2 Potencias y raíces

MANIPULA Y REFLEXIONA

Prueba a doblar una hoja de papel unas cuantas veces. Los cuatro primeros pliegues te resultarán fáciles. ¿Puedes doblarla 6 veces?

Respuesta libre.

Con cada plegado el grosor de la hoja se multiplica por 2. Si la hoja tiene 0,1 mm de grosor, ¿qué grosor tendrá después de 3 plegados?, ¿y después de 5 plegados?

Después de 3 plegados tendrá: $0{,}1 \cdot 2^3 = 0{,}8$ mm.

Después de 5 plegados, tendrá: $0{,}1 \cdot 2^5 = 3{,}2$ mm.

¿Qué espesor tenía la hoja de Gallivan tras 12 plegados?

Tras 12 plegados tendrá $0{,}1 \cdot 2^{12} = 409{,}6$ mm.

ANALIZA Y SACA CONCLUSIONES

La distancia media de la Tierra a la Luna es de 384 400 km ¿Es cierto que con 40 pliegues de la sábana de 0,4 mm llegaríamos a la luna? ¿Cuántos pliegues tendríamos que hacer en la hoja de papel para llegar a la Luna?

Con 40 pliegues llegaríamos a la Luna pues $0{,}4 \cdot 2^{40} = 440\,000$ km > 384 400 km.

Tendríamos que hacer 40 pliegues, pues con 39 no llegaríamos ya que $0{,}4 \cdot 2^{39} = 27\,487{,}80$ km.

Mira la fórmula de Gallivan. ¿Qué longitud tendría que tener un papel de 0,1 mm de grosor para poder plegarlo 10 veces?

$$L = \frac{\pi \cdot 0{,}1}{6} \cdot (2^{10} + 4) \cdot (2^{10} - 1) = 55\,063{,}95 \text{ mm} = 55{,}06 \text{ m.}$$

Actividades propuestas

1. Calcula las siguientes potencias de exponente negativo.

a) $3^2;\ -3^2;\ \left(\frac{1}{3}\right)^2$ y $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ **b)** $2^3;\ -2^3;\ \left(\frac{1}{2}\right)^3$ y $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

a) $3^2 = 9$; $-3^2 = -9$; $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ y $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ **b)** $2^3 = 8$; $-2^3 = -8$; $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ y $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$

2. Actividad resuelta

3. Resuelve las siguientes potencias.

a) 3^{-2} ; -3^{-2} y $(-3)^{-2}$

b) 5^3 ; 5^{-3} y $(-5)^{-3}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}, -\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ y $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}, -\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ y $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$

e) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3}, -\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$ y $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}$

f) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}, -\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$ y $-\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}$

a) $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$; $-3^{-2} = -\left(\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{9}$ y $(-3)^{-2} = \left(\frac{1}{-3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

b) $5^3 = 125$; $5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$ y $(-5)^{-3} = \left(\frac{1}{-5}\right)^3 = -\frac{1}{125}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$; $-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{9}{4}$ y $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$; $-\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = -3^2 = -9$ y $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = (-3)^2 = 9$

e) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3} = 5^3 = 125$; $-\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = -5^3 = -125$ y $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} = (-5)^3 = -125$

f) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$; $-\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = -\left(\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$ y $-\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = -\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\left(-\frac{8}{27}\right) = \frac{8}{27}$

4. Actividad resuelta.

5. Simplifica y calcula:

a) $2^{-36} \cdot 2^{32}$

b) $\left(5^2\right)^{-3} : \frac{1}{5^4}$

c) $2^{-21} : \left(\frac{1}{2}\right)^{26}$

d) $\frac{3^7 \cdot 3^3 \cdot 3^{-4}}{3^4}$

a) $2^{-36} \cdot 2^{32} = 2^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} = 0{,}062\,5$

b) $\left(5^2\right)^{-3} : \frac{1}{5^4} = \left(\frac{1}{5}\right)^6 : \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} = 0{,}04$

c) $2^{-21} : \left(\frac{1}{2}\right)^{26} = \left(\frac{1}{2}\right)^{21} : \left(\frac{1}{2}\right)^{26} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 2^5 = 32$

d) $\frac{3^7 \cdot 3^3 \cdot 3^{-4}}{3^4} = \frac{3^6}{3^4} = 3^2 = 9$

6. Actividad resuelta

7. Escribe como potencia de un número primo.

a) $\frac{1}{128}$

b) $\frac{8^3}{(-32)^5}$

c) $\left(\frac{1}{125}\right)^{-6}$

d) $\frac{81^5}{(27)^{-2}}$

a) $\frac{1}{128} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7}$

b) $\frac{8^3}{(-32)^5} = \frac{\left(2^3\right)^3}{\left(-2^5\right)^5} = \frac{2^9}{(-2)^{25}} = -\frac{2^9}{2^{25}} = -2^{-16}$

c) $\left(\frac{1}{125}\right)^{-6} = \left(\frac{1}{5^3}\right)^{-6} = \left(5^3\right)^6 = 5^{18}$

d) $\frac{81^5}{(27)^{-2}} = \frac{\left(3^4\right)^5}{\left(3^3\right)^{-2}} = \frac{3^{20}}{3^{-6}} = 3^{26}$

8. Escribe como una única potencia.

a) $2^3 : 8^{-1} \cdot 2^4$ **b)** $\dfrac{10^2 \cdot \left(10^{-2}\right)^{-1} \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^4}$ **c)** $\left(5^{-3}\right)^{-2} : 25$

a) $2^3 : 8^{-1} \cdot 2^4 = 2^3 : \left(2^3\right)^{-1} \cdot 2^4 = 2^{10}$ **b)** $\dfrac{10^2 \cdot \left(10^{-2}\right)^{-1} \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^4} = \dfrac{10}{10^5} = 10^{-4}$ **c)** $\left(5^{-3}\right)^{-2} : 25 = 5^6 : 5^2 = 5^4$

9. Actividad resuelta.

10. Simplifica las siguientes expresiones y expresa el resultado con potencias de exponente positivo.

a) $\left(6^2\right)^4 \cdot 9^3 \cdot \left(2^6 : 2^4\right)$ **b)** $\left(\dfrac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{9}{25}\right)^{-2}$

a) $(6^2)^4 \cdot 9^3 \cdot (2^6 : 2^4) = (2 \cdot 3)^8 \cdot 3^6 \cdot 2^2 = 2^{10} \cdot 3^{14}$ **b)** $\left(\dfrac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{9}{25}\right)^{-2} = \dfrac{3^4}{5^4} \cdot \left(\dfrac{3^2}{5^2}\right)^{-2} = \dfrac{3^4}{5^4} \cdot \dfrac{3^{-4}}{5^{-4}} = 1$

11. Expresa en notación científica cada medida e indica el orden de magnitud.

a) La distancia media entre el sol y Neptupno: 4 497 000 000 km.

b) La masa de un átomo de hidrógeno: 0,000 000 000 000 000 000 000 001 661 g

a) 4 497 000 000 km = $4{,}497 \cdot 10^9$. El orden de magnitud es 9.

b) 0,000 000 000 000 000 000 000 001 661 g = $1{,}661 \cdot 10^{-24}$ g. El orden de magnitud es – 24.

