} = 1{,}6 \cdot 17 = 27{,}2 \text{ cm}$

Ejercicio nº 20.-

En un triángulo *ABC,* la base *AB* mide 20 m y la altura relativa a esa base mide 6,6 m. Calcula el área de otro triángulo semejante a *ABC*, *A'B'C'*, en el que $\overline{A'B'} = 8$ m.

Solución:

Calculamos la altura h' del triángulo $A'B'C'$ sabiendo que por ser semejante al triángulo ABC se tiene :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{h}{h'} \rightarrow \frac{20}{8} = \frac{6{,}6}{h'} \rightarrow h' = \frac{6{,}6 \cdot 8}{20} = 2{,}64 \text{ m}$$

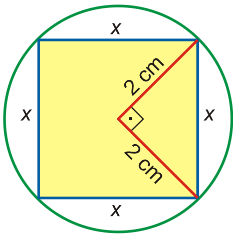
$$\text{Área del triángulo } A'B'C' = \frac{\overline{A'B'} \cdot h'}{2} = \frac{8 \cdot 2{,}64}{2} = 10{,}56 \text{ m}^2$$

SOLUCIONES EJERCICIOS TEOREMA DE PITÁGORAS

Ejercicio nº 21.-

Halla el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia de 2 cm de radio.

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

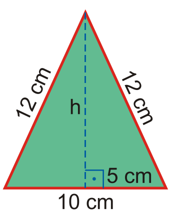
$$x^2 = 2^2 + 2^2 \rightarrow x^2 = 4 + 4 = 8 \rightarrow x = \sqrt{8} \approx 2{,}83$$

El lado del cuadrado mide 2,83 cm.

Ejercicio nº 22.-

En un triángulo isósceles, la base mide 10 cm y los otros dos lados miden 12 cm cada uno. Halla la altura correspondiente al lado desigual.

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$12^2 = h^2 + 5^2 \;\rightarrow\; h^2 = 144 - 25 = 119 \;\rightarrow\; h = \sqrt{119} \approx 10{,}91$$

La altura mide 10,91 cm.

Ejercicio nº 23.-

Halla la altura de un rectángulo cuya base mide 21 cm y su diagonal, 29 cm.

Solución:

Aplicamos el teorema de Pitágoras:

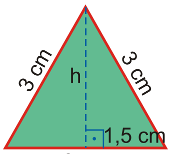
$$29^2 = x^2 + 21^2 \;\rightarrow\; x^2 = 841 - 441 = 400 \;\rightarrow\; x = \sqrt{400} = 20$$

La altura mide 20 cm.

Ejercicio nº 24.-

Halla la altura de un triángulo equilátero de 3 cm de lado.

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

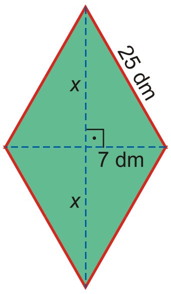
$$3^2 = h^2 + 1{,}5^2 \;\rightarrow\; h^2 = 9 - 2{,}25 = 6{,}75 \;\rightarrow\; h = \sqrt{6{,}75} \approx 2{,}6$$

La altura mide 2,6 cm.

Ejercicio nº 25.-

El lado de un rombo mide 25 dm, y su diagonal menor mide 14 dm. ¿Cuánto mide la otra diagonal?

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

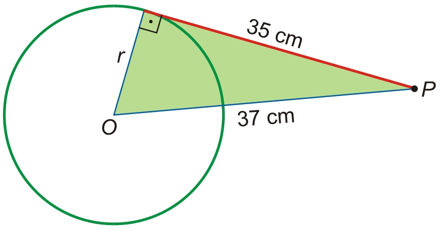
$$25^2 = x^2 + 7^2 \;\rightarrow\; x^2 = 625 - 49 = 576 \;\rightarrow\; x = \sqrt{576} = 24$$

La otra diagonal mide $2x = 48$ dm.

<u>Ejercicio nº 26.-</u>

Desde un punto *P* se traza una tangente a una circunferencia. La distancia de *P* al punto de tangencia es de 35 cm, y la distancia de *P* al centro de la circunferencia es de 37 cm. ¿Cuánto mide el radio?

Solución:



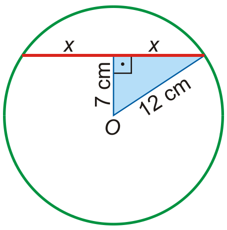
Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$37^2 = r^2 + 35^2 \rightarrow 1369 = r^2 + 1225 \rightarrow r^2 = 1369 - 1225 = 144 \rightarrow r = \sqrt{144} = 12$ cm

<u>Ejercicio nº 27.-</u>

En una circunferencia de radio 12 cm trazamos una recta a 7 cm de su centro. ¿Cuál es la longitud de la cuerda que determina esta recta en la circunferencia?

