

Polinomios

EJERCICIOS

001 Indica el coeficiente, parte literal y grado de estos monomios.

- a) $-3x^3y^2z^4$ b) $-5b^2c^3$ c) $x^{15}y$ d) $\frac{-2}{3}xy^5$
- a) Coeficiente: -3 Parte literal: $x^3y^2z^4$ Grado: $3 + 2 + 4 = 9$
b) Coeficiente: -5 Parte literal: b^2c^3 Grado: $2 + 3 = 5$
c) Coeficiente: 1 Parte literal: $x^{15}y$ Grado: $15 + 1 = 16$
d) Coeficiente: $-\frac{2}{3}$ Parte literal: xy^5 Grado: $1 + 5 = 6$

002 Determina si los monomios son semejantes o no.

- a) $\frac{1}{2}x^2y^3z^5$ y $-5z^5x^2y^3$ c) xy^3 y $-xy^3$
b) $6x^3y^4$ y $6x^4y^3$ d) $7xy$ y $-x$
- a) Son semejantes. c) Son semejantes.
b) No son semejantes. d) Son semejantes.

003 Escribe el monomio opuesto de estos monomios.

- a) $\frac{1}{2}xy^3z^2$ b) $-4a^2b^3$ c) $-5x^9$ d) $9x^{11}$
- a) $-\frac{1}{2}xy^3z^2$ b) $4a^2b^3$ c) $5x^9$ d) $-9x^{11}$

004 Escribe, si se puede, un monomio:

- a) De coeficiente 2 y parte literal xy^6 .
b) De coeficiente -3 y semejante a $-2x^3$.
c) De grado 7 y semejante a $-4x^2y$.
d) De parte literal x^3y^4 y opuesto a $-4x^3y$.
- a) $2xy^6$
b) $-3x^3$
c) No es posible. No puede ser de grado 7 y 3 a la vez.
d) No es posible. No puede ser de grado 7 y 4 a la vez.

005 Realiza las operaciones.

- a) $6x^2 + 2x^2 - x^2 + 3x^2 - x^2$ d) $(-8x^2y) \cdot (-4xy^2)$
b) $3x^2y^2 - 2x^2y^2 + 6x^2y^2 - x^2y^2$ e) $(15xy) : (-3x)$
c) $(-5ab) \cdot (6abc)$ f) $(2xyz) : (-2xy)$
- a) $9x^2$ d) $32x^3y^3$
b) $6x^2y^2$ e) $-5y$
c) $-30a^2b^2c$ f) $-z$

006 Simplifica las siguientes expresiones.

a) $-2x^3 - x^2 + 5x^2 - 6x + x - 2x^2 - 6x$

b) $5x - (x^2 + 3x^3) + 3x^2 - x^3 + 2x$

c) $11x^7y^3 + 4xy^5 - 9x^7y^3 + xy^5 - x^2$

a) $-2x^3 + (-1 + 5 - 2)x^2 + (-6 + 1 - 6)x = -2x^3 + 2x^2 - 11x$

b) $(-3 - 1)x^3 + (-1 + 3)x^2 + (5 + 2)x = -4x^3 + 2x^2 + 7x$

c) $(11 - 9)x^7y^3 + (4 + 1)xy^5 - x^2 = 2x^7y^3 + 5xy^5 - x^2$

007 Calcula: $-x^2y - (-3x^2 \cdot 7y) + (16x^2y^3z : 4y^2z)$.

$$-x^2y + 21x^2y + 4x^2y = 24x^2y$$

008 Determina el grado, las variables y el término independiente de estos polinomios.

a) $P(x, y) = -2x^5 - x^2y^2 + 5x^3 - 1 + 3x^3 + 3$

b) $Q(x, y) = x^2 + 4x^3 - x - 9 + 4x^4y^3$

c) $R(x, y) = x^9 - x^7y^3 + y^{13} - 4$

d) $S(x, y, z) = 7x^2yz - 3xy^2z + 8xyz^2$

a) Grado: 5. Variables: x, y . Término independiente: $3 - 1 = 2$.

b) Grado: $3 + 4 = 7$. Variables: x, y . Término independiente: -9 .

c) Grado: 13. Variables: x, y . Término independiente: -4 .

d) Grado: $2 + 1 + 1 = 4$. Variables: x, y, z . Término independiente: 0.

009 Reduce este polinomio y calcula su opuesto.

$$R(x) = x^5 + 1 - 3 + 4x^5 - 3x - 2x$$

$$R(x) = 5x^5 - 5x - 2, \text{ y su opuesto es: } -R(x) = -5x^5 + 5x + 2.$$

010 Escribe un polinomio de dos variables, de grado 7, que tenga un término de grado 3, que sea reducido y no tenga término independiente.

Por ejemplo: $5x^5y^2 - 3xy^2$.

011 Calcula el valor numérico del polinomio en cada caso.

a) $P(x) = 3x^6 + 2x^5 - 3x^4 - x^2 + 7x - 2$, para $x = 0$.

b) $P(x, y) = -x^4y - x^2y + 7xy - 2$, para $x = 1, y = 2$.

a) $P(0) = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 0 + 7 \cdot 0 - 2 = -2$

b) $P(1, 2) = -1 \cdot 2 - 1 \cdot 2 + 7 \cdot 1 \cdot 2 - 2 = 8$

Polinomios

012 Dados los polinomios:

$$P(x, y) = 3x^2y + xy - 7x + y - 2$$

$$Q(x, y) = -xy^2 + 4y^2 - 3x$$

halla los valores numéricos:

$$P(0, 0) \quad P(1, 1) \quad Q(0, -1) \quad Q(0, 2)$$

$$P(0, 0) = 3 \cdot 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 - 7 \cdot 0 + 0 - 2 = -2$$

$$P(1, 1) = 3 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 7 \cdot 1 + 1 - 2 = -4$$

$$Q(0, -1) = -0 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot 0 = 4$$

$$Q(0, 2) = -0 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^2 - 3 \cdot 0 = 16$$

013 Reduce los siguientes polinomios y calcula su valor numérico para $x = 2$.

a) $P(x) = 4 - 3x^2 + x - x^2 + 1$

b) $Q(x) = x^4 - 4 - 3x^2 + x - x^2 + 1 - 3x^4 - 3x$

a) $P(x) = -4x^2 + x + 5 \quad \xrightarrow{x=2} P(2) = -4 \cdot 2^2 + 2 + 5 = -9$

b) $P(x) = -2x^4 - 4x^2 - 2x - 3 \quad \xrightarrow{x=2} P(2) = -2 \cdot 2^4 - 4 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 = -55$

014 Un número es raíz de un polinomio cuando el valor numérico del polinomio para dicho número es cero. Determina si los números -4 y 4 son raíces de este polinomio.

$$P(x) = x^2 - 5x + 4$$

¿Sabrías hallar otra raíz del polinomio?

$$P(-4) = (-4)^2 - 5 \cdot (-4) + 4 = 40 \rightarrow -4 \text{ no es raíz.}$$

$$P(4) = 4^2 - 5 \cdot 4 + 4 = 0 \rightarrow 4 \text{ es raíz.}$$

Este polinomio tiene otra raíz: $x = 1$.