12. Escribe en notación decimal.

a) $3{,}51 \cdot 10^6$ **b) $2 \cdot 10^{-7}$** **c) $1{,}03 \cdot 10^{-5}$** **d) $9{,}41 \cdot 10^2$**

a) 3 510 000 **b)** 0,000 000 2 **c)** 0,000 010 3 **d)** 941

13. Actividad resuelta.

14. Expresa en notación científica y opera.

a) 0,000 4 + 0,000 89 **c)** $\dfrac{0{,}000\,25 - 0{,}000\,006}{3\,500}$

b) $(30\,000\,000)^3$ **d)** $\dfrac{45\,300 \cdot 200 \cdot 10^3}{0{,}001}$

a) $0{,}000\,4 + 0{,}000\,89 = 4 \cdot 10^{-4} + 8{,}9 \cdot 10^{-4} = 12{,}9 \cdot 10^{-4} = 1{,}29 \cdot 10^{-3}$

b) $(30\,000\,000)^3 = (3 \cdot 10^7)^3 = 27 \cdot 10^{21} = 2{,}7 \cdot 10^{22}$

c) $\dfrac{0{,}000\,25 - 0{,}000\,006}{3\,500} = \dfrac{2{,}5 \cdot 10^{-4} - 6 \cdot 10^{-6}}{3{,}5 \cdot 10^3} = \dfrac{2{,}5 \cdot 10^{-4} - 0{,}06 \cdot 10^{-4}}{3{,}5 \cdot 10^3} = \dfrac{2{,}44 \cdot 10^{-4}}{3{,}5 \cdot 10^3} = 0{,}697 \cdot 10^{-7} = 6{,}97 \cdot 10^{-8}$

d) $\dfrac{45\,300 \cdot 200 \cdot 10^3}{0{,}001} = \dfrac{4{,}53 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot 10^3}{10^{-3}} = 9{,}06 \cdot 10^{12}$

15. Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en notación científica.

a) $(2 \cdot 10^9) \cdot (7{,}3 \cdot 10^{-3})$ **c) $(3{,}6\ 10^{-9}) : (5 \cdot 10^{-11})$**

b) $(2 \cdot 1^{09}) \cdot (7{,}3 \cdot 1^{0-3})$ **d)** $\dfrac{2{,}3 \cdot 10^6 - 1{,}1 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^4}$

a) $(2 \cdot 10^9) \cdot (7{,}3 \cdot 10^{-3}) = 14{,}6 \cdot 10^6 = 1{,}46 \cdot 10^7$ **c)** $3{,}2 \cdot 10^{15} - 3{,}18 \cdot 10^{14} = 2{,}882 \cdot 10^{15}$

b) $(3{,}6\ 10^{-9}) : (5 \cdot 10^{-11}) = 0{,}72 \cdot 10^2 = 7{,}2 \cdot 10$ **d)** $\dfrac{2{,}3 \cdot 10^6 - 1{,}1 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{14}} = \dfrac{2{,}19 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^{14}} = 0{,}73 \cdot 10^{-8} = 7{,}3 \cdot 10^{-9}$

16. La masa de la Luna es 7,349 · 10^{22} kg, aproximadamente, y la de la Tierra 5 972 200 000 000 000 000 000 000 kg.

a) ¿Cuántas veces es mayor la masa de la Tierra que la de la Luna? Expresa el resultado en notación científica.

b) ¿Cuál es el orden de magnitud de la diferencia?

La masa de la Tierra es 5 972 200 000 000 000 000 000 000 kg = 5,972 2 · 10^{24} kg.

a) (5,972 2 · 10^{24}) : (7,349 · 10^{22}) = 0,8127 · 10^2 = 8,127 · 10 veces es mayor la masa de la Tierra que la de la Luna.

b) El orden de magnitud de diferencia es 1.

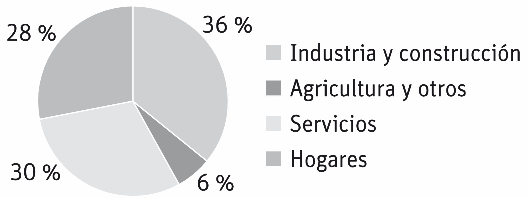
17. En astronomía se usa el año luz como medida de distancia. Es la distancia que recorre la luz en un año y equivale a 9,46 · 10^{12} km. Si el radio de la Vía Láctea es 50 000 años luz, ¿cuánto mide en kilómetros?

50 000 · (9,46 · 10^{12}) = (5 · 10^4) · (9,46 · 10^{12}) = 47,3 · 10^{16} = 4,73 · 10^{17} km mide el radio de la Vía Láctea.

18. El consumo eléctrico medio anual de los hogares españoles es de 1,17 · 10^{10} Julios.

a) Si en España hay 17,1 millones de hogares. ¿Cuál es el consumo anual de electricidad en los hogares españoles?

b) El gasto en electricidad en España se distribuye del siguiente modo:



¿Cuánta electricidad se consume en España en total al año?

a) (1,17 · 10^{10}) · (17,1 · 10^6) = 20,007 · 10^{16} = 2,000 7 · 10^{17} julios es el consumo anual de electricidad.

b) El consumo eléctrico medio anual de los hogares españoles es 2,000 7 · 10^{17} julios, lo que representa el 6% del gasto total en electricidad en España.

Por tanto el gasto total en electricidad en España es (2,000 7 · 10^{17}) : 0,06 = 3,334 5 · 10^{18} julios.

19. Indica el número de raíces en cada caso y calcúlalas.

a) Raíz quinta de 243.

b) Raíz cuadrada de 1024.

c) Raíz cuarta de – 16.

d) Raíz séptima de – 1.

a) Raíz quinta de 243 tiene una raíz positiva: $\sqrt[5]{243} = 3$.

b) Raíz cuadrada de 1024 tiene dos raíces opuestas: $\sqrt{1024} = \pm 32$.

c) Raíz cuarta de – 16 no tiene raíz real por ser una raíz de radicando negativo e índice par.

d) Raíz séptima de – 1 tiene una raíz negativa: $\sqrt[7]{-1} = -1$.

20. ¿Cuál es el valor de estas raíces?

a) $\sqrt[9]{-1}$ **b)** $\sqrt[6]{1}$ **c)** $\sqrt[10]{0}$

a) $\sqrt[9]{-1} = -1$ **b)** $\sqrt[6]{1} = \pm 1$ **c)** $\sqrt[10]{0} = 0$

21. Halla todos los valores de *x* en cada caso.

a) $x^3 = 27$ **b)** $x^{10} = 1$ **c)** $x^2 = -25$ **d)** $x^7 = 0$

a) $x = 3$ **b)** $x = \pm 1$ **c)** Ningún valor **d)** $x = 0$

22. Aplica las propiedades de los radicales y halla:

a) $\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt{9}$ **c)** $\left(\sqrt[5]{9}\right)^{15}$ **e)** $\sqrt[4]{16\cdot 9^2}$

b) $\sqrt[6]{2^{18}\cdot 7^{12}}$ **d)** $\sqrt[4]{16}\cdot\sqrt{9}$ **f)** $\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt{625}}}$

a) $\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt{9}=\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt{3^2}=2\cdot 3=6$

b) $\sqrt[6]{2^{18}\cdot 7^{12}}=\sqrt[6]{\left(2^3\right)^6}\cdot\sqrt[6]{\left(7^2\right)^6}=2^3\cdot 7^2=392$

c) $\left(\sqrt[5]{9}\right)^{15}=\sqrt[5]{9^{15}}=\sqrt[5]{\left(9^3\right)^5}=9^3=729$

d) $\sqrt[4]{16}\cdot\sqrt{9}=\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt{3^2}=2\cdot 3=6$

e) $\sqrt[4]{16\cdot 9^2}=\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{\left(3^2\right)^2}=\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{3^4}=2\cdot 3=6$

f) $\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt{625}}}=\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{4^3}}{\sqrt{25^2}}}=\sqrt{\dfrac{4}{25}}=\sqrt{\dfrac{2^2}{5^2}}=\dfrac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{5^2}}=\dfrac{2}{5}$

23. Actividad resuelta.

24. Simplifica los siguientes radicales y calcula el resultado.

a) $\sqrt[4]{0{,}0081}$ **b)** $\sqrt[3]{8000}$ **c)** $\sqrt[5]{3\,200\,000}$ **d)** $\dfrac{\sqrt{1\,440\,000}}{\sqrt[3]{27}}$

a) $\sqrt[4]{0{,}008\,1}=\sqrt[4]{0{,}3^4}=0{,}3$

b) $\sqrt[5]{3\,200\,000}=\sqrt[5]{2^5\cdot 10^5}=\sqrt[5]{2^5}\cdot\sqrt[5]{10^5}=2\cdot 10=20$

c) $\sqrt[5]{3\,200\,000}=\sqrt[5]{2^5\cdot 10^5}=\sqrt[5]{2^5}\cdot\sqrt[5]{10^5}=2\cdot 10=20$

d) $\dfrac{\sqrt{1\,440\,000}}{\sqrt[3]{27}}=\dfrac{\sqrt{2^8\cdot 3^2\cdot 5^4}}{\sqrt[3]{3^3}}=\dfrac{2^4\cdot 3\cdot 5^2}{3}=2^4\cdot 5^2=400$