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

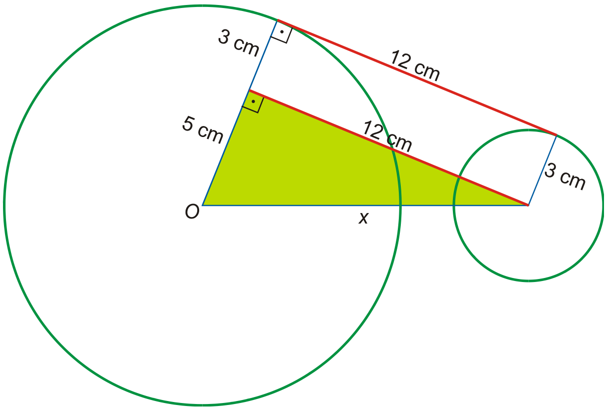
$12^2 = x^2 + 7^2 \rightarrow x^2 = 144 - 49 = 95 \rightarrow x = \sqrt{95} \approx 9{,}75$

Longitud de la cuerda $= 2x \approx 19{,}50$ cm

<u>Ejercicio nº 28.-</u>

Los radios de dos circunferencias miden 3 cm y 8 cm, respectivamente. El segmento de tangente exterior común mide 12 cm. Calcula la distancia entre sus centros.

Solución:



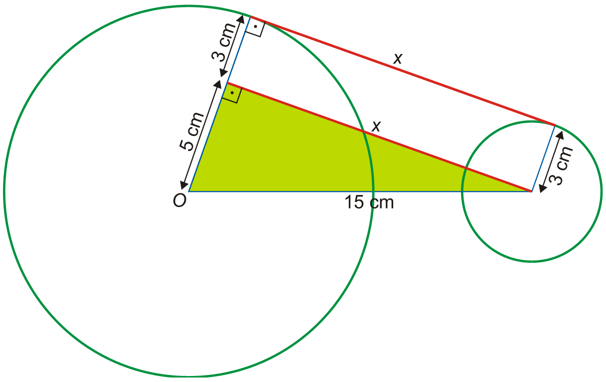
Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$x^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \rightarrow x = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

Ejercicio nº 29.-

Los radios de dos circunferencias miden 8 cm y 3 cm, respectivamente. La distancia entre sus centros es de 15 cm. Halla la longitud del segmento de tangente exterior común.

Solución:



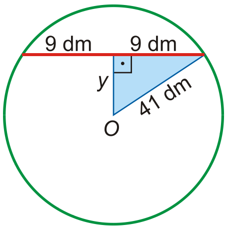
Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$15^2 = x^2 + 5^2 \rightarrow x^2 = 225 - 25 = 200 \rightarrow x = \sqrt{200} \approx 14{,}14 \text{ cm}$$

Ejercicio nº 30.-

En una circunferencia de 41 dm de radio trazamos una cuerda de 18 dm de longitud. Halla la distancia de la cuerda al centro de la circunferencia.

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$41^2 = y^2 + 9^2 \rightarrow y^2 = 1681 - 81 = 1600 \rightarrow y = \sqrt{1600} = 40 \text{ dm}$$

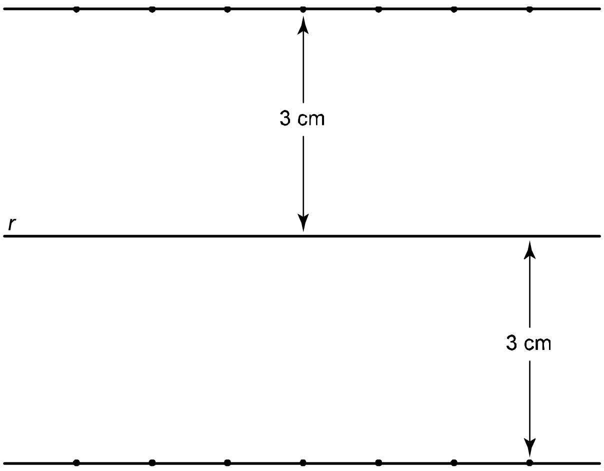
SOLUCIONES EJERCICIOS LUGAR GEOMÉTRICO Y CÓNICAS

Ejercicio nº 31.-

Dibuja el lugar geométrico de los puntos del plano, que están a 3 cm de la recta *r*.

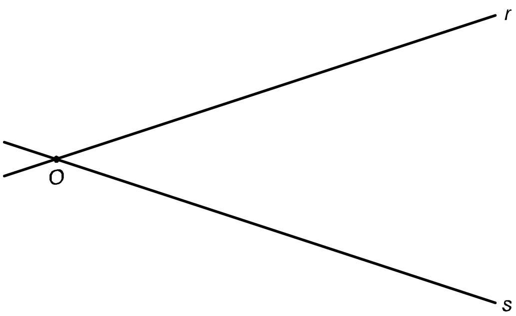
Solución:

Los puntos del plano que están a 3 cm de *r*, son dos rectas paralelas a *r*:

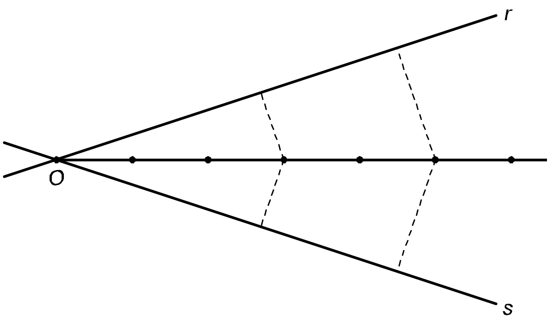


Ejercicio nº 32.-

Las rectas *r* y *s* se cortan en *O*. Dibuja el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de ambas rectas.