015 Halla la suma, resta y producto de cada par de polinomios.

a) $R(x) = x^4 - x + 1$; $S(x) = x^2 + 1$

b) $R(x) = x + 1$; $S(x) = x^2 + x - 1$

c) $R(x) = 5x^7 - x^8 + 1$; $S(x) = x^2 + x^6 - 1$

d) $R(x) = x^5 - x^4 + x^3 + 2x + 1$; $S(x) = x^3 + 2x$

e) $R(x) = 7x^3 + 2x^2 + x - 3$; $S(x) = x^4 + x^2 - 8$

f) $R(x) = x^7 + 3$; $S(x) = x^3 + x^2 + 4x + 2$

a) $R(x) + S(x) = (x^4 - x + 1) + (x^2 + 1) = x^4 + x^2 - x + 2$

$$R(x) - S(x) = (x^4 - x + 1) - (x^2 + 1) = x^4 - x^2 - x$$

$$R(x) \cdot S(x) = (x^4 - x + 1) \cdot (x^2 + 1) = x^6 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

b) $R(x) + S(x) = (x + 1) + (x^2 + x - 1) = x^2 + 2x$

$$R(x) - S(x) = (x + 1) - (x^2 + x - 1) = -x^2 + 2$$

$$R(x) \cdot S(x) = (x + 1) \cdot (x^2 + x - 1) = x^3 + 2x^2 - 1$$

c) $R(x) + S(x) = (5x^7 - x^8 + 1) + (x^2 + x^6 - 1) = -x^8 + 5x^7 + x^6 + x^2$

$$R(x) - S(x) = (5x^7 - x^8 + 1) - (x^2 + x^6 - 1) = -x^8 + 5x^7 - x^6 - x^2 + 2$$

$$R(x) \cdot S(x) = (5x^7 - x^8 + 1) \cdot (x^2 + x^6 - 1) =$$

$$= -x^{14} + 5x^{13} - x^{10} + 5x^9 - 5x^7 + x^8 + x^6 + x^2 - 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } R(x) + S(x) &= (x^5 - x^4 + x^3 + 2x + 1) + (x^3 + 2x) = \\
 &= x^5 - x^4 + 2x^3 + 4x + 1 \\
 R(x) - S(x) &= (x^5 - x^4 + x^3 + 2x + 1) - (x^3 + 2x) = x^5 - x^4 + 1 \\
 R(x) \cdot S(x) &= (x^5 - x^4 + x^3 + 2x + 1) \cdot (x^3 + 2x) = \\
 &= x^8 - x^7 + 3x^6 - 2x^5 + 4x^4 + x^3 + 2x^2 - 2x \\
 \text{e) } R(x) + S(x) &= (7x^3 + 2x^2 + x - 3) + (x^4 + x^2 - 8) = \\
 &= x^4 + 7x^3 + 3x^2 + x - 11 \\
 R(x) - S(x) &= (7x^3 + 2x^2 + x - 3) - (x^4 + x^2 - 8) = \\
 &= -x^4 + 7x^3 + x^2 + x + 5 \\
 R(x) \cdot S(x) &= (7x^3 + 2x^2 + x - 3) \cdot (x^4 + x^2 - 8) = \\
 &= 7x^7 + 7x^6 + 8x^5 - x^4 - 55x^3 - 11x^2 + 24 \\
 \text{f) } R(x) + S(x) &= (x^7 + 3) + (x^3 + x^2 + 4x + 2) = x^7 + x^3 + x^2 + 4x + 5 \\
 R(x) - S(x) &= (x^7 + 3) - (x^3 + x^2 + 4x + 2) = x^7 - x^3 - x^2 - 4x + 1 \\
 R(x) \cdot S(x) &= (x^7 + 3) \cdot (x^3 + x^2 + 4x + 2) = \\
 &= x^{10} + x^9 + 4x^8 + 2x^7 + 4x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 12x + 6
 \end{aligned}$$

016 Calcula $-A(x) + B(x)$ y $-A(x) - B(x)$ con los polinomios:

$$A(x) = 3x^4 - 5x^3 + x^2 - 7$$

$$B(x) = -3x^4 + x^3 - 2x + 1$$

$$\begin{aligned}
 -A(x) + B(x) &= -(3x^4 - 5x^3 + x^2 - 7) + (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) = \\
 &= -6x^4 + 6x^3 - x^2 - 2x + 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -A(x) - B(x) &= -(3x^4 - 5x^3 + x^2 - 7) - (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) = \\
 &= 4x^3 - x^2 + 2x + 6
 \end{aligned}$$

017 Calcula el producto de los dos polinomios del ejercicio anterior, utilizando la propiedad distributiva.

$$\begin{aligned}
 A(x) \cdot B(x) &= (3x^4 - 5x^3 + x^2 - 7) \cdot (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) = \\
 &= 3x^4 \cdot (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) - 5x^3 \cdot (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) + \\
 &+ x^2 \cdot (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) - 7 \cdot (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) = \\
 &= (-9x^8 + 3x^7 - 6x^5 + 3x^4) + (15x^7 - 5x^6 + 10x^4 - 5x^3) + \\
 &+ (-3x^6 + x^5 - 2x^3 + x^2) + (21x^4 - 7x^3 + 14x - 7) = \\
 &= -9x^8 + 18x^7 - 8x^6 - 5x^5 + 34x^4 - 14x^3 + x^2 + 14x - 7
 \end{aligned}$$

018 Calcula.

a) $(x^3 - 3x^2 + 2x) : x$

b) $(2x^3 - 3x^2 - 5x - 5) : (x - 2)$

c) $(2x^3 - 3x^2 + 4x - 3) : (x^2 + x - 1)$

d) $(x^4 + x^3 - x^2 + x + 1) : (x^3 - 5)$

e) $(-6x^5 + x^3 + 2x + 2) : (4x^3 + 2x + 3)$

f) $(x^8 - 1) : (x^5 + x^3 + x + 2)$

g) $(x - 1) : x$

h) $(x^2 - 1) : (x + 1)$

i) $(x^2 - 5x + 6) : (x - 2)$

Polinomios

a) $x^2 - 3x + 2$

b)
$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 - 5x - 5 \\ - 2x^3 + 4x^2 \\ \hline x^2 - 5x - 5 \\ - x^2 + 2x \\ \hline - 3x - 5 \\ 3x - 6 \\ \hline -11 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x - 2 \\ 2x^2 + x - 3 \end{array} \right.$$

c)
$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x - 3 \\ - 2x^3 - 2x^2 + 2x \\ \hline -5x^2 + 6x - 3 \\ 5x^2 + 5x - 5 \\ \hline 11x - 8 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x^2 + x - 1 \\ 2x - 5 \end{array} \right.$$

d)
$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 - x^2 + x + 1 \\ - x^4 + 5x \\ \hline x^3 - x^2 + 6x + 1 \\ - x^3 + 5 \\ \hline -x^2 + 6x + 6 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x^3 - 5 \\ x + 1 \end{array} \right.$$

e)
$$\begin{array}{r} -6x^5 + x^3 \\ 6x^5 + 3x^3 + \frac{9}{2}x^2 \\ \hline 4x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 2x + 2 \\ - 4x^3 \phantom{+ \frac{9}{2}x^2} - 2x - 3 \\ \hline \frac{9}{2}x^2 - 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 4x^3 + 2x + 3 \\ -\frac{3}{2}x^2 + 1 \end{array} \right.$$

f)
$$\begin{array}{r} x^8 \\ - x^8 - x^6 - x^4 - 2x^3 \\ \hline - x^6 - x^4 - 2x^3 - 1 \\ x^6 + x^4 + x^2 + 2x \\ \hline - 2x^3 + x^2 + 2x - 1 \end{array} \quad - 1 \quad \left| \begin{array}{r} x^5 + x^3 + x - 2 \\ x^3 - x \end{array} \right.$$

g)
$$\begin{array}{r} x - 1 \\ - x \\ \hline - 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x \\ 1 \end{array} \right.$$

h)
$$\begin{array}{r} x^2 - 1 \\ - x^2 - x \\ \hline - x - 1 \\ x + 1 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x + 1 \\ x - 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r}
 \text{i) } \quad x^2 - 5x + 6 \quad \left| \begin{array}{l} x - 2 \\ x - 3 \end{array} \right. \\
 \underline{- x^2 + 2x} \\
 - 3x + 6 \\
 \underline{ 3x - 6} \\
 0
 \end{array}$$

