

EJERCICIOS DE COMBINATORIA

- 1.- Un estudiante tiene que contestar 8 de las 10 preguntas de un examen. ¿De cuántas formas diferentes puede contestar? ¿Y si las tres primeras son obligatorias? ¿Y si de las cinco primeras ha de contestar a cuatro? *Solución: 45, 21, 25*
- 2.- Para jugar al dominó, siete fichas hacen un juego. Sabiendo que tiene 28 fichas, ¿cuántos juegos diferentes se pueden hacer? *Solución: 1184040*
- 3.- Hallar el número mínimo de habitantes que debe tener una ciudad para que sea inevitable que al menos dos habitantes tengan las mismas iniciales de su nombre y dos apellidos. (Se supone que el alfabeto tiene 28 letras.) *Solución: 21953*
- 4.- El séxtuplo del número de combinaciones que se puede formar con m objetos tomados de tres en tres es igual al número de variaciones que se pueden formar con $m-1$ objetos tomados de cuatro en cuatro. Halla el valor de m , suponiendo que es mayor que cuatro. *Solución: $m=6$*
- 5.- La diferencia entre el número de variaciones binarias de m objetos y el de combinaciones binarias de los mismos m objetos es 136. Halla el número de objetos. *Solución: $m=17$*
- 6.- En las variaciones sin repetición que podemos formar con las nueve cifras significativas tomadas de tres en tres, ¿cuántas veces está la cifra 7? *Solución: 168*
- 7.- ¿Cuántas palabras de 12 letras se pueden formar con la palabra AYUNTAMIENTO, de tal manera que siempre comiencen y terminen por vocal? *Solución: 13608000*
- 8.- Con una baraja de 52 cartas, ¿cuántos grupos diferentes de cinco cartas se pueden hacer? *Solución: 2598960*
- 9.- ¿Cuántas apuestas hay que rellenar en las quinielas de fútbol para tener la seguridad de acertar cinco resultados? *Solución: 243*
- 10.- De un grupo de 12 alumnos deben formarse tres equipos de cuatro participantes para que asistan a tres pruebas diferentes. ¿Cuántas clasificaciones distintas pueden realizarse? *Solución: 34650*
- 11.- ¿Cuál de las siguientes expresiones tiene mayor valor: $C_{26}^3, P_6, V_9^4, VR_6^4$? *Solución: V_9^4*
- 12.- ¿Cuántos tetraedros determinan ocho puntos del espacio de forma que cuatro cualesquiera de ellos no sean coplanarios? *Solución: 70*
- 13.- ¿Cuántas palabras de 10 letras diferentes pueden formarse con cinco vocales y cinco consonantes de las 21 existentes, de manera que no haya dos vocales juntas ni dos consonantes juntas? *Solución: 586051200*
- 14.- En un departamento de una empresa trabajan cuatro hombres y tres mujeres. Desean que les hagan una fotografía de forma que estén todos los hombres juntos y también las mujeres. ¿De cuántas formas distintas pueden colocarse? *Solución: 288*
- 15.- ¿Cuántos resultados distintos se obtienen al lanzar tres dados iguales a la vez? ¿Y si los dados son distintos? *Solución: 56, 216*
- 16.- Con los dígitos pares, ¿cuántos números inferiores a 1 000 se pueden escribir? *Solución: 84*
- 17.- Calcula el número de diagonales que tiene un polígono de 12 lados. Generaliza el caso para cuando se trate de un polígono de n lados. *Solución: $n(n-3)/2$*
- 18.- Se disponen ocho monedas en una fila. La mitad de ellas son de duro y la otra mitad de 100 pesetas. ¿De cuántas formas distintas se pueden ordenar? *Solución: 70*
- 19.- Una prueba de opción múltiple consta de 15 preguntas y cada una tiene tres alternativas. ¿En cuantas formas diferentes puede marcar un estudiante su respuesta a estas preguntas? *Solución: 14348907*
- 20.- ¿En cuantas formas puede un director de televisión programar seis diferentes comerciales de un patrocinador durante los seis periodos de tiempo asignado a mensajes comerciales durante un programa? *Solución: 720*
- 21.- ¿De cuantas maneras pueden formarse cinco personas para tomar el autobús? ¿De cuantas maneras si dos de las personas se niegan a hacerlo una detrás de otra? *Solución: 120, 72*
- 22.- ¿Cuántas permutaciones diferentes hay de las letras de la palabra "statistics"? ¿Cuántas de ellas comienzan y terminan con la letra s?. *Solución: 50400, 3360*
- 23.- En un test de 20 preguntas con dos opciones, ¿de cuantas formas pueden marcarse las preguntas para que
 - a) siete estén correctas y 13 equivocadas;
 - b) 10 estén correctas y 10 equivocadas;
 - c) cuando menos 17 están correctas?*Solución: 77520, 184756, 1351*
- 24.- Si se suponen ordenadas todas las permutaciones que se pueden formar con las cifras 1, 2, 3, 5, 8, 9 en orden creciente, que lugar ocupa la permutación 598132. *Solución: lugar n° 476*
- 25.- ¿Cuántos números naturales, incluido el cero, hay que sean menores que 1000, si cada número está constituido por cifras diferentes. *Solución: 739*
- 26.- Calcula el valor de m que verifica $V_m^3 = 5V_m^2 + C_m^3$. *Solución $m=8$*

SOLUCIONES

1.- En el primer caso $\binom{10}{8} = 45$, en el segundo caso sólo debe elegir 5 de entre 7 $\binom{7}{5} = 21$, la forma de elegir

4 entre las primeras 5 y cuatro entre las otras 5 será $\binom{5}{4}\binom{5}{4} = 25$

2.- $\binom{28}{7} = 1184040$

3.- La forma de elegir tres letras entre 28 pudiendo repetirse sería $VR_{28}^3 = 21952$, con lo que si una ciudad tiene un habitante más tendrían dos individuos que coincidir en sus iniciales.