25. Actividad resuelta.

26. Calcula los siguientes radicales.

a) $\sqrt[3]{64}$ **c)** $\sqrt{2025}$ **e)** $\sqrt[3]{117\,649}$

b) $\sqrt[4]{625}$ **d)** $\sqrt[5]{537\,824}$ **f)** $\sqrt[6]{46\,656}$

a) $\sqrt[3]{64}=\sqrt[3]{4^3}=4$

b) $\sqrt[4]{625}=\sqrt[4]{5^4}=5$

c) $\sqrt{2025}=\sqrt{3^4}\cdot\sqrt{5^2}=\sqrt{\left(3^2\right)^2}\cdot\sqrt{5^2}=3^2\cdot 5=45$

d) $\sqrt[5]{537\,824}=\sqrt[5]{2^5\cdot 7^5}=\sqrt[5]{2^5}\cdot\sqrt[5]{7^5}=2\cdot 7=14$

e) $\sqrt[3]{117\,649}=\sqrt[3]{7^6}=\sqrt[3]{\left(7^2\right)^3}=7^2=49$

f) $\sqrt[6]{46\,656}=\sqrt[6]{2^6\cdot 3^6}=\sqrt[6]{2^6}\cdot\sqrt[6]{3^6}=2\cdot 3=6$

27. Indica si existen o no los siguientes radicales. En caso afirmativo, calcula su valor.

a) $\left(\sqrt[4]{-16}\right)^4$ **b)** $\sqrt[4]{(-16)^4}$ **c)** $\sqrt[3]{-27^3}$ **d)** $\left(\sqrt[3]{-27}\right)^3$

a) No existe **b)** $\sqrt[4]{(-16)^4}=\sqrt[4]{16^4}=16$ **c)** $\sqrt[3]{-27^3}=-27$ **d)** $\left(\sqrt[3]{-27}\right)^3=-27$

28. ¿Cuánto cartón se necesita para construir un cubo de 6 m^3 de volumen? Expresa el resultado en forma radical.

La arista del cubo mide $a=\sqrt[3]{6}$ m. Como el área total de un cubo es $A = 6a^2$, necesitaremos $6\sqrt[3]{6^2}$ m^2 de cartón.

29. Reduce a índice común los siguientes radicales.

a) $\sqrt{2}$ **y** $\sqrt[4]{3}$ **b)** $\sqrt{5}$ **y** $\sqrt[4]{3^3}$ **c)** $\sqrt[3]{2}$ **y** $\sqrt{7}$ **d)** $\sqrt[3]{5}$ **y** $\sqrt[4]{6}$

a) m.c.m. (2, 4) = 4 $\Rightarrow \sqrt{2}=\sqrt[4]{2^2}$ y $\sqrt[4]{3}$

c) m.c.m. (3, 2) = 6 $\Rightarrow \sqrt[3]{2^2}=\sqrt[6]{2^4}$ y $\sqrt{7}=\sqrt[6]{7^3}$

b) m.c.m. (2, 4) = 4 $\Rightarrow \sqrt{5}=\sqrt[4]{5^2}$ y $\sqrt[4]{3^3}$

d) m.c.m. (3, 4) = 6 $\Rightarrow \sqrt[3]{2^2}=\sqrt[6]{2^4}$ y $\sqrt{7}=\sqrt[6]{7^3}$

30. Actividad resuelta.

31. Compara los siguientes radicales.

a) $\sqrt{2}$, $\sqrt[4]{3}$ y $\sqrt[3]{2^2}$. **b)** $\sqrt[6]{2^5}$, $\sqrt{5}$ y $\sqrt[4]{3^3}$

a) m.c.m. (2, 3, 4) = 12

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{2}=\sqrt[2\cdot 6]{2^6}=\sqrt[12]{64}\\ \sqrt[4]{3}=\sqrt[4\cdot 3]{3^3}=\sqrt[12]{27}\\ \sqrt[3]{2^2}=\sqrt[3\cdot 4]{2^8}=\sqrt[12]{256}\end{array}\right\}\Rightarrow \sqrt[4]{3}<\sqrt{2}<\sqrt[3]{2^2}$$

b) m.c.m. (2, 4, 6) = 12

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt[6]{2^5}=\sqrt[6\cdot 2]{2^{10}}=\sqrt[12]{1024}\\ \sqrt{5}=\sqrt[2\cdot 6]{5^6}=\sqrt[12]{15625}\\ \sqrt[4]{3^3}=\sqrt[4\cdot 3]{3^9}=\sqrt[12]{19683}\end{array}\right\}\Rightarrow \sqrt[6]{2^5}<\sqrt{5}<\sqrt[4]{3^3}$$

32. Extrae factores de los radicales.

a) $\sqrt{3^4\cdot 5^7}$ **b)** $\sqrt[5]{25^4\cdot 81^3}$ **c)** $\sqrt[4]{6^7\cdot 3^9}$ **d)** $\sqrt[4]{11^5\cdot 7^7}$

a) $\sqrt{3^4\cdot 5^7}=\sqrt{3^4}\cdot\sqrt{5^7}=3^2\cdot 5^3\cdot\sqrt{5}=1125\sqrt{5}$

c) $\sqrt[4]{6^7\cdot 3^9}=\sqrt[4]{6^4\cdot 6^3\cdot\left(3^2\right)^4\cdot 3}=6\sqrt[4]{6^3}\cdot 3^2\sqrt[4]{3}=54\sqrt[4]{648}$

b) $\sqrt[5]{25^4\cdot 81^3}=\sqrt[5]{5^8\cdot 3^{12}}=5\sqrt[5]{5^3}\cdot 3^2\sqrt[5]{3^2}=45\sqrt[5]{1125}$

d) $\sqrt[4]{11^5\cdot 7^7}=11\sqrt[4]{11}\cdot 7\sqrt[4]{7^3}=77\sqrt[4]{3773}$

33. Factoriza y extrae factores de los radicales.

a) $\sqrt{3087}$ **b)** $\sqrt[5]{0{,}002\,24}$ **c)** $\sqrt[6]{15\,625}$ **d)** $\sqrt[5]{22\,400\,000}$

a) $\sqrt{3087}=\sqrt{3^2\cdot 7^3}=3\cdot 7\cdot\sqrt{7}=21\sqrt{7}$

c) $\sqrt[6]{15\,625}=\sqrt[6]{5^6}=5$

b) $\sqrt[5]{0{,}002\,24}=\sqrt[5]{2^5\cdot 7\cdot 10^{-5}}=2\cdot\sqrt[5]{7}\cdot 10^{-1}=0{,}2\sqrt[5]{7}$

d) $\sqrt[5]{22\,400\,000}=\sqrt[5]{2^{10}\cdot 5^5\cdot 7}=2^2\cdot 5\cdot\sqrt[5]{7}=20\sqrt[5]{7}$

34. Realiza estas operaciones expresando el resultado de la forma más sencilla posible.

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{5}$ **b)** $\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)^2$ **c)** $\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{16^6}}}$ **d)** $\sqrt[3]{32\cdot\sqrt{2^7}}$

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{5}=\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[6]{5^2}=\sqrt[6]{2^3\cdot 5^2}=\sqrt[6]{200}$

b) $\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{12}\right)^2+2\cdot\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2=12+2\sqrt{36}+3=15+2\sqrt{36}=15+2\cdot\sqrt{6^2}=15+2\cdot 6=27$

c) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{16^6}}}=\sqrt[60]{\left(2^4\right)^6}=\sqrt[60]{2^{24}}=\sqrt[5]{2^2}=\sqrt[5]{4}$

d) $\sqrt[3]{32\cdot\sqrt{2^7}}=\sqrt[3]{32}\cdot\sqrt[6]{2^7}=\sqrt[3]{2^5}\cdot\cdot\sqrt[6]{2^7}=\sqrt[3]{2^3\cdot 2^2}\cdot\cdot\sqrt[6]{2^6\cdot 2}=\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt[6]{2^6}\cdot\sqrt[6]{2}=2\cdot\sqrt[6]{2^4}\cdot 2\cdot\sqrt[6]{2}=4\sqrt[6]{2^5}=4\sqrt[6]{32}$

35. Extrae factores de los radicales y expresa de la forma más sencilla posible.

a) $8\sqrt{2}-\sqrt{32}$ **c)** $2\sqrt{48}-3\sqrt{675}+\sqrt{588}$

b) $\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{75}$ **d)** $\sqrt[3]{375}+\sqrt[3]{81}$

a) $8\sqrt{2}-\sqrt{32}=8\sqrt{2}-\sqrt{2^5}=8\sqrt{2}-4\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

b) $\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{75}=\sqrt{3^3}-\sqrt{2^2\cdot 3}+\sqrt{5^2\cdot 3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

c) $2\sqrt{48}-3\sqrt{675}+\sqrt{588}=2\sqrt{2^4\cdot 3}-3\sqrt{5^2\cdot 3^3}+\sqrt{2^2\cdot 3\cdot 7^2}=8\sqrt{3}-45\sqrt{3}+14\sqrt{3}=-23\sqrt{3}$

d) $\sqrt[3]{375}+\sqrt[3]{81}=\sqrt[3]{5^3\cdot 3}+\sqrt[3]{3^4}=5\sqrt[3]{3}+3\sqrt[3]{3}=8\sqrt[3]{3}$