019 Haz las siguientes divisiones y comprueba que están bien realizadas.

a) $(x^3 - 4x^2 + 5x - 2) : (x^2 - 2)$

b) $(x^4 + x^2 + 3) : (x^3 + 3x^2 + 2x + 6)$

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } \quad x^3 - 4x^2 + 5x - 2 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2 \\ x - 4 \end{array} \right. \\
 \underline{- x^3 + 2x} \\
 - 4x^2 + 7x - 2 \\
 \underline{ 4x^2 - 8} \\
 7x - 10
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (x^2 - 2) \cdot (x - 4) + (7x - 10) &= (x^3 - 4x^2 - 2x + 8) + (7x - 10) = \\
 &= x^3 - 4x^2 + 5x - 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } \quad x^4 + x^2 + 3 \quad \left| \begin{array}{l} x^3 + 3x^2 + 2x + 6 \\ x - 3 \end{array} \right. \\
 \underline{- x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 6x} \\
 - 3x^3 - x^2 - 6x + 3 \\
 \underline{ 3x^3 + 9x^2 + 6x + 18} \\
 8x^2 + 21
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (x^3 + 3x^2 + 2x + 6) \cdot (x - 3) + (8x^2 + 21) &= (x^4 - 7x^2 - 18) + (8x^2 + 21) = \\
 &= x^4 + x^2 + 3
 \end{aligned}$$

020 Calcula el resto de esta división de polinomios.

Dividendo $\rightarrow P(x) = x^5 + x^3 - x^2 + 5x - 3$

Divisor $\rightarrow Q(x) = x^3 + x - 1$

Cociente $\rightarrow C(x) = x^2$

$$\begin{aligned}
 R(x) = P(x) - Q(x) \cdot C(x) &= (x^5 + x^3 - x^2 + 5x - 3) - (x^3 + x - 1) \cdot x^2 = \\
 &= (x^5 + x^3 - x^2 + 5x - 3) - (x^5 + x^3 - x^2) = \\
 &= 5x - 3
 \end{aligned}$$

021 Sacar factor común en los siguientes polinomios.

a) $8x^2 - 4x$

b) $18x^3y^2 - 12x^2y^3$

c) $30a^2b - 15ab^2 + 5a^2b^2$

a) $4x \cdot (2x - 1)$

b) $6x^2y^2 \cdot (3x - 2y)$

c) $5ab \cdot (6a - 3b + ab)$

d) $-12ab^3 + 4b^2 - 6b^4$

e) $34a^4 - 14a^3b + 28ab^3$

f) $20a^4b^2c + 36a^2b - 18a^3b^2$

d) $2b^2 \cdot (-6ab + 2 - 3b^2)$

e) $2a \cdot (17a^3 - 7a^2b + 14b^3)$

f) $2a^2b \cdot (10a^2bc + 18 - 9ab)$

Polinomios

022 Sacar factor común en estos polinomios.

a) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}$ b) $x \cdot (xy^2 - y) + y^2 \cdot (4xy - 3y)$ c) $\frac{x^2 - 2x}{7} - \frac{x^2 - x}{5}$

a) $\frac{x}{2} \cdot (x - 1)$

b) $y[x \cdot (xy - 1) + y^2(4x - 3)]$

c) $x \left(\frac{x-2}{7} - \frac{x-1}{5} \right)$

023 Calcular a para que el factor común de $ax^3y + 4x^4y^2 - 6x^ay^3$ sea $2x^2y$.

Observando el tercer término, si $a > 2$ el factor común de los tres términos tendría x elevado a 3, lo cual no es posible; y si $a < 2$ el factor común de los tres términos tendría x elevado a un número menor que 2. Por tanto, la única solución es $a = 2$.

024 Desarrollar los siguientes cuadrados.

a) $(x + 7)^2$

b) $(2a + 1)^2$

c) $(6 + x)^2$

d) $(3a^2 + 2b)^2$

a) $x^2 + 14x + 49$

b) $4a^2 + 4a + 1$

c) $36 + 12x + x^2$

d) $9a^4 + 12a^2b + 4b^2$

e) $(x - 4)^2$

f) $(3a - b)^2$

g) $(5 - x)^2$

h) $(2b^2 - 5b^3)^2$

e) $x^2 - 8x + 16$

f) $9a^2 - 6ab + b^2$

g) $25 - 10x + x^2$

h) $4b^4 - 20b^5 + 25b^6$

025 Desarrollar.

a) $(3x^3 - a^2)^2$

b) $(x^2 + x^3)^2$

c) $(2x + x^3)^2$

d) $(6ab^2 - 2y)^2$

a) $9x^6 - 6x^3a^2 + a^4$

b) $x^4 + 2x^5 + x^6$

c) $4x^2 + 4x^4 + x^6$

d) $36a^2b^4 - 24ab^2y - 4y^2$

026 Expresar como cuadrado de una suma o una diferencia, según convenga.

a) $x^2 + 6x + 9$

b) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

a) $(x + 3)^2$

b) $(2x - 3y)^2$

c) $x^2 + 4xy + 4y^2$

d) $x^4 + 2x^2 + 1$

c) $(x + 2y)^2$

d) $(x^2 + 1)^2$

027 Calcular los siguientes productos.

a) $(x + 7) \cdot (x - 7)$

a) $x^2 - 49$

b) $(7x + 4y) \cdot (7x - 4y)$

b) $49x^2 - 16y^2$

028 Estudia si estas expresiones se pueden expresar como suma por diferencia.

- a) $x^2 - 1$ b) $x^4 - 9$ c) $16 - x^2$
 a) $(x + 1) \cdot (x - 1)$ b) $(x^2 + 3) \cdot (x^2 - 3)$ c) $(4 - x) \cdot (4 + x)$

029 Expresa en forma de producto.

- a) $4x^2 - 4x + 1$ c) $100x^2 - 4z^6$
 b) $9a^2 - 30ab + 25b^2$
 a) $(2x - 1)^2$ b) $(3a - 5b)^2$ c) $(10x + 2z^3) \cdot (10x - 2z^3)$

030 Observa el ejemplo y calcula mentalmente.

$$1.000^2 - 999^2 = (1.000 + 999) \cdot (1.000 - 999) = 1.999 \cdot 1 = 1.999$$

- a) $46^2 - 45^2$ b) $120^2 - 119^2$ c) $500^2 - 499^2$
 a) 91 b) 239 c) 999

031 Simplifica las fracciones algebraicas.

- a) $\frac{x^3}{xy}$ b) $\frac{5x^3y^2}{3xy}$ c) $\frac{6x^2y}{3x^2y^2}$ d) $\frac{4x^2y}{4xy}$
 a) $\frac{x^2}{y}$ b) $\frac{5x^2y}{3}$ c) $\frac{2}{y}$ d) x

032 Simplifica: a) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$ b) $\frac{x^2 - 9}{2x - 6}$

a) $\frac{(x - 2)^2}{x - 2} = x - 2$ b) $\frac{(x + 3) \cdot (x - 3)}{2(x - 3)} = \frac{x + 3}{2}$

033 Calcula a para que $\frac{4x^2 + 4ax + a^2}{2x + 3} = 2x + 3$.

$$4x^2 + 4ax + a^2 = (2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9 \rightarrow a = 3$$

ACTIVIDADES

034 Indica si las siguientes expresiones son o no monomios.

- a) $2x^2 + yz$ c) $5x^5y^2$ e) $\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y$
 b) $\frac{2x^2y^{-4}}{11}$ d) \sqrt{xyz} f) $3ab + 2a^2$

- a) No monomio. c) Monomio. e) No monomio.
 b) Monomio. d) Monomio. f) No monomio.