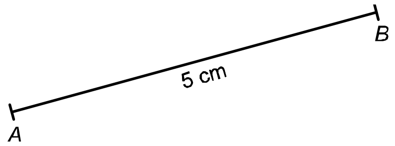
Solución:



El lugar geométrico obtenido es la bisectriz del ángulo $\hat{O}$.

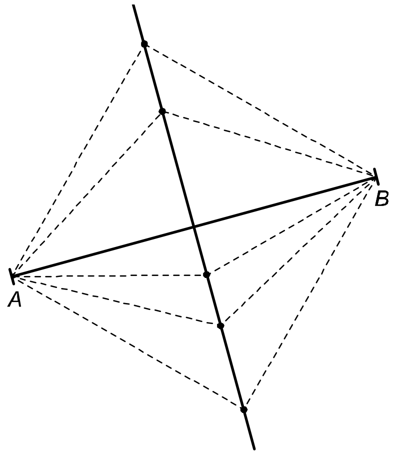
Ejercicio nº 33.-

Tenemos el segmento de extremos *A* y *B*. de longitud $\overline{AB} = 5$ cm. ¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a la misma distancia de *A* que de *B*? Dibújalo.



Solución:

El lugar geométrico pedido es la mediatriz del segmento *AB.*



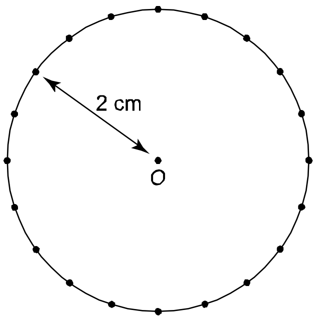
Ejercicio nº 34.-

Dado el punto *O,* ¿cuál es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan 2 cm de *O*? Dibújalo.

.*O*

Solución:

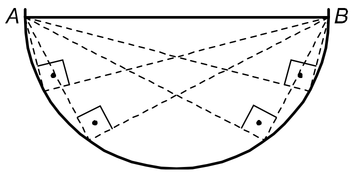
El lugar geométrico es una circunferencia de centro *O* y radio 2 cm.



Ejercicio nº 35.-

Dibuja el arco capaz para el segmento de extremos *A* y *B*, de longitud $\overline{AB} = 4$ cm correspondiente al ángulo de 90°.

Solución:



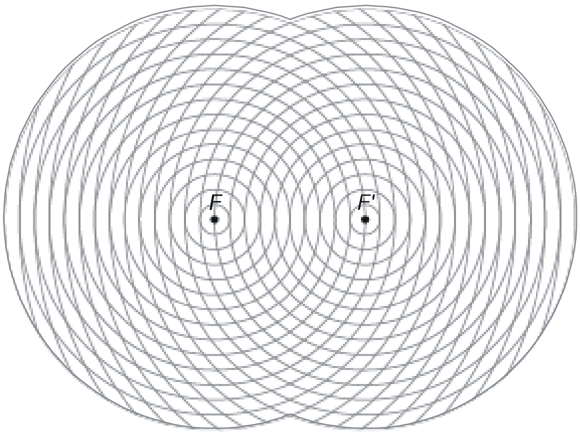
El arco capaz correspondiente al ángulo de 90° es una semicircunferencia.

<u>Ejercicio nº 36.-</u>

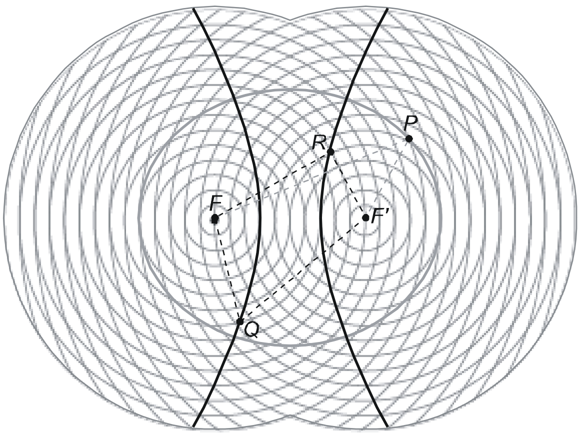
Usa la siguiente trama para dibujar:

a) Una elipse de focos F y F' y constante $d = 20$.

b) Una hipérbola de focos F y F' y constante $d = 4$.



Solución:



a) En la elipse se observa que:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{PF} = 14 \\ \overline{PF'} = 6\end{array}\right\} \rightarrow \overline{PF} + \overline{PF'} = 14 + 6 = 20$$

Cualquier punto de la elipse cumple esta condición.

b) En la hipérbola se observa que:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{QF}=7\\ \overline{QF'}=11\end{array}\right\} \rightarrow \overline{QF'}-\overline{QF}=11-7=4$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{RF}=9\\ \overline{RF'}=5\end{array}\right\} \rightarrow \overline{RF}-\overline{RF'}=9-5=4$$

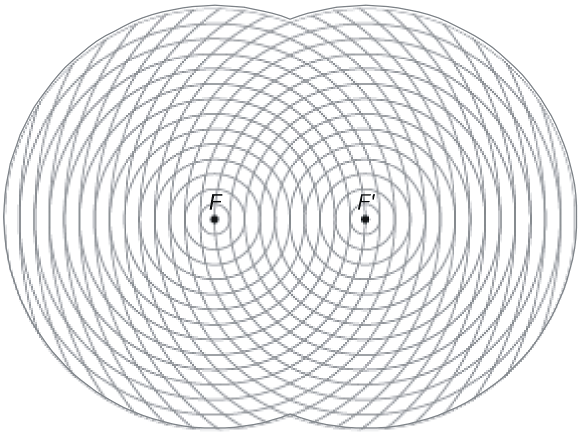
Cualquier punto de la hipérbola cumple que $\left|\overline{SF}-\overline{SF'}\right|=4$.