36. Actividad resuelta.

37. Opera y simplifica al máximo.

a) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2$ b) $\left(3\sqrt{2}-2\right)^2$

a) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 - 2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2 = 5 - 2\sqrt{10} + 2 = 7 - 2\sqrt{10}$

b) $\left(3\sqrt{2}-2\right)^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - 2\cdot 3\sqrt{2}\cdot 2 + 2^2 = 18 - 12\sqrt{2} + 4 = 22 - 12\sqrt{2}$

38. Actividad resuelta.

39. Expresa como potencias de exponente fraccionario si es posible.

a) $\sqrt[5]{3}$ c) $\sqrt{2^5}$ e) $\sqrt[3]{7^9}$

b) $\sqrt[4]{-2^3}$ d) $\sqrt[5]{2^{-4}}$ f) $\left(\sqrt[4]{7^3}\right)^6$

a) $\sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}}$ c) $\sqrt{2^5} = 2^{\frac{5}{2}}$ e) $\sqrt[3]{7^9} = 7^{\frac{9}{3}} = 7^3$

b) $\sqrt[4]{-2^3} = -2^{\frac{3}{4}}$ d) $\sqrt[5]{2^{-4}} = 5^{\frac{-4}{5}}$ f) $\left(\sqrt[4]{7^3}\right)^6 = \sqrt[4]{7^{18}} = 7^{\frac{18}{4}} = 7^{\frac{9}{2}}$

40. Escribe las siguientes potencias de exponente fraccionario como radicales.

a) $7^{\frac{2}{3}}$ c) $\left(5^2\right)^{\frac{3}{7}}$ e) $2^{\frac{5}{3}}$

b) $\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$ d) $3^{\frac{2}{5}}$ f) $\left(3^{\frac{1}{15}}\right)^{10}$

a) $7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$ c) $\left(5^2\right)^{\frac{3}{7}} = 5^{\frac{6}{7}} = \sqrt[7]{5^6}$ d) $2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{2^5}$

b) $\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ d) $3^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^2}$ f) $\left(3^{\frac{1}{15}}\right)^{10} = 3^{\frac{10}{15}} = 3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2}$

41. Actividad resuelta.

42. Escribe como un único radical.

a) $\sqrt[3]{45} : \left(\sqrt{3}\right)^2$ b) $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt[6]{2^5}\right)^{\frac{3}{2}}$ c) $3^{\frac{2}{3}}\cdot 9$ d) $7^{\frac{1}{5}}\cdot\left(6^{\frac{2}{10}}\right)^{\frac{1}{2}}$

a) $\sqrt[3]{45} : \left(\sqrt{3}\right)^2 = \sqrt[3]{3^2\cdot 5} : 3 = \sqrt[6]{3^4\cdot 5^2} : \sqrt[6]{3^6} = \sqrt[6]{3^{-2}\cdot 5^2} = \sqrt[3]{3^{-1}\cdot 5} = \sqrt[3]{\frac{5}{3}}$

b) $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt[6]{2^5}\right)^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}\cdot\left(2^{\frac{5}{6}}\right)^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{15}{12}} = 2^{\frac{6}{12}}\cdot 2^{\frac{15}{12}} = 2^{\frac{21}{12}} = \sqrt[12]{2^{21}}$

c) $3^{\frac{2}{3}}\cdot 9 = 3^{\frac{2}{3}}\cdot 3^2 = 3^{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{3^8}$

d) $7^{\frac{1}{5}}\cdot\left(6^{\frac{2}{10}}\right)^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{5}}\cdot 6^{\frac{1}{10}} = 7^{\frac{2}{10}}\cdot 6^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{7^2\cdot 6}$

43. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\sqrt[3]{5}\cdot 3^{\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{3}{4}}$ **c)** $5^{\frac{1}{2}}\cdot 2\cdot \sqrt[3]{7^4}$

b) $\left(3^2\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\sqrt{2}}\cdot 5^{\frac{1}{6}}$ **d)** $\sqrt[6]{5}\cdot 2^{\frac{1}{3}}$

a) $\sqrt[3]{5}\cdot 3^{\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{3}{4}}=\sqrt[12]{5^4}\cdot\sqrt[12]{3^6}\cdot\sqrt[12]{5^9}=\sqrt[12]{5^{13}\cdot 3^6}=5\sqrt[12]{5\cdot 3^6}$

c) $5^{\frac{1}{2}}\cdot 2\cdot\sqrt[3]{7^4}=\sqrt[6]{5^3}\cdot 2\cdot\sqrt[6]{7^8}=2\cdot 7\sqrt[6]{5^3\cdot 7^2}=14\sqrt[6]{5^3\cdot 7^2}$

b) $\left(3^2\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\sqrt{2}}\cdot 5^{\frac{1}{6}}=\sqrt[12]{3^{16}}\cdot\sqrt[12]{2^3}\cdot\sqrt[12]{2^2}=3\sqrt[12]{3^4\cdot 2^3\cdot 5^2}$

d) $\sqrt[6]{5}\cdot 2^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{1}{6}}\cdot 2^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{1}{6}}\cdot 2^{\frac{2}{6}}=\sqrt[6]{5\cdot 2^2}$

44. Actividad resuelta.

45. Calcula sin utilizar la calculadora.

a) $32^{0,6}$ **b)** $1024^{0,3}$ **c)** $125^{0,\hat{3}}$

a) $32^{0,6}=\left(2^5\right)^{\frac{6}{10}}=2^{\frac{30}{10}}=2^3=8$ **b)** $1024^{0,3}=\left(2^{10}\right)^{\frac{3}{10}}=2^{\frac{30}{10}}=2^3=8$ **c)** $125^{0,\hat{3}}=\left(5^3\right)^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{3}{3}}=5$

46. Indica qué pares de potencias son iguales.

a) $17^{\frac{2}{5}}$ y $17^{\frac{4}{10}}$ **b)** $28^{\frac{5}{8}}$ y $29^{\frac{3}{4}}$ **c)** $11^{\frac{2}{4}}$ y $11^{\frac{15}{30}}$ **d)** $37^{\frac{1}{3}}\cdot 37^{0,\hat{6}}$

a) $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}\Rightarrow 17^{\frac{2}{5}}=17^{\frac{4}{10}}$

c) $\frac{2}{4}=\frac{15}{30}\Rightarrow 11^{\frac{2}{4}}=11^{\frac{15}{30}}$

b) $\frac{5}{8}<\frac{3}{4}$ y $28<29\Rightarrow 28^{\frac{5}{8}}\neq 29^{\frac{3}{4}}$

d) $0,\hat{3}=\frac{2}{3}\Rightarrow 37^{\frac{1}{3}}\neq 37^{0,\hat{3}}$

47. Decide si son verdaderas o falsas las siguientes igualdades.

a) $\sqrt{8^{-3}}=\frac{1}{2^{\frac{18}{4}}}$ **b)** $-\sqrt[5]{2^3}=(-2)^{\frac{5}{3}}$ **c)** $\sqrt[3]{(-2)^5}=-2^{\frac{3}{5}}$ **d)** $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}=3^{\frac{1}{6}}$

a) Verdadera $\sqrt{8^{-3}}=8^{\frac{-3}{2}}=2^{\frac{-9}{2}}=2^{\frac{-18}{4}}=\frac{1}{2^{\frac{18}{4}}}$

c) Falsa $\sqrt[3]{(-2)^5}=(-2)^{\frac{5}{3}}=\left(-2^{\frac{1}{3}}\right)^5=-\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^5=-2^{\frac{5}{3}}$

b) Verdadera $-\sqrt[5]{2^3}=-2^{\frac{5}{3}}=\left(-2^{\frac{1}{3}}\right)^5=(-2)^{\frac{5}{3}}$

d) Falsa $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}=\sqrt[9]{3}=3^{\frac{1}{9}}\neq 3^{\frac{1}{6}}$

48. ¿Qué es mayor $5^{\frac{2}{3}}$ o $10^{\frac{1}{2}}$?

