Opción A. SOLUCIONES MATEMÁTICAS ACS II

Ejercicio 1.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & 1 \\ 0 & 2 & a & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & 1 \\ 0 & 2 & a & 2 \\ 0 & a-1 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & 1 \\ 0 & 2 & a & 2 \\ 0 & 0 & a(a-1) & 2(a-1) \end{array}\right)$$

a) Si $a=1$, sistema compatible indeterminado.

Si $a=0$, sistema incompatible.

Si $\left.\begin{array}{l} a \neq 1 \\ a \neq 0 \end{array}\right\}$ sistema compatible determinado.

b) Si $a=3$, $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 6 & 4 \end{array}\right)$ $\left.\begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \\ y = 0 \\ z = \frac{2}{3} \end{array}\right\}$ solución

Si $a=1$, $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y = 1-z \\ 2y = 2-z \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2}z \\ y = 1-\frac{1}{2}z \end{array}$

Solución: $\left(-\frac{1}{2}\lambda,\ 1-\frac{1}{2}\lambda,\ \lambda\right)$

Ejercicio 2. $f(x) = \dfrac{x^2-x}{x^2-3x+2}$

a) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{1, 2\}$

b) Continua en $\mathbb{R} - \{1, 2\}$. Si $x=1$, $\nexists f(1)$. La discontinuidad es evitable: $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-x}{x^2-3x+2} \stackrel{0/0}{=} \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x(x-1)}{(x-1)(x-2)} = -1$

$x=2$: $\nexists f(2)$, $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \infty$: salto infinito

c) Asíntotas verticales: $x=2$

Asíntotas horizontales: $y = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-x}{x^2-3x+2} = 1$: $y=1$

Ejercicio 3. $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$, $P(C) = 0.2$.

$P(cad/A) = 0.01$, $P(cad/B) = 0.02$, $P(cad/C) = 0.03$

a) $P(\text{caducado}) = P(A)P(cad/A) + P(B)P(cad/B) + P(C)P(cad/C) =$

$0.5 \cdot 0.01 + 0.3 \cdot 0.02 + 0.2 \cdot 0.03 = 0.017$

b) $P(B/cad) = \dfrac{P(B)\,P(cad/B)}{P(cad)} = \dfrac{0.3 \cdot 0.02}{0.017} = 0.3529$

Ejercicio 4. $\alpha = 0.01$, $z_{\alpha/2} = 2.575$

a) Intervalo: $\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$

$$\left(1248 - 2.575\cdot\frac{328}{10}, 1248 + 2.575\frac{328}{10}\right) = (1163.54, 1332.46)$$

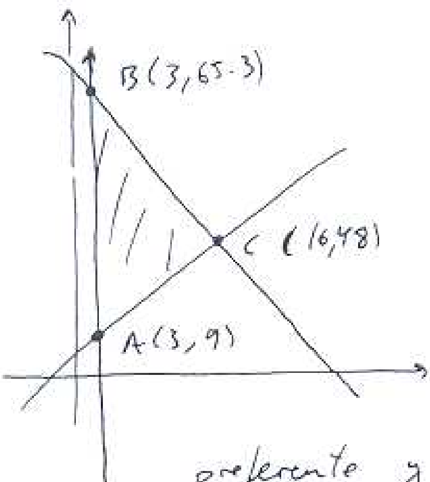
b) $E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $127 = 1.96\frac{328}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1.96\cdot 328}{127} \simeq 26$

Opción B.

Ejercicio 1. x = nº filas clase preferente, y = nº filas clase turista

maximizar $z = 206x + 152y$

s.a.
$$\left.\begin{array}{l} 2x + 1.5y \le 104 \\ x \ge 3 \\ y \ge 3x \end{array}\right\}$$



$z_A = 1968$ € $= 206\times 3 + 152\times 9$

$z_B = 10592$ € $= 206\times 16 + 152\times 48$

$z_C = 10543.3$ € $= 206\times 3 + 152\times 65.3$

El beneficio máximo se obtiene con 16 filas de clase preferente y 48 de clase turista.

Ejercicio 2. $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ Pasa por $(0,0) \rightarrow c = 0$

Máx. en $(1,2)$ $\Rightarrow$ Pasa por $(1,2)$: $a + b = 2$

$\Rightarrow f'(1) = 0$; $f'(x) = 3ax^2 + 2bx$; $3a + 2b = 0$ $\Big\}$ $a = -4$, $b = 6$

a) $f(x) = -4x^3 + 6x^2$

b) $A = \int_0^1 (-x^3 + 3x)\,dx = \left.-\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2}\right]_0^1 = -\frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{5}{4}$

Ejercicio 3. $P(A\cup B) = 1 - P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(\bar{A}\cap\bar{B}) = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) \Rightarrow \frac{19}{20} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - P(A\cap B) \Rightarrow P(A\cap B) = \frac{3}{10}$

$P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{3/10}{1/2} = 1 - \frac{3}{20} = \frac{2}{5}$

$P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{3/10}{3/4} = 1 - \frac{4}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

Ejercicio 4 X = tiempo de cenar $\rightarrow N(\mu, \sigma = 32)$

$z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 10$: $1.96\cdot\frac{32}{\sqrt{n}} < 10 \Rightarrow n = 40$