039 Haz las siguientes operaciones.

- a) $-xz + 6xz + xyz - 8xz$ c) $9c^9 - c^9 - c^9 + 10c^9$
 b) $9a^2b - 2a^2b + 8a^2b - a^2b$ d) $8xy + 7xy - xy + 3xy - xy$
 a) $-3xz + xyz$ b) $14a^2b$ c) $17c^9$ d) $16xy$

040 Realiza estas multiplicaciones.

- a) $xy \cdot 3xy \cdot (-6xy)$ c) $8xy^2 \cdot 7xy$
 b) $ab \cdot a^2b \cdot 7b \cdot ab$ d) $15x^9 \cdot (-3x^9)$
 a) $-18x^3y^3$ b) $7a^4b^3$ c) $4y$ d) $-45x^{18}$

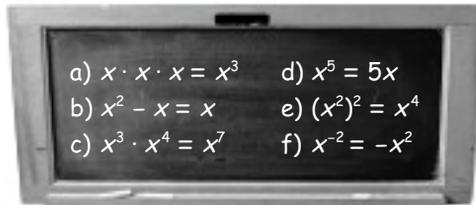
041 Efectúa las siguientes divisiones de monomios.

- a) $9xy : 3xy$ c) $15x^8 : 5x^8$ e) $15x^9 : 3x^9$
 b) $9ab : ab$ d) $8xy^2 : 2xy^2$ f) $32x^7 : 8x^4$
 a) 3 b) 9 c) 3 d) 4 e) 5 f) $4x^3$

042 Calcula y simplifica el resultado todo lo que puedas.

- a) $2x^2 - 5(-x^2) + 8x^2 - (2x) \cdot (3x)$
 b) $2x \cdot (-y) + 7xy - yx + (-4x) \cdot (-5y)$
 c) $3x^2 - (-x)^2 + 3(-x^2) + (-3) \cdot (-x)^2$
 d) $(2xy - 3xy + 7xy) \cdot (2ab)$
 e) $(x^2 - 3x^2 + 6x^2 - 2x^2) \cdot (-5zx)$
 a) $2x^2 + 5x^2 + 8x^2 - 6x^2 = 9x^2$ d) $(6xy) \cdot (2ab) = 12xyab$
 b) $-2xy + 7xy - yx + 20xy = 24xy$ e) $(2x^2) \cdot (-5zx) = -10x^3z$
 c) $3x^2 - x^2 - 3x^2 - 3x^2 = -4x^2$

043 Razona si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas.



- a) Verdadera: $x \cdot x \cdot x = x^{1+1+1} = x^3$.
 b) Falsa, pues no podemos restar potencias con la misma base y distinto exponente.
 c) Verdadera: $x^3 \cdot x^4 = x^{3+4} = x^7$.
 d) Falsa, ya que una potencia consiste en multiplicar un determinado número de veces la base, y no sumarla.
 e) Verdadera: $(x^2)^2 = x^{2 \cdot 2} = x^4$.
 f) Falsa: $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$.

Polinomios

044 Indica el grado, el término independiente y el polinomio opuesto de los polinomios.

- a) $P(x) = -x^3 + x^2 - 7x - 2$ d) $S(x) = 8$
 - b) $Q(x) = -x^2 + 2x + 6$ e) $T(x) = 12x - x^2 + x^4$
 - c) $R(x) = x + 1$ f) $U(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{6}$
- a) Grado 3 Término independiente: -2 Opuesto: $x^3 - x^2 + 7x + 2$
b) Grado 2 Término independiente: 6 Opuesto: $x^2 - 2x - 6$
c) Grado 1 Término independiente: 1 Opuesto: $-x - 1$
d) Grado 0 Término independiente: 8 Opuesto: -8
e) Grado 4 Término independiente: 0 Opuesto: $-x^4 + x^2 - 12x$
f) Grado 2 Término independiente: $-\frac{1}{6}$ Opuesto: $-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{6}$

045 Razona si es cierto o falso.

- a) Un polinomio es la suma de dos monomios.
 - b) El grado de un polinomio es el mayor de los grados de los monomios que lo forman.
 - c) Los coeficientes de un polinomio son siempre números naturales.
 - d) Todo polinomio tiene un término donde aparece x^2 .
- a) Falso. Un polinomio es la suma o resta de dos o más monomios.
b) Verdadero.
c) Falso. Los coeficientes son cualquier tipo de número.
d) Falso. La variable no tiene por qué ser x , y no es necesario que tenga un término de grado 2.

046 Reduce los siguientes polinomios.

- a) $P(x) = -x^2 - x - 2 - x^3 + x^2 - x - 2$
 - b) $Q(x) = -x^2 + x^2 + 6 - x + x^2 - 7x - 2$
 - c) $R(x) = x + 1 - x + x^2$
 - d) $S(x) = 8 - x + 34 - x + 324$
 - e) $T(x) = x^4 + x^4 - x^3 + x^2 - 7x - 2$
 - f) $U(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{6} - \frac{2}{7}x^2$
- a) $P(x) = -x^3 - 2x - 4$
b) $Q(x) = x^2 - 8x + 4$
c) $R(x) = x^2 + 1$
d) $S(x) = -2x + 364$
e) $T(x) = 2x^4 - x^3 + x^2 - 7x - 2$
f) $U(x) = \frac{3}{7}x^2 - x - \frac{1}{6}$

047 Calcula el valor numérico de cada polinomio para los valores de la variable.

- a) $A(x) = x + 1$, para $x = 1$
- b) $B(x) = \frac{1}{2}x^4 + 3$, para $x = 2$
- c) $C(x) = 4x^5 - x^2 + 3$, para $x = -1$
- d) $D(x) = -9x^4 + 7x^2 + 5$, para $x = 1$
- e) $E(x) = x^3 + x^2 + x + 2$, para $x = -2$
- f) $F(x) = x^4 + x^4 - x^3 + x^2 - 7x - 2$, para $x = 0$
- g) $G(x) = -14$, para $x = -2$

- a) $A(1) = 1 + 1 = 2$
- b) $B(2) = 8 + 3 = 11$
- c) $C(-1) = -4 - 1 + 3 = -2$
- d) $D(1) = -9 + 7 + 5 = 3$
- e) $E(-2) = -8 + 4 - 2 + 2 = -4$
- f) $F(0) = -2$
- g) $G(-2) = -14$

048 Halla los valores numéricos para el polinomio:

$$P(x, y) = 2x^2y + xy^2 - 3xy + 5x - 6y + 9$$

- a) $P(0, 0)$ c) $P(-1, 1)$ e) $P(1, 2)$
- b) $P(1, 1)$ d) $P(1, -1)$ f) $P(2, 1)$

- a) $P(0, 0) = 2 \cdot 0^2 \cdot 0 + 0 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 6 \cdot 0 + 9 = 9$
- b) $P(1, 1) = 2 \cdot 1^2 \cdot 1 + 1 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 \cdot 1 + 5 \cdot 1 - 6 \cdot 1 + 9 = 8$
- c) $P(-1, 1) = 2 \cdot (-1)^2 \cdot 1 + (-1) \cdot 1^2 - 3 \cdot (-1) \cdot 1 + 5 \cdot (-1) - 6 \cdot 1 + 9 = 2$
- d) $P(1, -1) = 2 \cdot 1^2 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot 1 \cdot (-1) + 5 \cdot 1 - 6 \cdot (-1) + 9 = 11$
- e) $P(1, 2) = 2 \cdot 1^2 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2 - 3 \cdot 1 \cdot 2 + 5 \cdot 1 - 6 \cdot 2 + 9 = 4$
- f) $P(2, 1) = 2 \cdot 2^2 \cdot 1 + 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 - 6 \cdot 1 + 9 = 17$

049 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA EL COEFICIENTE DE UN POLINOMIO CONOCIENDO UNO DE SUS VALORES NUMÉRICOS?