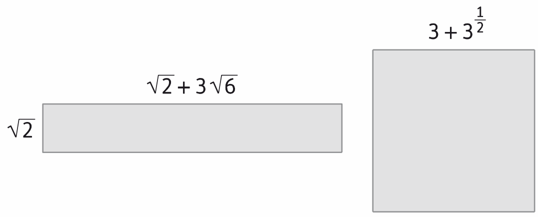
$$\left.\begin{array}{l}5^{\frac{2}{3}}=5^{\frac{4}{6}}=\sqrt[6]{5^4}=\sqrt[6]{625}\\ 10^{\frac{1}{2}}=10^{\frac{3}{6}}=\sqrt[6]{10^3}=\sqrt[6]{1000}\end{array}\right\}\Rightarrow 5^{\frac{2}{3}}<10^{\frac{1}{2}}$$

49. Escribe en forma de potencia estas expresiones.

a) $3^x\cdot 5^x\cdot 6^x$ **b)** $\frac{x}{\sqrt{x}}$ **c)** $\left(\sqrt[3]{x}\right)^2$ **d)** $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{x}}}$

a) $3^x\cdot 5^x\cdot 6^x=90^x$ **b)** $\frac{x}{\sqrt{x}}=\frac{x}{x^{\frac{1}{2}}}=x^{\frac{1}{2}}$ **c)** $\left(\sqrt[3]{x}\right)^2=x^{\frac{2}{3}}$ **d)** $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{x}}}=\sqrt[12]{x}=x^{\frac{1}{12}}$

50. Las medidas de este cuadrado y este rectángulo están dadas en metros.



¿Cuál de ellos tiene mayor área?

$$\left.\begin{array}{l} A_{\text{rectángulo}} = \sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+3\sqrt{6}\right) = 2+3\sqrt{12} = 2+6\sqrt{3}\ \text{m}^2 \\ A_{\text{cuadrado}} = \left(3+3^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 9+6\sqrt{3}+3 = 12+6\sqrt{3}\ \text{m}^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{El área del cuadrado es mayor.}$$

51. Calcula las siguientes potencias.

a) $(-4)^3$ **d)** $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ **g)** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

b) $(-30)^0$ **e)** 1^{-19} **h)** 19^1

c) 0^{16} **f)** $(-1)^{-19}$ **i)** 19^{-1}

a) $(-4)^3 = -64$

b) $(-30)^0 = 1$

c) $0^{16} = 0$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$

e) $1^{-19} = \frac{1}{1^{19}} = 1$

f) $(-1)^{-19} = \frac{1}{(-1)^{19}} = \frac{1}{-1} = -1$

g) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$

h) $19^1 = 19$

i) $19^{-1} = \frac{1}{19}$

52. Utilizando las propiedades de las potencias, escribe las siguientes expresiones como una única potencia.

a) $2^8\cdot 8^{-2} : 4^3$

b) $2^{14}\cdot 5^7 : 10^{-7}$

c) $\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^5}$

d) $\dfrac{\left(2^5\right)^3\cdot 8^3\cdot(2)^{-3}}{4^8 : (-2)^6}$

e) $\dfrac{\left(3^5\right)^3\cdot 27^3\cdot 9^{-3}}{3^8 : (-9)^6}$

f) $\dfrac{2^5\cdot 2\cdot 2^{-4}}{16^3\cdot\left(2^{-3}\right)^2}$

g) $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot 27^2\cdot 81^{-3}}{9^3\cdot\left(\frac{1}{27}\right)^{-2}}$

h) $\dfrac{0{,}001^2\cdot 0{,}1^{-2}}{\left(100^3\right)^4}$

a) $2^8\cdot 8^{-2} : 4^3 = 2^8\cdot\left(2^3\right)^{-2} : \left(2^2\right)^3 = 2^8\cdot 2^{-6} : 2^6 = 2^{-4}$

b) $2^{14}\cdot 5^7 : 10^{-7} = 4^7\cdot 5^7 : 10^{-7} = 4^7\cdot 5^7\cdot 10^7 = 200^7$

c) $\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^5} = \dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^5} = \dfrac{\frac{2}{3}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$

d) $\dfrac{\left(2^5\right)^3\cdot 8^3\cdot(2)^{-3}}{4^8 : (-2)^6} = \dfrac{2^{15}\cdot 2^9\cdot 2^{-3}}{2^{16} : 2^6} = 2^{11}$

e) $\dfrac{\left(3^5\right)^3\cdot 27^3\cdot 9^{-3}}{3^8 : (-9)^6} = \dfrac{3^{15}\cdot\left(3^3\right)^3\cdot\left(3^2\right)^{-3}}{3^8 : \left(3^2\right)^6} = \dfrac{3^{15}\cdot 3^9\cdot 3^{-6}}{3^8 : 3^{12}} = 3^{22}$

f) $\dfrac{2^5\cdot 2\cdot 2^{-4}}{16^3\cdot\left(2^{-3}\right)^2} = \dfrac{2^5\cdot 2\cdot 2^{-4}}{\left(2^4\right)^3\cdot\left(2^{-3}\right)^2} = \dfrac{2^5\cdot 2\cdot 2^{-4}}{2^{12}\cdot 2^{-6}} = 2^{-4}$

g) $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot 27^2\cdot 81^{-3}}{9^3\cdot\left(\frac{1}{27}\right)^{-2}} = \dfrac{3^{-3}\cdot\left(3^3\right)^2\cdot\left(3^4\right)^{-3}}{\left(3^2\right)^3\cdot\left(3^{-3}\right)^{-2}} = \dfrac{3^{-3}\cdot 3^6\cdot 3^{-12}}{3^6\cdot 3^6} = 3^{-21}$

h) $\dfrac{0{,}001^2\cdot 0{,}1^{-2}}{\left(100^3\right)^4} = \dfrac{\left(10^{-3}\right)^2\cdot\left(10^{-1}\right)^{-2}}{\left(\left(10^2\right)^3\right)^4} = \dfrac{10^{-6}\cdot 10^2}{10^{24}} = 10^{-28}$

53. Calcula.

a) $2^3 - 4^{-2}$

b) $(-2)^{-3} + (-3)^{-2}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 2^{-2}$

d) $(3-1)^2 - (3-1)^{-2}$

a) $2^{-3} - 4^{-2} = \frac{1}{8} - \frac{1}{4^2} = \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$

b) $(-2)^{-3} + (-3)^{-2} = \frac{-1}{8} + \frac{1}{9} = \frac{-1}{72}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 2^{-2} = \frac{1}{4} + 2^2 - \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} + 4 - \frac{1}{4} = 4$

d) $(3-1)^2 - (3-1)^{-2} = 2^2 - 2^{-2} = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$

54. Actividad resuelta.

55. Calcula el valor de *x* en cada una de las igualdades.

a) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 16$ **b)** $10^x \cdot 100 = 0{,}001$ **c)** $5^{-7} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^x = 5$ **d)** $2 \cdot 4^3 \cdot 32 = 2^x$

a) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 16 \Rightarrow 4^{-x} = 4^2 \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2$

b) $10^x \cdot 100 = 0{,}001 \Rightarrow 10^x \cdot 10^2 = 10^{-3} \Rightarrow 10^{x+2} = 10^{-3} \Rightarrow x + 2 = -3 \Rightarrow x = -5$

c) $5^{-7} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^x = 5 \Rightarrow 5^{-7} \cdot (5^{-2})^x = 5 \Rightarrow 5^{-7} \cdot 5^{-2x} = 5 \Rightarrow -7 - 2x = 5 \Rightarrow x = -6$

d) $2 \cdot 4^3 \cdot 32 = 2^x \Rightarrow 2 \cdot (2^2)^3 \cdot 2^5 = 2^x \Rightarrow 2^{12} = 2^x \Rightarrow 12 = x$

56. Escribe en notación científica estos números.

a) 214 billones **b) – 5525 millones** **c) 0,000 000 002 014** **d) Cuatro millonésimas**

a) 214 billones = $214 \cdot 10^{12} = 2{,}14\ \ 10^{14}$

b) – 5525 millones = $-5525 \cdot 10^6 = -5{,}525\ 10^9$

c) $0{,}000\ 000\ 002\ 014 = 2{,}014 \cdot 10^{-9}$

d) Cuatro millonésimas = $4 \cdot 10^{-6}$

57. Escribe en notación científica la masa de las especies siguientes e indica el orden de magnitud.

a) Masa de un escarabajo: 0,000 045 kg

b) Masa de un ser humano: 80 kg

c) Masa de las ballenas: 180 000 kg

a) Masa de un escarabajo: 0,000 045 kg = $4{,}5 \cdot 10^{-5}$. Orden de magnitud: – 5.

b) Masa de un ser humano: 80 kg = $8 \cdot 10$ kg. Orden de magnitud: 1.

c) Masa de las ballenas: 180 000 kg = $1{,}8 \cdot 10^5$ kg. Orden de magnitud: 5.