<u>Ejercicio nº 37.-</u>

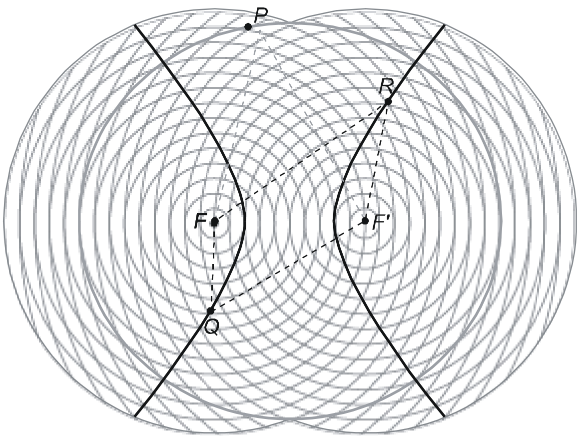
Usa la trama dada para dibujar :

a) Una elipse de focos F y F' y constante $d=28$.

b) Una hipérbola de focos F y F' y constante $d=6$.



Solución:



a) En la elipse se observa que:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{PF}=13\\ \overline{PF'}=15\end{array}\right\} \rightarrow \overline{PF}+\overline{PF'}=13+15=28$$

Se puede comprobar que cualquier punto de la elipse dibujada cumple esta condición.

b) En la hipérbola se observa que:

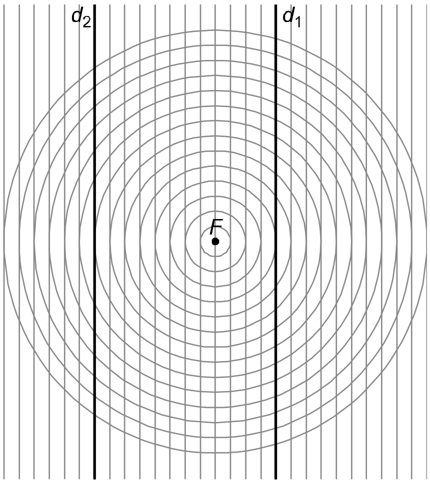
$$\left.\begin{array}{l}\overline{RF}=14\\ \overline{RF'}=8\end{array}\right\} \rightarrow \overline{RF}-\overline{RF'}=14-8=6$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{QF}=6\\ \overline{QF'}=12\end{array}\right\} \rightarrow \overline{QF'}-\overline{QF}=12-6=6$$

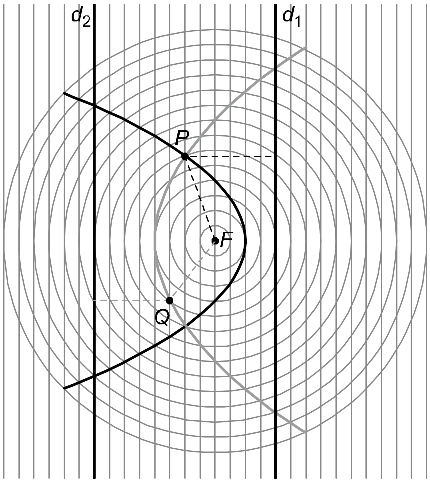
Se puede comprobar que cualquier punto de la hipérbola cumple que $\left|\overline{SF}-\overline{SF'}\right|=6$.

<u>Ejercicio nº 38.-</u>

Utiliza la trama adjunta para dibujar las parábolas de foco F y directrices d_1 y d_2:



Solución:



La parábola de foco F y directriz d_1 verifica que:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{PF}=6\\ dist\left(P,d_1\right)=6\end{array}\right\} \rightarrow \overline{PF}=dist\left(P,d_1\right)$$

Se puede comprobar que cualquier punto de esta parábola está a la misma distancia del foco F que de la directriz d_1.

La parábola de foco F y directriz d_2 verifica que:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{QF}=5\\ dist\left(Q,d_2\right)=5\end{array}\right\} \rightarrow \overline{QF}=dist\left(Q,d_2\right)$$

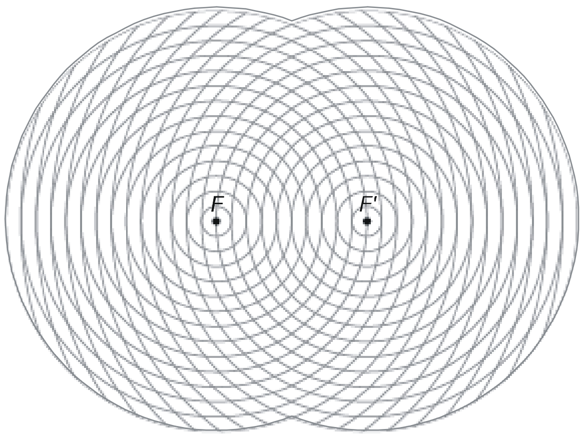
Cualquier punto de la citada parábola está a la misma distancia de F que de d_2.