Calcula el valor de k en el polinomio $P(x) = x^2 - x + k$, si $P(2) = 5$.

PRIMERO. Se sustituye, en el polinomio, la variable por su valor.

$$P(x) \xrightarrow{x=2} \left. \begin{array}{l} P(2) = 2^2 - 2 + k = 2 + k \\ P(2) = 5 \end{array} \right\} \rightarrow 2 + k = 5$$

SEGUNDO. Se despeja k en la ecuación resultante.

$$2 + k = 5 \rightarrow k = 5 - 2 = 3$$

Polinomios

050

Calcula el valor de k en cada polinomio, sabiendo que $P(1) = 6$.



a) $P(x) = kx^7 + x^3 + 3x + 1$

d) $P(x) = kx^6 - kx^3 + kx + k$

b) $P(x) = kx^4 + kx^3 + 4$

e) $P(x) = k$

c) $P(x) = 9x^5 + kx^2 + kx - k$

a) $k + 1 + 3 + 1 = 6 \rightarrow k = 1$

d) $k - k + k + k = 6 \rightarrow k = 3$

b) $k + k + 4 = 6 \rightarrow k = 1$

e) $k = 6$

c) $9 + k + k - k = 6 \rightarrow k = 3$

051

Dados los polinomios:



$P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6$

$R(x) = 3x^2 - x + 1$

$Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1$

$S(x) = 2x + 3$

calcula.

a) $P(x) + Q(x)$

c) $P(x) - S(x)$

e) $P(x) + R(x)$

g) $Q(x) - R(x)$

b) $Q(x) + P(x)$

d) $Q(x) - P(x)$

f) $R(x) + S(x)$

h) $R(x) - P(x)$

a) $(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) =$
 $= 2x^5 + 5x^3 + 3x^2 - 4x - 7$

b) $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) + (2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) =$
 $= 2x^5 + 5x^3 + 3x^2 - 4x - 7$

c) $(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) - (2x + 3) =$
 $= 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + x - 9$

d) $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) - (2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) =$
 $= -2x^5 + 6x^4 - 9x^3 + 7x^2 - 10x + 5$

e) $(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^2 - x + 1) =$
 $= 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 + x^2 + 2x - 5$

f) $(3x^2 - x + 1) + (2x + 3) = 3x^2 + x + 4$

g) $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) - (3x^2 - x + 1) = 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 6x - 2$

h) $(3x^2 - x + 1) - (2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) =$
 $= -2x^5 + 3x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 4x + 7$

052

Suma y resta los siguientes polinomios.



a) $P(x) = -7x + 4$; $Q(x) = 2x + 5$

b) $P(x) = -3x^2 + 1$; $Q(x) = -x^2 + 2x$

c) $P(x) = -3x^2 + 1$; $Q(x) = -x^2 + 2x + 6$

d) $P(x) = -5x^3 + x^2 - 7x - 2$; $Q(x) = 5x^3 + x^2 + 4x - 2$

e) $P(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2xy - \frac{3}{2}y^2$; $Q(x) = x^2 - xy - y^2$

f) $P(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2xy - \frac{3}{2}y^2$; $Q(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2xy - \frac{2}{3}y^2$

g) $P(x) = x^2 - \frac{x}{2} - 3$; $Q(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x - 1$

h) $P(x) = x^2 - 5x - 3$; $Q(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}$

- | | |
|---|--|
| a) Suma: $-5x + 9$ | Resta: $-9x - 1$ |
| b) Suma: $-4x^2 + 2x + 1$ | Resta: $-2x^2 - 2x + 1$ |
| c) Suma: $-4x^2 + 2x + 7$ | Resta: $-2x^2 - 2x - 5$ |
| d) Suma: $2x^2 - 3x - 4$ | Resta: $-10x^3 - 11x$ |
| e) Suma: $\frac{3}{2}x^2 - 3xy - \frac{5}{2}y^2$ | Resta: $-\frac{1}{2}x^2 - xy - \frac{1}{2}y^2$ |
| f) Suma: $\frac{5}{6}x^2 - 4xy - \frac{13}{6}y^2$ | Resta: $\frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}y^2$ |
| g) Suma: $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x - 4$ | Resta: $\frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{6}x - 2$ |
| h) Suma: $\frac{1}{2}x^2 - 5x - \frac{8}{3}$ | Resta: $\frac{3}{2}x^2 - 5x - \frac{10}{3}$ |

053 Dados los polinomios:

$$P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6 \qquad R(x) = 3x^2 - x + 1$$

$$Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1 \qquad S(x) = 2x + 3$$

calcula.

- | | |
|--------------------------------|------------------------------------|
| a) $P(x) + Q(x) + R(x) + S(x)$ | c) $[P(x) + Q(x)] - [R(x) + Q(x)]$ |
| b) $P(x) - R(x) + S(x) - Q(x)$ | d) $[P(x) - Q(x)] - [R(x) - Q(x)]$ |
- a) $(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) + (3x^2 - x + 1) + (2x + 3) = 2x^5 + 5x^3 + 6x^2 - 3x - 3$
- b) $(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) - (3x^2 - x + 1) + (2x + 3) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) = 2x^5 - 6x^4 + 9x^3 - 10x^2 + 13x - 3$
- c) $[(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] + [(3x^2 - x + 1) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] = (2x^5 + 5x^3 + 3x^2 - 4x - 7) - (3x^4 - 2x^3 + 8x^2 - 8x) = -2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 5x^2 + 4x - 7$
- d) $[(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] + [(3x^2 - x + 1) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] = [2x^5 - 6x^4 + 9x^3 - 7x^2 + 10x - 5] - [-3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 6x + 2] = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 5x^2 + 4x - 7$

054 Halla cuál es el polinomio $Q(x)$ que hay que sumar a $P(x) = x^2 + 2x - 1$ para obtener como resultado $R(x)$.

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| a) $R(x) = x - 1$ | d) $R(x) = -7x^2 - 3x$ |
| b) $R(x) = 2x^2 - x - 6$ | e) $R(x) = x^3 - x$ |
| c) $R(x) = 5x^2 - x + 1$ | f) $R(x) = x^3 - x^2$ |

$$Q(x) = R(x) - P(x)$$

- | | |
|---------------------------|---------------------------------|
| a) $Q(x) = -x^2 - x$ | d) $Q(x) = -8x^2 - 5x + 1$ |
| b) $Q(x) = x^2 - 3x - 5$ | e) $Q(x) = x^3 - x^2 - 3x + 1$ |
| c) $Q(x) = 4x^2 - 3x + 2$ | f) $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ |

Polinomios

055

Dados los polinomios:

$$P(x) = 2x^6 - 7x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$$

$$Q(x) = 3x^5 - 2x^3 + x^2 - x - 1$$

$$R(x) = x^2 - x + 1$$

calcula.