58. Realiza las siguientes operaciones en notación científica.

a) $2{,}15 \cdot 10^{-13} \cdot 6{,}7 \cdot 10^4$

b) $(1{,}44 \cdot 10^{-3}) : (1{,}2 \cdot 10^{-9})$

c) $(3 \cdot 10^5)^3$

d) $(4 \cdot 10^6)^{-2} : (3{,}2 \cdot 10^{11})$

e) $(-3 \cdot 10^4) \cdot 7 \cdot 10^{-5}$

a) $2{,}15 \cdot 10^{-13} \cdot 6{,}7 \cdot 10^4 = 1{,}4405 \cdot 10^{-8}$

b) $(1{,}44 \cdot 10^{-3}) : (1{,}2 \cdot 10^{-9}) = 1{,}2 \cdot 10^6$

c) $(3 \cdot 10^5)^3 = 27 \cdot 10^{15} = 2{,}7 \cdot 10^{16}$

d) $(4 \cdot 10^6)^{-2} : (3{,}2 \cdot 10^{11}) = (4^{-2} \cdot 10^{-12}) : (3{,}2 \cdot 10^{11}) = 2 \cdot 10^{-25}$

e) $(-3 \cdot 10^4) \cdot 7 \cdot 10^{-5} = -21 \cdot 10^{-1} = -2{,}1$

59. Opera y da el resultado en notación científica.

a) $\dfrac{\left(3\cdot 10^{15}\right):\left(2\cdot 10^{7}\right)}{4\cdot 10^{3}+2\cdot 10^{3}}$ b) $\dfrac{\left(2\cdot 10^{-3}\right)^{2}:\left(2\cdot 10^{3}\right)^{-2}}{\left(5\cdot 10^{3}\right):\left(3\cdot 10^{5}\right)}$

a) $\dfrac{\left(3\cdot 10^{15}\right):\left(2\cdot 10^{7}\right)}{4\cdot 10^{3}+2\cdot 10^{3}}=\dfrac{1{,}5\cdot 10^{8}}{6\cdot 10^{3}}=0{,}25\cdot 10^{5}=2{,}5\cdot 10^{4}$

b) $\dfrac{\left(2\cdot 10^{-3}\right)^{2}\cdot\left(2\cdot 10^{3}\right)^{-2}}{\left(5\cdot 10^{3}\right):\left(3\cdot 10^{5}\right)}=\dfrac{\left(2^{2}\cdot 10^{-6}\right)\cdot\left(2^{-2}\cdot 10^{-6}\right)}{\left(5\cdot 10^{3}\right):\left(3\cdot 10^{5}\right)}=\dfrac{10^{-12}}{1{,}67\cdot 10^{-2}}=0{,}6\cdot 10^{-10}=6\cdot 10^{-11}$

60. Expresa $\dfrac{10\,000^{3}\cdot 0{,}00003^{4}}{100^{2}\cdot 5\,000\,000\cdot 0{,}0002^{5}}$ en notación científica y simplifica.

$\dfrac{10\,000^{3}\cdot 0{,}000\,03^{4}}{100^{2}\cdot 5\,000\,000\cdot 0{,}000\,2^{5}}=\dfrac{\left(10^{4}\right)^{3}\cdot\left(3\cdot 10^{-5}\right)^{4}}{\left(10^{2}\right)^{2}\cdot 5\cdot 10^{6}\cdot\left(2\cdot 10^{-4}\right)^{5}}=\dfrac{10^{12}\cdot 3^{4}\cdot 10^{-20}}{10^{4}\cdot 5\cdot 10^{6}\cdot 2^{5}\cdot 10^{-20}}=0{,}51\cdot 10^{2}=5{,}1\cdot 10$

61. Completa la tabla en tu cuaderno.

n	●●	25	●●	●●	●●	49	●●
$\sqrt{n}$	●●	●●	6	●●	4	●●	9
n^2	16	●●	●●	81	●●	●●	●●

n	4	**25**	36	9	16	**49**	81
$\sqrt{n}$	2	5	**6**	3	**4**	7	**9**
n^2	**16**	625	1296	**81**	256	2401	6561

62. Actividad resuelta.

63. Las siguientes raíces no son exactas. ¿Entre qué dos números naturales consecutivos están?

a) $\sqrt[3]{200}$ b) $\sqrt[5]{340}$ c) $\sqrt{200}$ d) $\sqrt[6]{30}$

a) $5^3 = 125 < 200 < 6^3 = 216 \Rightarrow 5<\sqrt[3]{200}<6$

c) $14^2 = 196 < 200 < 15^2 = 225 \Rightarrow 14<\sqrt{200}<15$

b) $3^5 = 243 < 340 < 4^5 = 1024 \Rightarrow 3<\sqrt[5]{340}<4$

d) $1^6 = 1 < 30 < 2^6 = 64 \Rightarrow 1<\sqrt[6]{30}<2$

64. Factoriza el radicando y utiliza las propiedades de los radicales para calcular.

a) $\sqrt{2^{12}}$ b) $\sqrt[4]{81^2}$ c) $\sqrt[7]{-128}$ d) $\sqrt[3]{\dfrac{8}{125}}$

a) $\sqrt{2^{12}}=\sqrt{\left(2^{6}\right)^{2}}=2^{6}=64$

c) $\sqrt[7]{128}=\sqrt[7]{2^{7}}=2$

b) $\sqrt[4]{81^{2}}=\sqrt[4]{\left(3^{4}\right)^{2}}=\sqrt[4]{\left(3^{2}\right)^{4}}=3^{2}=9$

d) $\sqrt[3]{\dfrac{8}{125}}=\sqrt[3]{\dfrac{2^{3}}{5^{3}}}=\sqrt[3]{\left(\dfrac{2}{5}\right)^{3}}=\dfrac{2}{5}$

65. Actividad resuelta.

66. Utiliza la calculadora y escribe el resultado redondeando a las centésimas.

a) $\sqrt[4]{160}$ b) $\sqrt[5]{0{,}85}$ c) $\sqrt[3]{(-2{,}3)^{2}}$ d) $\sqrt[6]{(-2{,}3)^{4}}$

a) $\sqrt[4]{160}=3{,}56$ b) $\sqrt[5]{0{,}85}=0{,}97$ c) $\sqrt[3]{(-2{,}3)^{2}}=1{,}74$ d) $\sqrt[5]{0{,}85}=1{,}74$

67. Calcula sin utilizar la calculadora.

a) $\sqrt[5]{-1}$ **b)** $\sqrt{54\,756}$ **c)** $\sqrt[4]{160\,000^3}$ **d)** $\sqrt[3]{-0{,}000\,027}$

a) $\sqrt[5]{-1} = -1$

b) $\sqrt{54\,756} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 13 \cdot 11} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^4} \cdot \sqrt{13 \cdot 11} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{\left(3^2\right)^2} \cdot \sqrt{13 \cdot 11} = 2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{13 \cdot 11} = 18\sqrt{143}$

c) $\sqrt[4]{160\,000^3} = \sqrt[4]{\left(2^8 \cdot 5^4\right)^3} = \sqrt[4]{2^{24}} \cdot \sqrt[4]{5^{12}} = \sqrt[4]{\left(2^6\right)^4} \cdot \sqrt[4]{\left(5^3\right)^4} = 2^6 \cdot 5^3 = 8000$

d) $\sqrt[3]{-0{,}000\,027} = \sqrt[3]{-3^3 \cdot 10^{-6}} = \sqrt[3]{-3^3} \cdot \sqrt[3]{10^{-6}} = \sqrt[3]{(-3)^3} \cdot \sqrt[3]{\left(10^{-2}\right)^3} = -3 \cdot 10^{-2} = -0{,}003$