<u>Ejercicio nº 39.-</u>

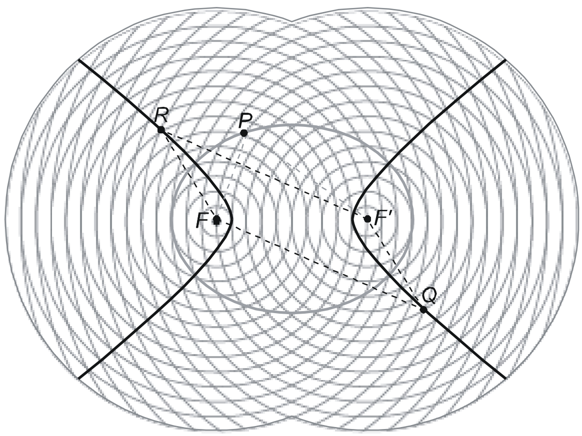
Utiliza la trama adjunta para dibujar:

a) Una elipse de focos F y F' y constante $d = 16$.

b) Una hipérbola de focos F y F' y constante $d = 8$.



Solución:



a) En la elipse se observa que:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{PF} = 6\\ \overline{PF'} = 10\end{array}\right\} \rightarrow \overline{PF} + \overline{PF'} = 6 + 10 = 16$$

Cualquier punto de la elipse dibujada cumple esta condición.

b) En la hipérbola se observa que:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{QF} = 15\\ \overline{QF'} = 7\end{array}\right\} \rightarrow \overline{QF} - \overline{QF'} = 15 - 7 = 8$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{RF} = 7\\ \overline{RF'} = 15\end{array}\right\} \rightarrow \overline{RF'} - \overline{RF} = 15 - 7 = 8$$

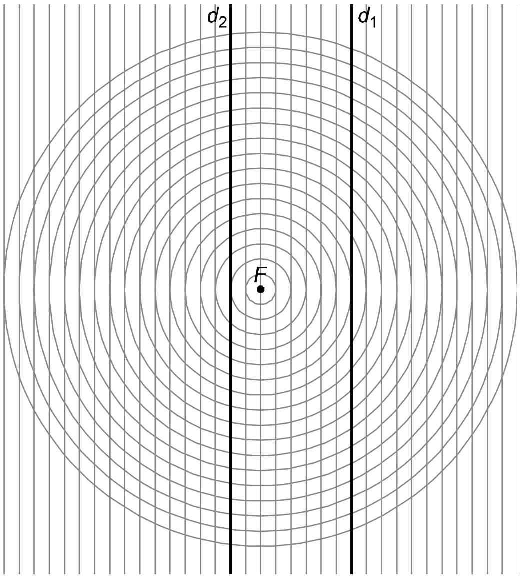
Cualquier punto de la hipérbola cumple que $\left|\overline{SF} - \overline{SF'}\right| = 8$

Ejercicio nº 40.-

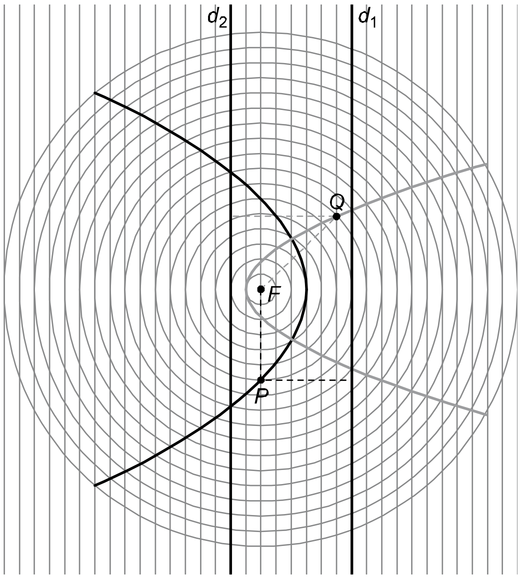
Utiliza la siguiente trama para dibujar:

a) Una parábola de foco F y directriz d_1.

b) Una parábola de foco F y directriz d_2.



Solución:



a) La parábola de foco F y directriz d_1 verifica que:

$$\left.\begin{array}{l} \overline{PF} = 6 \\ dist(P, d_1) = 6 \end{array}\right\} \rightarrow \overline{PF} = dist(P, d_1)$$

Se puede comprobar que cualquier punto de esta parábola está a la misma distancia del foco F que de la directriz d_1.

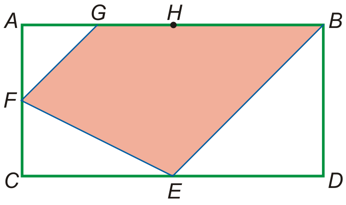
b) La parábola de foco F y directriz d_2 verifica que:

$$\left.\begin{array}{l} \overline{QF} = 7 \\ dist(Q, d_2) = 7 \end{array}\right\} \rightarrow \overline{QF} = dist(Q, d_2)$$

Cualquier punto de esta parábola está a la misma distancia de F que de la directriz d_2.