a) $P(x) \cdot Q(x)$ b) $Q(x) \cdot R(x)$ c) $P(x) \cdot R(x)$ d) $R(x) \cdot R(x)$

$$\begin{aligned} \text{a) } (2x^6 - 7x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1) \cdot (3x^5 - 2x^3 + x^2 - x - 1) &= \\ &= 6x^{11} - 25x^9 + 8x^8 + 6x^7 - 10x^6 + 10x^5 + x^4 + 3x^3 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (3x^5 - 2x^3 + x^2 - x - 1) \cdot (x^2 - x + 1) &= \\ &= 3x^7 - 3x^6 + x^5 + 3x^4 - 4x^3 + x^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (2x^6 - 7x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1) \cdot (x^2 - x + 1) &= \\ &= 2x^8 - 2x^7 - 5x^6 + 9x^5 - 11x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 1 \end{aligned}$$

$$\text{d) } (x^2 - x + 1) \cdot (x^2 - x + 1) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$$

056

Dados los polinomios:

$$P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6$$

$$R(x) = 3x^2 - x + 1$$

$$Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1$$

$$S(x) = 2x + 3$$

calcula.

a) $[P(x) - Q(x)] \cdot S(x)$

c) $[P(x) + Q(x) + R(x)] \cdot S(x)$

b) $[R(x) - Q(x)] \cdot S(x)$

d) $[P(x) + Q(x) - R(x)] \cdot S(x)$

$$\begin{aligned} \text{a) } [(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] \cdot (2x + 3) &= \\ &= (2x^5 - 6x^4 + 9x^3 - 7x^2 + 10x - 5) \cdot (2x + 3) = \\ &= 4x^6 - 6x^5 + 13x^3 - x^2 + 20x - 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } [(3x^2 - x + 1) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] \cdot (2x + 3) &= \\ &= (-3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 6x + 2) \cdot (2x + 3) = \\ &= -6x^5 - 5x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 22x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } [(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) + \\ + (3x^2 - x + 1)] \cdot (2x + 3) &= (2x^5 + 5x^3 + 6x^2 - 5x - 6) \cdot (2x + 3) = \\ &= 4x^6 + 6x^5 + 10x^4 + 27x^3 + 8x^2 - 27x - 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } [(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) - \\ - (3x^2 - x + 1)] \cdot (2x + 3) &= (2x^5 + 5x^3 - 3x - 8) \cdot (2x + 3) = \\ &= 4x^6 + 6x^5 + 10x^4 + 15x^3 - 6x^2 - 25x - 24 \end{aligned}$$

057

Realiza las siguientes operaciones.

$$\text{a) } \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x\right) - \left(\frac{5}{4}x + 7\right) + \left(\frac{7}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + 3\right)$$

$$\text{b) } \left(\frac{5}{3}x^3 - \frac{2}{5}x^2 + x - 7\right) \cdot \left(\frac{5}{2}x^2 - 3x\right)$$

$$\text{c) } \frac{2}{5}x^2 \cdot (x^3 - 3x^2 + x - 1) - x^3 \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{2}{3}\right)$$

$$\text{d) } \frac{5}{6}x \cdot (x^5 - x^2 + 3x - 1) - x^5 \cdot \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{4}{3}\right)$$

$$a) \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{2}\right)x^2 - \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4} - \frac{9}{4}\right)x + (-7 + 3) = 4x^2 - \frac{11}{4}x - 4$$

$$b) \frac{25}{6}x^5 - 6x^4 + \frac{37}{10}x^3 - \frac{41}{2}x^2 + 21x$$

$$c) \left(\frac{2}{5}x^5 - \frac{6}{5}x^4 + \frac{2}{5}x^3 - \frac{2}{5}x^2\right) - \left(\frac{1}{2}x^5 - x^4 + \frac{2}{3}x^3\right) = \\ = -\frac{1}{10}x^5 + \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{15}x^3 - \frac{2}{5}x^2$$

$$d) \left(\frac{5}{6}x^6 - \frac{5}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{6}x\right) - \left(-\frac{5}{2}x^6 + \frac{4}{3}x^5\right) = \\ = -\frac{1}{3}x^7 + \frac{10}{3}x^6 - \frac{4}{3}x^5 - \frac{5}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{6}x$$

058 Divide.

- a) $(4x^4 + 3x^3 - 5x^2 + x + 7) : (x - 1)$
- b) $(4x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 5) : (x + 1)$
- c) $(7x^5 + 4x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x - 1) : (x^2 + x)$
- d) $(x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 3) : (x^2 + x + 1)$
- e) $(4x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 2x + 3) : (x^2 - x - 2)$

$$a) \begin{array}{r} 4x^4 + 3x^3 - 5x^2 + x + 7 \\ - 4x^4 + 4x^3 \\ \hline 7x^3 - 5x^2 + x + 7 \\ - 7x^3 + 7x^2 \\ \hline 2x^2 + x + 7 \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline 3x + 7 \\ - 3x + 3 \\ \hline 10 \end{array} \begin{array}{l} x - 1 \\ \hline 4x^3 + 7x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

$$b) \begin{array}{r} 4x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 5 \\ - 4x^4 - 4x^3 \\ \hline - 6x^3 + 3x^2 - 2x + 5 \\ 6x^3 + 6x^2 \\ \hline 9x^2 - 2x + 5 \\ - 9x^2 - 9x \\ \hline - 11x + 5 \\ 11x + 11 \\ \hline 16 \end{array} \begin{array}{l} x + 1 \\ \hline 4x^3 - 6x^2 + 9x - 11 \end{array}$$

Polinomios

$$\begin{array}{r}
 \text{c) } 7x^5 + 4x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x - 1 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + x \\ 7x^3 - 3x^2 + 6x - 11 \end{array} \right. \\
 \underline{- 7x^5 - 7x^4} \\
 - 3x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x - 1 \\
 \underline{3x^4 + 3x^3} \\
 6x^3 - 5x^2 + 2x - 1 \\
 \underline{- 6x^3 - 6x^2} \\
 - 11x^2 + 2x - 1 \\
 \underline{11x^2 + 11x} \\
 13x - 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{d) } x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 3 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + x + 1 \\ x^2 - 3x + 3 \end{array} \right. \\
 \underline{- x^4 - x^3 - x^2} \\
 - 3x^3 - x + 3 \\
 \underline{3x^3 + 3x^2 + 3x} \\
 3x^2 + 2x + 3 \\
 \underline{- 3x^2 - 3x - 3} \\
 - x
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{e) } 4x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 2x + 3 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - x - 2 \\ 4x^2 + 2x + 17 \end{array} \right. \\
 \underline{- 4x^4 + 4x^3 + 8x^2} \\
 2x^3 + 15x^2 - 2x + 3 \\
 \underline{- 2x^3 + 2x^2 + 4x} \\
 17x^2 + 2x + 3 \\
 \underline{- 17x^2 + 17x + 34} \\
 19x + 37
 \end{array}$$

059 Desarrolla.



- | | | |
|----------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $(3x + 2)^2$ | d) $(7x^3 + 4x^2)^2$ | g) $(x^4 + 3x^5) \cdot (x^4 - 3x^5)$ |
| b) $(3x - 2)^2$ | e) $(2x + 7) \cdot (2x - 7)$ | h) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$ |
| c) $(3x^2 - 2x)^2$ | f) $(2x^2 + 3x) \cdot (2x^2 - 3x)$ | |
| a) $9x^2 + 12x + 4$ | e) $4x^2 - 49$ | |
| b) $9x^2 - 12x + 4$ | f) $4x^4 - 9x^2$ | |
| c) $9x^4 - 12x^3 + 4x^2$ | g) $x^8 - 9x^{10}$ | |
| d) $49x^6 + 56x^5 + 16x^4$ | h) $4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$ | |