68. Reduce a índice común y ordena de menor a mayor.

a) $\sqrt[6]{2}$; $\sqrt[10]{4}$ y $\sqrt[15]{8}$ **b)** $\sqrt[12]{3^7}$; $\sqrt[8]{9^3}$ y $\sqrt[3]{\sqrt[8]{3^{15}}}$

a) m.c.m. (6, 10, 15) = 30

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt[6]{2} = \sqrt[6\cdot 5]{2^5} = \sqrt[30]{32} \\ \sqrt[10]{4} = \sqrt[10\cdot 3]{4^3} = \sqrt[30]{64} \\ \sqrt[15]{8} = \sqrt[15\cdot 2]{8^2} = \sqrt[30]{64} \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt[6]{2} < \sqrt[10]{4} = \sqrt[15]{8}$$

b) m.c.m. (12, 8, 24) = 24

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt[12]{3^7} = \sqrt[12\cdot 2]{3^{14}} \\ \sqrt[8]{9^3} = \sqrt[3\cdot 8]{3^{12}} \\ \sqrt[3]{\sqrt[8]{3^{15}}} = \sqrt[24]{3^{15}} \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt[8]{9^3} < \sqrt[12]{3^7} < \sqrt[3]{\sqrt[8]{3^{15}}}$$

69. Opera las siguientes expresiones con radicales.

a) $\sqrt{216} : \sqrt{6}$ **b)** $\sqrt[3]{729} : \sqrt[3]{27}$ **c)** $\left(\sqrt[4]{2}\right)^4$ **d)** $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5}$

a) $\sqrt{216} : \sqrt{6} = \sqrt{2^3 \cdot 3^3} : \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3 = 6$

b) $\sqrt[3]{729} : \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^6} : \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{3^6 : 3^3} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

c) $\left(\sqrt[4]{2}\right)^4 = \sqrt[4]{2^4} = 2$

d) $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^2 \cdot 5} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

70. Extrae factores de cada raíz.

a) $\sqrt[3]{\dfrac{64x^9}{27y^4}}$ **b)** $\sqrt[3]{a^{11} \cdot b^{16} \cdot c^{21}}$

a) $\sqrt[3]{\dfrac{64x^9}{27y^4}} = \sqrt[3]{\dfrac{2^6x^9}{3^3y^4}} = \dfrac{2^2x^3}{3y}\sqrt[3]{\dfrac{1}{y}} = \dfrac{4x^3}{3y}\sqrt[3]{\dfrac{1}{y}}$;

b) $\sqrt[3]{a^{11} \cdot b^{16} \cdot c^{21}} = a^3 \cdot b^5 \cdot c^7 \cdot \sqrt[3]{a^2b}$

71. Extrae factores, obtén radicales semejantes y reduce.

a) $7\sqrt[3]{81} + 5\sqrt[3]{24} - 2\sqrt[3]{375}$ **b)** $2\sqrt{24} - 5\sqrt{54} + 12\sqrt{600}$ **c)** $4\sqrt{27} - 7\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$

a) $7\sqrt[3]{81} + 5\sqrt[3]{24} - 2\sqrt[3]{375} = 7\sqrt[3]{3^4} + 5\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - 2\sqrt[3]{3 \cdot 5^3} = 21\sqrt[3]{3} + 15\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{3} = 11\sqrt[3]{3} + 15\sqrt[3]{2}$

b) $2\sqrt{24} - 5\sqrt{54} + 12\sqrt{600} = 2\sqrt{2 \cdot 3^3} - 5\sqrt{2 \cdot 3^3} + 12\sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2} = 6\sqrt{6} - 15\sqrt{6} + 120\sqrt{6} = 111\sqrt{6}$

c) $4\sqrt{27} - 7\sqrt{12} - 2\sqrt{75} = 4\sqrt{3^3} - 7\sqrt{2^2 \cdot 3} - 2\sqrt{3 \cdot 5^2} = 12\sqrt{3} - 14\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -12\sqrt{3}$

72. Opera y simplifica al máximo.

a) $\dfrac{\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}}}{\left(\sqrt[12]{8}\right)^5}$ **b)** $\sqrt{\dfrac{63}{4}} - \dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{28}{25}} + \dfrac{1}{3}\sqrt{112}$

a) $\dfrac{\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}}}{\left(\sqrt[12]{8}\right)^5} = \dfrac{\sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}}{\left(\sqrt[12]{2^3}\right)^5} = \dfrac{2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\left(2^{\frac{3}{12}}\right)^5} = \dfrac{2^{\frac{16}{12}} \cdot 2^{\frac{6}{12}} \cdot 2^{\frac{3}{12}}}{2^{\frac{15}{12}}} = 2^{\frac{10}{12}} = 2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5}$

b) $\sqrt{\dfrac{63}{4}} - \dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{28}{25}} + \dfrac{1}{3}\sqrt{112} = \sqrt{\dfrac{3^2 \cdot 7}{2^2}} - \dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{2^2 \cdot 7}{5^2}} + \dfrac{1}{3}\sqrt{2^4 \cdot 7} = \dfrac{3}{2}\sqrt{7} - \dfrac{5}{2} \cdot \dfrac{2}{5}\sqrt{7} + \dfrac{2^2}{3}\sqrt{7} = \dfrac{11}{6}\sqrt{7}$

73. Escribe en forma de raíz.

a) $5^{\frac{3}{8}}$ b) $7^{\frac{5}{2}}$ c) $2^{\frac{1}{5}}$ d) $10^{\frac{-2}{3}}$

a) $5^{\frac{3}{8}}=\sqrt[8]{5^3}$ b) $7^{\frac{5}{2}}=\sqrt{7^5}$ c) $2^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{2}$ d) $10^{\frac{-2}{3}}=\sqrt[3]{10^{-2}}$

74. Escribe en forma de potencia cuya base sea un número primo y su exponente una fracción y, si es posible, simplifica.

a) $\left(\sqrt[4]{7}\right)^2$ c) $\sqrt{2^3}$ e) $\sqrt[6]{9}$

b) $\sqrt[9]{27^{-2}}$ d) $\sqrt[6]{\sqrt[4]{8^5}}$ f) $\left(\sqrt[8]{(-5)^2}\right)^6$

a) $\left(\sqrt[4]{7}\right)^2=7^{\frac{2}{4}}=7^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt[9]{27^{-2}}=\sqrt[9]{\left(3^3\right)^{-2}}=\sqrt[9]{3^{-6}}=3^{\frac{-6}{9}}=3^{\frac{-2}{3}}$

c) $\sqrt{2^3}=2^{\frac{3}{2}}$

d) $\sqrt[6]{\sqrt[4]{8^5}}=\sqrt[24]{8^5}=\sqrt[24]{\left(2^3\right)^5}=\sqrt[24]{2^{15}}=2^{\frac{15}{24}}=2^{\frac{5}{8}}$

e) $\sqrt[6]{9}=\sqrt[6]{3^2}=3^{\frac{2}{6}}=3^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{3}$

f) $\left(\sqrt[8]{(-5)^2}\right)^6=\sqrt[8]{(-5)^{12}}=\sqrt[8]{5^{12}}=5^{\frac{12}{8}}=5^{\frac{3}{2}}$

75. Expresa la potencia en forma de raíz y la raíz en forma de potencia.

a) $\dfrac{1}{3^{\frac{5}{9}}}$ b) $\sqrt[4]{5^7\cdot 125^6}$

a) $\dfrac{1}{3^{\frac{5}{9}}}=3^{\frac{-5}{9}}=\sqrt[9]{3^{-5}}$

b) $\sqrt[4]{5^7\cdot125^6}=\sqrt[4]{5^7\cdot\left(5^3\right)^6}=\sqrt[4]{5^7\cdot5^{18}}=\sqrt[4]{5^{25}}=5^{\frac{25}{4}}$

76. Actividad resuelta.

77. Utiliza la calculadora y escribe el resultado redondeando a la centésima.

a) $7^{\frac{5}{6}}$ b) $0,3^{\frac{5}{3}}$ c) $4^{0,2}$

a) $7^{\frac{5}{6}}=5,06$ b) $0,3^{\frac{5}{3}}=0,13$ c) $4^{0,2}=1,32$

78. Calcula sin utilizar la calculadora.

a) $\left(\dfrac{4}{9}\right)^{\frac{5}{2}}$ b) $27^{\frac{2}{3}}$ c) $4^{2,5}$

a) $\left(\dfrac{4}{9}\right)^{\frac{5}{2}}=\left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{10}{2}}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^5=\dfrac{32}{243}$

b) $27^{\frac{2}{3}}=\left(3^3\right)^{\frac{2}{3}}=3^{\frac{6}{3}}=3^2=9$

c) $4^{2,5}=4^{\frac{5}{2}}=\left(2^2\right)^{\frac{5}{2}}=2^5=32$

79. Escribe $\dfrac{4\cdot2^{\frac{1}{3}}\cdot\left(\sqrt[6]{16}\right)^5}{8^3\cdot\sqrt{32}}$ como una única potencia de exponente fraccionario.