SOLUCIONES EJERCICIOS CÁLCULO DE ÁREAS

Ejercicio nº 41.-



Halla el área de la parte coloreada de la figura, sabiendo que:

***E* es el punto medio de *CD*.**

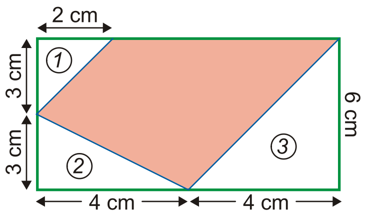
***F* es el punto medio de *AC*.**

***H* es el punto medio de *AB*.**

***G* es el punto medio de *AH*.**

$\overline{AB} = 8$ **cm y** $\overline{BD} = 6$ **cm**

Solución:



– Área del rectángulo $= b \cdot h = 8 \cdot 6 = 48\ \text{cm}^2$

– Área de ① $= \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{3 \cdot 2}{2} = 3\ \text{cm}^2$

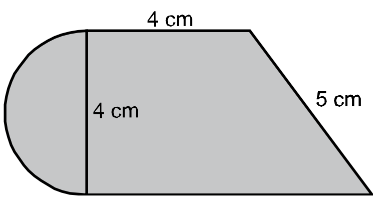
– Área de ② $= \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{4 \cdot 3}{2} = 6\ \text{cm}^2$

– Área de ③ $= \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{4 \cdot 6}{2} = 12\ \text{cm}^2$

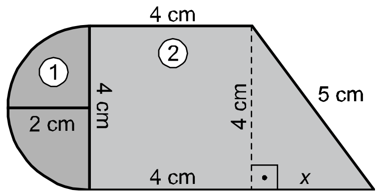
– Área de la parte coloreada $= 48 - 3 - 6 - 12 = 27\ \text{cm}^2$

Ejercicio nº 42.-

Halla el área de la siguiente figura:



Solución:



– Hallamos el valor de x aplicando el teorema de Pitágoras:

$$5^2 = x^2 + 4^2 \;\rightarrow\; x = \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

– La base mayor del trapecio medirá $4 + 3 = 7$ cm.

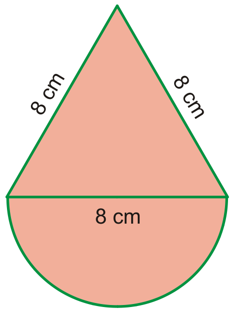
– Área de ① $= \dfrac{\pi \cdot r^2}{2} = \dfrac{\pi \cdot 2^2}{2} = 2\pi \approx 6{,}28 \text{ cm}^2$

– Área de ② $= \dfrac{(B+b)\cdot \text{h}}{2} = \dfrac{(7+4)\cdot 4}{2} = 22 \text{ cm}^2$

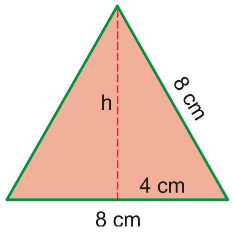
– Área total $= 6{,}28 + 22 = 28{,}28 \text{ cm}^2$

<u>Ejercicio nº 43.-</u>

Halla el área de esta figura:



Solución:



– Hallamos la altura del triángulo equilátero:

$$\text{h} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64-16} = \sqrt{48} \approx 6{,}93 \text{ cm}$$

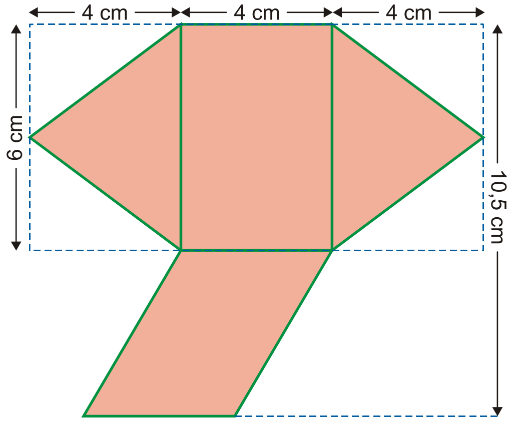
– Área del triángulo $= \dfrac{b \cdot \text{h}}{2} = \dfrac{8 \cdot 6{,}93}{2} = 27{,}71 \text{cm}^2$

– Área del semicírculo $= \dfrac{\pi \cdot r^2}{2} = \dfrac{\pi \cdot 4^2}{2} = 8\pi \approx 25{,}13 \text{ cm}^2$

– Área total $= 27{,}71 + 25{,}13 = 52{,}84 \text{ cm}^2$

Ejercicio nº 44.-

Halla el área de la siguiente figura:

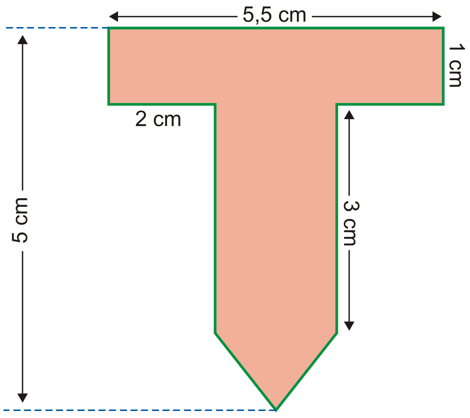


Solución:

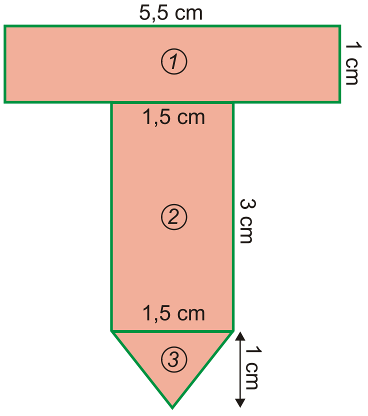
- Área del rectángulo $= b \cdot h = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2$
- Área del triángulo $= \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$
- Área del paralelogramo $= b \cdot h = 4 \cdot (10{,}5 - 6) = 18 \text{ cm}^2$
- Área total $= 24 + 2 \cdot 12 + 18 = 66 \text{ cm}^2$

Ejercicio nº 45.-

Halla el área de la siguiente figura:



Solución:



– Área de ① $= b \cdot h = 5{,}5 \cdot 1 = 5{,}5 \text{ cm}^2$

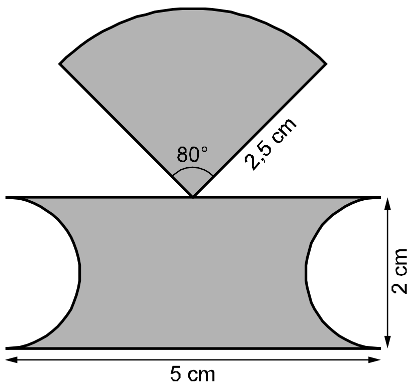
– Área de ② $= b \cdot h = 1{,}5 \cdot 3 = 4{,}5 \text{ cm}^2$

– Área de ③ $= \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{1{,}5 \cdot 1}{2} = 0{,}75 \text{ cm}^2$

– Área total $= 5{,}5 + 4{,}5 + 0{,}75 = 10{,}75 \text{ cm}^2$

Ejercicio nº 46.-

Halla el área de la siguiente figura:



Solución:

– Área del sector circular $= \dfrac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360°} = \dfrac{\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 80°}{360°} \approx 4{,}36 \text{ cm}^2$

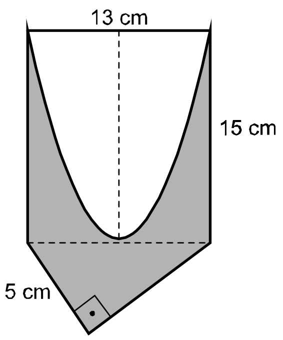
– Área del rectángulo $= b \cdot h = 5 \cdot 2 = 10 \text{ cm}^2$

– Área del círculo formado por los dos semicírculos $= \pi r^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi \approx 3{,}14 \text{ cm}^2$

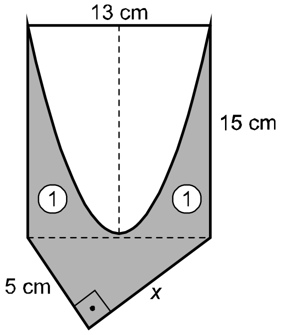
– Área total $= 4{,}36 + 10 - 3{,}14 = 11{,}22 \text{ cm}^2$

Ejercicio nº 47.-

Halla el área de la parte sombreada:



Solución:



– Área del rectángulo = 13 · 15 = 195 cm^2

– Área del segmento de parábola $= \frac{2}{3} \cdot 13 \cdot 15 = 130$ cm^2

– Área de ① = 195 – 130 = 65 cm^2

Calculamos la base del triángulo:

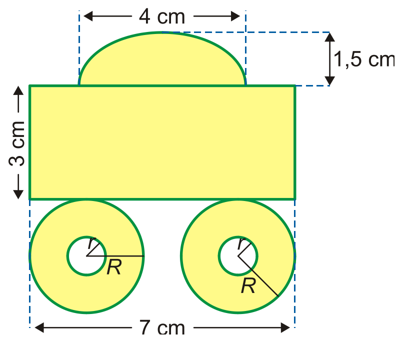
$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ cm

– Área del triángulo $= \frac{125 \cdot 5}{2} = 30$ cm^2

– Área total = 65 + 30 = 95 cm^2

<u>Ejercicio nº 48.-</u>

Calcula el área de la parte sombreada:



r **= 0,5 cm**
R **= 1,5 cm**

Solución:

– Área de la semielipse $= \frac{\pi ab}{2} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 1{,}5}{2} = 1{,}5\pi \approx 4{,}71\,\text{cm}^2$

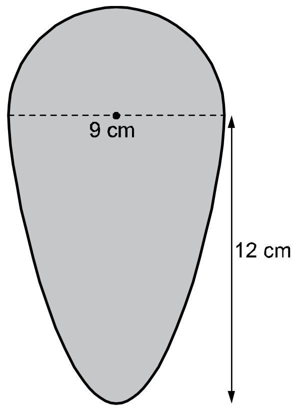
– Área del rectángulo $= b \cdot \text{h} = 7 \cdot 3 = 21\,\text{cm}^2$