060 Desarrolla estos cuadrados.



- | | | |
|----------------------|------------------------------|------------------|
| a) $(x + 5)^2$ | c) $(-y - 8)^2$ | e) $(-x - y)^2$ |
| b) $(2y - 7)^2$ | d) $(xy - 6x)^2$ | f) $(x + 2xy)^2$ |
| a) $x^2 + 10x + 25$ | d) $x^2y^2 - 12x^2y + 36x^2$ | |
| b) $4y^2 - 28y + 49$ | e) $x^2 + 2xy + y^2$ | |
| c) $y^2 + 16y + 64$ | f) $x^2 + 2x^2y + 4x^2y^2$ | |

061 Completa las siguientes igualdades.

a) $(2x + 3)^2 = \square + 12x + \square$ c) $(9 + 7x) \cdot (9 - 7x) = \square - \square$

b) $(5 - 3x)^2 = 25 - \square + \square x^2$ d) $(\square + \square)^2 = x^4 + 2x^3 + x^2$

a) $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

b) $(5 - 3x)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3x + (3x)^2 = 25 - 30x + 9x^2$

c) $(9 + 7x) \cdot (9 - 7x) = 9^2 - (7x)^2 = 81 - 49x^2$

d) $x^4 + 2x^3 + x^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot x + x^2 = (x^2 + x)^2$

062 HAZLO ASÍ

Realiza la siguiente operación.

$$(2x - 3)^2 - (2 + x)^2$$

PRIMERO. Se desarrolla el polinomio aplicando los resultados de las igualdades notables.

$$(2x - 3)^2 - (2 + x)^2 = (4x^2 - 12x + 9) - (4 + 4x + x^2)$$

SEGUNDO. Se quitan los paréntesis, teniendo en cuenta los signos.

$$(4x^2 - 12x + 9) - (4 + 4x + x^2) = 4x^2 - 12x + 9 - 4 - 4x - x^2$$

TERCERO. Se reduce el polinomio.

$$4x^2 - 12x + 9 - 4 - 4x - x^2 = 3x^2 - 16x + 5$$

Por tanto: $(2x - 3)^2 - (2 + x)^2 = 3x^2 - 16x + 5$.

063 Desarrolla y simplifica las siguientes expresiones.

a) $5x^2 + (2x^2 + 1)^2 - 2x^4 - (x - 1)^2$

b) $(x - 1)^2 - (x^2 + x + 1)$

c) $(5x + 5)^2 - (5x - 5)^2$

d) $(2x^3 - 3x^2)^2 - (2x + 2) \cdot (2x - 2)$

e) $(x + 6)^2 - (x - 6)^2 - (x - 5) \cdot (x + 5)$

f) $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 + (2x + 1) \cdot (3x + 2)$

a) $5x^2 + (2x^2 + 1)^2 - 2x^4 - (x - 1)^2 = 5x^2 + 4x^4 + 4x^2 + 1 - 2x^4 - x^2 + 2x - 1 = 2x^4 + 8x^2 + 2x$

b) $(x - 1)^2 - (x^2 + x + 1) = x^2 - 2x + 1 - x^2 - x - 1 = -3x$

c) $(5x + 5)^2 - (5x - 5)^2 = [(5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 5 + 5^2] -$

$[(5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 5 + 5^2] = 25x^2 + 50x + 25 - 25x^2 + 50x - 25 = 100x$

d) $(2x^3 - 3x^2)^2 - (2x + 2) \cdot (2x - 2) = (2x^3)^2 - 2 \cdot 2x^3 \cdot 3x^2 + (3x^2)^2 -$

$[(2x)^2 - 2^2] = 4x^6 - 12x^5 + 9x^4 - 4x^2 + 4$

e) $(x + 6)^2 - (x - 6)^2 - (x - 5) \cdot (x + 5) =$

$= x^2 + 12x + 36 - x^2 + 12x - 36 - x^2 + 25 = -x^2 + 24x + 25$

f) $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 + (2x + 1) \cdot (3x + 2) =$

$= (2x)^2 + 2 \cdot 2x + 1 - ((2x)^2 - 2 \cdot 2x + 1) + 6x^2 + 4x + 3x + 2 =$

$= 4x^2 + 4x + 1 - 4x^2 + 4x - 1 + 6x^2 + 7x + 2 = 6x^2 + 15x + 2$

Polinomios

064 Expresa estos polinomios como el cuadrado de una suma o diferencia.



a) $9x^2 + 18x + 9$

c) $x^2 + 16x + 64$

b) $16x^2 - 16x + 4$

d) $4x^2 + 4x + 1$

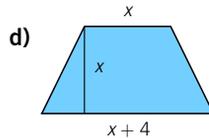
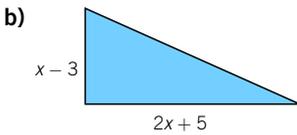
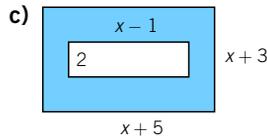
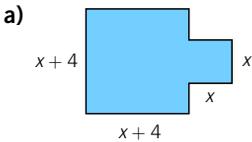
a) $3^2x^2 + 2 \cdot 3 \cdot 3x + 3^2 = (3x + 3)^2$

b) $4^2x^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2x + 2^2 = (4x - 2)^2$

c) $1^2x^2 + 2 \cdot 1 \cdot 8x + 8^2 = (x + 8)^2$

d) $2^2x^2 + 2 \cdot 2 \cdot 1x + 1^2 = (2x + 1)^2$

065 Expresa el área de cada figura mediante un polinomio. Simplifica su expresión.



a) $(x + 4)^2 + x^2 = 2x^2 + 8x + 16$

b) $\frac{(x - 3) \cdot (2x + 5)}{2} = x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{15}{2}$