4.- Las soluciones de la ecuación planteada son 2 y 6, por lo que la solución válida es $m=6$.

5.- Esta ecuación tiene como solución $m=17$, $m=-16$, y la solución válida es $m=17$.

6.- Se pueden formar $V_9^3 = 504$ variaciones distintas, no interviene el 7 en $V_8^3 = 336$, por lo que intervendrá el 7 en $504-336 = 168$

7.- Consideramos tres casos:

a) Las dos vocales a no figuran en los extremos. $V_4^2 \cdot P_{10}^{2,2,2} = 5443200$ (formas de elegir las vocales por las permutaciones de las otras letras que no están en los extremos)

b) Una vocal a está en el extremo. $2 \cdot V_4^1 \cdot P_{10}^{2,2,2} = 7257600$

c) Las dos a figuran en los extremos. $P_{10}^{2,2,2} = 907200$

Y en total tendremos $5443200+7257600+907200 = 13608000$.

8.- $\binom{52}{5} = \frac{52!}{5!47!} = 2598960$

9.- $VR_3^5 = 3^5 = 243$ apuestas

10.- $\binom{12}{4}\binom{8}{4}\binom{4}{4} = 34650$

11.- Los valores de cada expresión son 2600, 720, 3024 y 1296, por lo que la mayor es V_9^4 .

12.- $\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = 70$

13.- Las palabras serán de la forma VCVVCVCVCVC o CVCVCVCVCV, y por lo tanto tendremos que las posibles ordenaciones son $2 \cdot V_5^5 \cdot V_{21}^5 = 2 \cdot 120 \cdot 2441880 = 586051200$

14.- $2 P_4 P_3 = 288$, ya que pueden empezar los hombres o las mujeres y pueden los hombres pueden estar de P_4 formas distintas mientras que las mujeres lo pueden hacer de P_3 .

15.-

a) Si los lados son iguales tendremos $\binom{6}{3} = 20$, además de las repetidas 111, 112, 113, 114, 115, 116, y análogamente con 2, 3, 4, 5, 6 es decir 36, por lo que habrá 56 resultados posibles.

b) Si los dados son distintos $VR_6^3 = 216$

16.- Serán números de 1, 2 y 3 cifras, $V_4^1 + VR_4^2 + VR_4^3 = 4 + 16 + 64 = 84$

17.- $\binom{12}{2} - 12 = 54$, es decir el número de combinaciones de dos vértices menos los doce lados del polígono.

En el caso de n lados tendremos $\binom{n}{2} - n = \frac{n^2 - 3n}{2} = \frac{n(n-3)}{2}$

18.- $P_8^{4,4} = 70$

19.- Son variaciones con repetición de 3 elementos tomados de 15 en 15, es decir 3^{15}

20.- Serán permutaciones de 6 elementos, $6! = 720$

21.- Primeramente serán permutaciones de 5 elementos, $5! = 120$. Para la segunda pregunta nos damos cuenta que si uno de los dos que se niegan a estar contiguos se coloca en alguno de los tres lugares centrales, el

EJERCICIOS DE COMBINATORIA

otro solo puede ocupar dos lugares, por lo que habrá $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 36$ formas de hacerlo, mientras que si ocupa uno de los extremos, el otro podrá colocarse en tres posiciones y por tanto habrá $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 36$, en total 72 formas de colocarse.

22.- La palabra tiene 10 letras, pero la "s" se repite 3 veces, la "t" tres y la "i" otras dos, con lo que se podrán hacer $PR_{10}^{3,3,2,1,1} = \frac{10!}{3!3!2!} = 50400$ Si queremos que empiece y termine por s, solo quedarán para permutar

8 letras, de las cuales se repite la t tres veces y la i dos, por lo que será $PR_8^{3,2,1,1,1} = \frac{8!}{3!2!} = 3360$

23.-

a) Se pueden elegir las 7 preguntas a contestar correctamente de $\binom{20}{7}$

b) De igual forma será $\binom{20}{10}$

c) En este caso debemos sumar las posibles formas de fallar solo 3, 2, 1 o tener todo el examen correcto, es decir, $\binom{20}{3} + \binom{20}{2} + \binom{20}{1} + \binom{20}{0} = 1140 + 190 + 20 + 1 = 1351$

24.- Contemos todas las permutaciones que quedan por debajo.

- i) Primero todas las que comiencen por 1, 2, o 3: $3 \cdot 3! = 360$
- ii) Que comiencen con 5 y la segunda sea menor que 9: $4 \cdot 4! = 96$
- iii) que la tercera cifra sea menor que 8 (el 5 ya está puesto) $3 \cdot 3! = 18$
- iv) que la cuarta cifra sea menor que 1 no puede darse.
- v) que la cuarta cifra sea menor que 3 (ya solo queda el 2) 1

En total 475 por esto ocupará el lugar n° 476.

25.-

- a) números con una cifra (no se puede repetir) 10
- b) números con dos cifras. Las decenas no pueden ser 0, $9 \cdot 9 = 81$
- c) de tres cifras (la 1ª no es cero, la segunda si puede serlo y la tercera no puede ser ni la primera ni la segunda $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$)

En total $10 + 81 + 648 = 739$ números sin repetir la cifras

26.- $m(m-1)(m-2) = 5m(m-1) + (m(m-1)(m-2))/6$ resolviendo esta ecuación nos saldrá $m=0$, $m=1$ y $m=8$, de las que sólo será válida $m=8$.