– Área de la corona circular $= \pi\left(R^2 - r^2\right) = \pi\left(1{,}5^2 - 0{,}5^2\right) = 2\pi \approx 6{,}28\ \text{cm}^2$

– Área total $= 4{,}71 + 21 + 2 \cdot 6{,}28 = 38{,}27\ \text{cm}^2$

Ejercicio nº 49.-

Halla el área de la zona sombreada:



Solución:

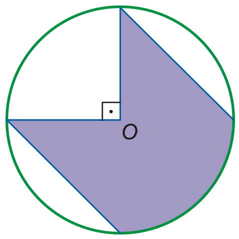
– Área del segmento de parábola $= \frac{2}{3} \cdot 9 \cdot 12 = 72 \text{ cm}^2$

– Área del semicírculo $= \frac{\pi \cdot 3^2}{2} \approx 14{,}14 \text{ cm}^2$

– Área total $= 72 + 14{,}14 = 86{,}14 \text{ cm}^2$

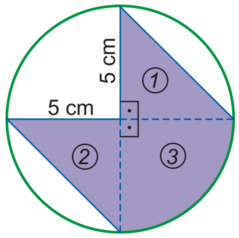
Ejercicio nº 50.-

Halla el área de la zona coloreada:



Radio de la circunferencia = 5 cm

Solución:



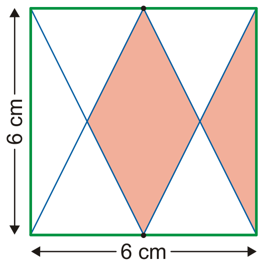
– Área de ① = Área de ② $= \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12{,}5 \text{ cm}^2$

– Área de ③ $= \frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 5^2}{4} = 6{,}25\pi \approx 19{,}63 \text{ cm}^2$

– Área total $= 12{,}5 \cdot 2 + 19{,}63 = 44{,}63 \text{ cm}^2$

Ejercicio nº 51.-

Halla el área de la parte sombreada:



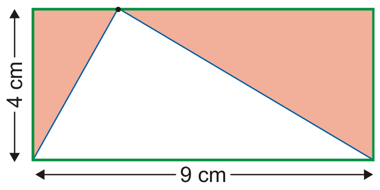
Solución:

La parte sombreada ocupa $\frac{3}{8}$ del área del cuadrado. Por tanto:

$$\text{Área} = \frac{3}{8} \cdot 6^2 = \frac{108}{8} = 13{,}5 \text{ cm}^2$$

Ejercicio nº 52.-

Halla el área de la parte sombreada:



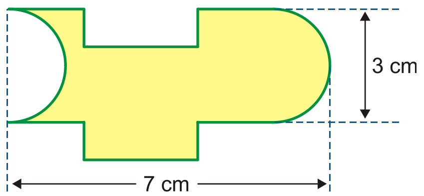
Solución:

La parte sombreada ocupa lo mismo que la que está sin sombrear, es decir, la mitad del rectángulo. Por tanto:

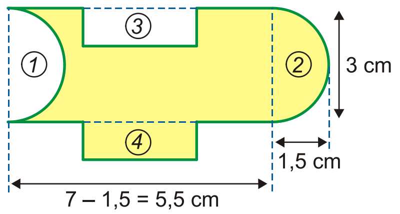
$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 4 = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

Ejercicio nº 53.-

Halla el área de la siguiente figura:



Solución:

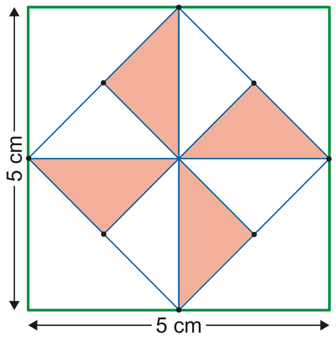


Como ① = ② y ③ = ④, el área total es el área del rectángulo de base 5,5 cm y altura 3 cm; es decir:

Área = 5,5 · 3 = 16,5 cm^2

Ejercicio nº 54.-

Halla el área de la parte sombreada:



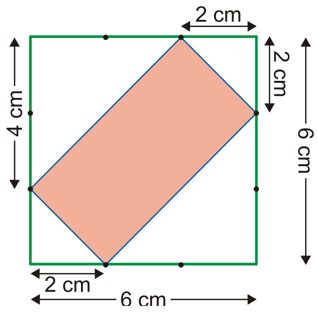
Solución:

La parte sombreada equivale a $\frac{1}{4}$ del cuadrado. Por tanto:

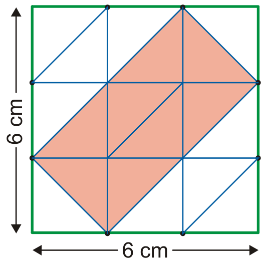
$$\text{Área} = \frac{1}{4} \cdot 5^2 = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ cm}^2$$

Ejercicio nº 55.-

Halla el área de la parte sombreada en esta figura:



Solución:



La parte sombreada ocupa $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$ del cuadrado. Por tanto, su área es:

$$\text{Área} = \frac{4}{9} \cdot 6^2 = 16 \text{ cm}^2$$

Área del rectángulo = 72 · 13 · 15 = 195 cm^2