c) $(x + 5) \cdot (x + 3) - 2(x - 1) = x^2 + 8x + 15 - 2x + 2 = x^2 + 6x + 17$

d) $\frac{x + (x + 4)}{2} \cdot x = x^2 + 2x$

066 Escribe los polinomios como producto de dos factores.



a) $x^2 - 16$

d) $x^2 - 4x + 4$

b) $x^4 - 36$

e) $16x^2 - 24xy + 9y^2$

c) $4x^2 - 25$

f) $16x^4 + 24x^2 + 9$

a) $(x + 4) \cdot (x - 4)$

d) $(x - 2)^2$

b) $(x^2 + 6) \cdot (x^2 - 6)$

e) $(4x - 3y)^2$

c) $(2x + 5) \cdot (2x - 5)$

f) $(4x^2 + 3)^2$

067 Fíjate en el ejemplo resuelto y completa.



$[(x + 2) + 3] \cdot [(x + 2) - 3] = (x + 2)^2 - 9$

a) $[(3x - y) + 4] \cdot [(3x - y) - 4]$

b) $[(a + b) + c] \cdot [(a + b) - c]$

a) $(3x - y)^2 - 16$

b) $(a + b)^2 - c^2$

068 Extrae factor común en estas expresiones.



a) $3x^2 - 4x$

c) $xy - 6xyz - 5xyzt$

b) $(x + 1) + 3(x + 1)$

d) $3x - 4x^2 - 6x^3$

a) $x(3x - 4)$

c) $xy(1 - 6z - 5zt)$

b) $(x + 1) \cdot (1 + 3) = 4(x + 1)$

d) $x(3 - 4x - 6x^2)$

069 Simplifica estas expresiones aplicando las igualdades notables y extrayendo factor común.



a) $7x^2 - 14x + 7$

e) $(2x + 4) \cdot (x - 2)$

b) $16x^2 + 64x + 64$

f) $(x - 5) \cdot (x^2 + 5x)$

c) $x^3 - 2x^2 + x$

g) $(-x - 7) \cdot (x - 7)$

d) $18x^4 - 12x^2 + 2$

h) $(-x^2 + 5) \cdot (-x^2 - 5)$

a) $7(x^2 - 2x + 1) = 7(x - 1)^2$

b) $16(x^2 + 4x + 4) = 16(x + 2)^2$

c) $x(x^2 - 2x + 1) = x(x - 1)^2$

d) $2(9x^4 - 6x^2 + 1) = 2(3x^2 - 1)^2$

e) $2(x + 2) \cdot (x - 2) = 2(x^2 - 4)$

f) $x(x - 5) \cdot (x + 5) = x(x^2 - 25)$

g) $-(x + 7) \cdot (x - 7) = -(x^2 - 49) = 49 - x^2$

h) $(x^2 - 5) \cdot (x^2 + 5) = x^4 - 25$

070 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE SIMPLIFICAN FRACCIONES ALGEBRAICAS?

Simplifica.
$$\frac{(y^4 - y^3) \cdot (x^2 - 2x + 1)}{xy^2(x - 1)}$$

PRIMERO. Se descomponen el numerador y el denominador en tantos factores como sea posible.

$$\frac{(y^4 - y^3) \cdot (x^2 - 2x + 1)}{xy^2(x - 1)} = \frac{y^3(y - 1) \cdot (x^2 - 2x + 1)}{xy^2(x - 1)} =$$

Se saca factor común a y^3 :
 $y^4 - y^3 = y^3 \cdot (y - 1)$

Cuadrado de una diferencia:
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

$$= \frac{y^3(y - 1) \cdot (x - 1)^2}{xy^2(x - 1)}$$

SEGUNDO. Se dividen el numerador y el denominador entre los factores comunes a ambos.

$$\frac{y^3 \cdot (y - 1) \cdot (x - 1)^2}{x \cdot y^2 \cdot (x - 1)} = \frac{y(y - 1)(x - 1)}{x}$$

Polinomios

071 Simplifica las fracciones algebraicas.

a) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x(x + 1)}$ c) $\frac{y^2(x^2 - 4x + 4)}{x(x - 2)}$

b) $\frac{x^2(x^2 - 4)}{x(x - 2)}$ d) $\frac{(x^2 - 9)(y^2 - 16)}{xy(2x - 6)(y + 4)^2}$

a) $\frac{(x + 1)^2}{x(x + 1)} = \frac{(x + 1)}{x}$

b) $\frac{x^2(x + 2) \cdot (x - 2)}{x(x - 2)} = x(x + 2)$

c) $\frac{y^2(x - 2)^2}{x(x - 2)} = \frac{y^2(x - 2)}{x}$

d) $\frac{(x + 3) \cdot (x - 3) \cdot (y + 4) \cdot (y - 4)}{2xy(x - 3) \cdot (y + 4)^2} = \frac{(x + 3) \cdot (y - 4)}{2xy(y + 4)}$

072 Simplifica las siguientes fracciones algebraicas.

a) $\frac{x^3(x^2 - 16)}{x(x + 4)}$ d) $\frac{(3x - 2)^2}{9x^2 - 4}$

b) $\frac{x(2x^2 - 16x + 32)}{(x^2 - 16)}$ e) $\frac{(6x + 8)^2}{27x^2 - 48}$

c) $\frac{18x^4 - 36x^2 + 18}{9x^2(x - 1)^2}$ f) $\frac{(3x + 12)(x - 4)}{2x^2 - 32}$

a) $\frac{x^2(x - 4) \cdot (x + 4)}{x(x + 4)} = x(x - 4)$

b) $\frac{2x(x - 4)^2}{(x - 4) \cdot (x + 4)} = \frac{2x(x - 4)}{(x + 4)}$

c) $\frac{18(x^2 - 1)^2}{9x^2(x - 1)^2} = \frac{18(x - 1)^2 \cdot (x + 1)^2}{9x^2(x - 1)^2} = \frac{2(x + 1)^2}{x^2}$

d) $\frac{(3x + 2)^2}{(3x + 2) \cdot (3x - 2)} = \frac{(3x + 2)}{(3x - 2)}$

e) $\frac{4(3x + 4)^2}{3(3x + 4) \cdot (3x - 4)} = \frac{4(3x + 4)}{3(3x - 4)}$

f) $\frac{3(x + 4) \cdot (x - 4)}{2(x + 4) \cdot (x - 4)} = \frac{3}{2}$

073 Si $P(x)$ tiene grado 5 y $Q(x)$ tiene grado 2, determina, cuando sea posible, los grados de los polinomios:

a) $P(x) + Q(x)$ c) $P(x) \cdot Q(x)$

b) $P(x) - Q(x)$ d) El cociente y el resto de $P(x) : Q(x)$.

Haz lo mismo si $P(x)$ y $Q(x)$ tienen grado 5.

- a) Grado 5.
 b) Grado 5.
 c) Grado $7 = 5 + 2$.
 d) Cociente \rightarrow Grado $3 = 5 - 2$.
 Resto \longrightarrow Grado menor que 2.

Si $P(x)$ y $Q(x)$ tienen grado 5:

- a) No se puede saber, porque puede ocurrir que algunos de los términos se anulen en la suma, si los coeficientes son opuestos.
 b) No se puede saber, porque quizá alguno de los términos se anulen en la resta, si los coeficientes son opuestos.
 c) Grado $10 = 5 + 5$.
 d) Cociente \rightarrow Grado $0 = 5 - 5$.
 Resto \longrightarrow Grado menor que 5.

074 Las sumas siguientes son cuadrados perfectos.

$$1^2 + 2^2 + 1^2 \cdot 2^2 = 3^2$$

$$2^2 + 3^2 + 2^2 \cdot 3^2 = 7^2$$

...

$$9^2 + 10^2 + 9^2 \cdot 10^2 = 91^2$$

A la vista de estos resultados, ¿sabrías determinar a qué cuadrado es igual la siguiente expresión?

$$x^2 + (x + 1)^2 + x^2(x + 1)^2$$

Comprueba que tu igualdad es correcta.

$$x^2 + (x + 1)^2 + x^2(x + 1)^2 = [x(x + 1) + 1]^2$$

Para demostrar esta fórmula, partimos del segundo miembro:

$$\begin{aligned} [x(x + 1) + 1]^2 &= [x(x + 1)]^2 + 2x(x + 1) + 1 = x^2(x + 1)^2 + 2x(x + 1) + 1 = \\ &= x^2(x + 1)^2 + 2x^2 + 2x + 1 = \\ &= x^2(x + 1)^2 + x^2 + x^2 + 2x + 1 = \\ &= x^2 + (x + 1)^2 + x^2(x + 1)^2 \end{aligned}$$

075 Comprueba con algunos ejemplos que el producto de tres números enteros consecutivos sumado con el número del medio, es siempre un cubo perfecto.

Demuéstralo para cualesquiera tres números enteros consecutivos: $x - 1$, x y $x + 1$.

Ejemplos: $2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 = 27 = 3^3$

$$4 \cdot 5 \cdot 6 + 5 = 125 = 5^3$$

$$9 \cdot 10 \cdot 11 + 10 = 1.000 = 10^3$$

$$(x - 1) \cdot x \cdot (x + 1) + x = (x^3 - x) + x = x^3$$