$$\frac{4\cdot2^{\frac{1}{3}}\cdot\left(\sqrt[6]{16}\right)^5}{8^3\cdot\sqrt{32}}=\frac{2^2\cdot2^{\frac{1}{3}}\cdot\left(2^4\right)^{\frac{5}{6}}}{\left(2^3\right)^3\cdot\left(2^5\right)^{\frac{1}{2}}}=\frac{2^2\cdot2^{\frac{1}{3}}\cdot2^{\frac{20}{6}}}{2^9\cdot2^{\frac{5}{2}}}=\frac{2^{\frac{12}{6}}\cdot2^{\frac{2}{6}}\cdot2^{\frac{20}{6}}}{2^{\frac{54}{6}}\cdot2^{\frac{15}{6}}}=2^{\frac{-35}{12}}$$

80. Escribe $\sqrt[3]{N\sqrt[3]{N}}$ como una única potencia de exponente fraccionario.

$$\sqrt[3]{N\sqrt[3]{N}} = \sqrt[3]{N} \cdot \sqrt[9]{N} = N^{\frac{1}{3}} \cdot N^{\frac{1}{9}} = N^{\frac{3}{9}} \cdot N^{\frac{1}{9}} = N^{\frac{4}{9}}$$

81. Expresa el resultado de estas operaciones empleando potencias de exponente positivo.

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$ **c)** $0{,}001^{-5}$ **e)** $\left(5^{-3}\right)^{-3}$

b) $\frac{3^2}{3^{-5}}$ **d)** $0{,}25^{-3}$ **f)** $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-5}$

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5}$ **c)** $0{,}001^{-5} = \left(10^{-3}\right)^{-5} = 10^{15}$ **e)** $0{,}001^{-5} = \left(10^{-3}\right)^{-5} = 10^{15}$

b) $\frac{3^2}{3^{-5}} = 3^7$ **d)** $0{,}25^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 4^3$ **f)** $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^5 = \left(\frac{3}{5}\right)^7$

82. Si $a = \sqrt{2}$ y $b = 1 - \sqrt{2}$, ¿cuáles de éstos números son negativos?

A. $a + b$ **B.** $a \cdot b$ **C.** a^2 **D.** a^2b^3

a es un número positivo y *b* es un número negativo.

A. $a + b$ es positivo porque $a + b = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 1 > 0$.

B. $a \cdot b$ es negativo por ser el producto de un número positivo y otro negativo.

C. a^2 es positivo porque es una potencia de exponente par.

D. a^2b^3 es negativo porque a^2 es positivo y b^3 es negativo, por ser una potencia impar de un número negativo.

83. Entre las siguientes afirmaciones hay algunas verdaderas y otras falsas. Explica cuáles son de cada tipo y razona tu respuesta.

a) 2 elevado a cualquier número siempre es un número mayor que 2.

b) Al elevar un número negativo a una potencia par el resultado siempre es positivo.

c) Al elevar el número *k* al exponente – 1 se obtiene como resultado – *k*.

d) Al calcular las potencias a^b y b^a siempre se obtiene el mismo número.

a) Falso. $2^0 = 1$. **c)** Falso. $k^{-1} = \frac{1}{k}$

b) Verdadero. $a^n > 0$ si *n* par. **d)** Falso. $2^3 = 8$ y $3^2 = 9$.

84. ¿A qué exponente hay que elevar 9 para obtener $3^{15} \cdot 27^{-10}$?

$$3^{15} \cdot 27^{-10} = 3^{15} \cdot \left(3^3\right)^{-10} = 3^{15} \cdot 3^{-30} = 3^{-15} \text{ y } 9^x = 3^{2x} \Rightarrow -15 = 2x \Rightarrow x = \frac{-15}{2}$$

85. ¿A qué exponente hay que elevar el número 3 para obtener $9^{20} + 9^{20} + 9^{20}$?

Hay que elevar 3 a 41 porque $9^{20} + 9^{20} + 9^{20} = 3 \cdot 9^{20} = 3 \cdot \left(3^2\right)^{20} = 3 \cdot 3^{40} = 3^{41}$

86. Expresa el número $25^{64} \cdot 64^{22}$ en notación científica.

$25^{64} \cdot 64^{22} = (5^2)^{64} \cdot (2^6)^{22} = 5^{128} \cdot 2^{132} = 5^{128} \cdot 2^{128} \cdot 2^4 = (5 \cdot 2)^{128} \cdot 2^4 = 10^{128} \cdot 16 = 1{,}6 \cdot 10^{129}$

87. Completa en tu cuaderno los términos que faltan.

a) $2^3 \cdot \bullet = \dfrac{1}{2^5}$ **b)** $\bullet : 5^3 = 5^4$ **c)** $1{,}2 \cdot 10^5 \cdot \bullet = 2{,}52 \cdot 10^{-7}$ **d)** $\sqrt{3} \cdot \bullet = \sqrt[4]{27}$

a) $2^3 \cdot 2^{-8} = \dfrac{1}{2^5}$

c) $1{,}2 \cdot 10^5 \cdot 2{,}1 \cdot 10^{-12} = 2{,}52 \cdot 10^{-7}$

b) $5^7 : 5^3 = 5^4$

d) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{27}$

88. Eleva al cuadrado el número $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ y simplifica el resultado.

$$\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^2 - 2 \cdot \sqrt{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^2 = 3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{9-8} + 3 - 2\sqrt{2} = 4$$

89. Actividad resuelta.

90. Si $8^{668} + 2^{2005} + 4^{1003} = 7 \cdot 16^x$, ¿cuánto vale x?

$x = 501$, porque $8^{668} + 2^{2005} + 4^{1003} = 2^{2004} + 2^{2005} + 2^{2006} = 2^{2004} \cdot \left(1 + 2 + 2^2\right) = 2^{2004} \cdot 7 = \left(2^4\right)^{501} \cdot 7 = 16^{501} \cdot 7$

91. El resultado de $\sqrt{\dfrac{8^{10}+4^{10}}{8^4+4^{11}}}$ es un número entero. Hállalo sin la calculadora.

$$\sqrt{\frac{8^{10}+4^{10}}{8^4+4^{11}}} = \sqrt{\frac{\left(2^3\right)^{10}+\left(2^2\right)^{10}}{\left(2^3\right)^4+\left(2^2\right)^{11}}} = \sqrt{\frac{2^{30}+2^{20}}{2^{12}+2^{22}}} = \sqrt{\frac{2^{20}\cdot\left(2^{10}+1\right)}{2^{12}\cdot\left(1+2^{10}\right)}} = \sqrt{\frac{2^{20}}{2^{12}}} = \sqrt{2^8} = 2^4 = 16$$

92. El radio medio de la Luna es 1737 km, el de la Tierra, $6{,}371 \cdot 10^6$ m, y el del Sol, $6{,}96 \cdot 10^5$ km.

a) ¿Cuántas veces es mayor el radio de la Tierra que el de la Luna?

b) ¿Cuántas veces es mayor el diámetro del Sol que el de la Tierra?

c) ¿Cuántas veces es mayor el diámetro del Sol que el de la Luna?

a) $\dfrac{6{,}371 \cdot 10^3}{1{,}737 \cdot 10^3} = 3{,}67$ veces es mayor el radio de la Tierra que el de la Luna.

b) $\dfrac{2 \cdot 6{,}96 \cdot 10^5}{2 \cdot 6{,}371 \cdot 10^3} = 1{,}09 \cdot 10^2 = 109$ veces es mayor el diámetro del Sol que el de la Luna.

c) $\dfrac{2 \cdot 6{,}96 \cdot 10^5}{2 \cdot 1{,}737 \cdot 10^3} = \dfrac{6{,}371 \cdot 10^6}{1{,}737 \cdot 10^3} = 4{,}01 \cdot 10^3 = 4\,010$ veces es mayor el radio de la Tierra que el de la Luna.

93. El ayuntamiento de Miraflores ha comprado 19 630 pensamientos para hacer un gran paterre en el centro de la plaza.

a) ¿Cuántos pensamientos tendrá el lado del cuadrado?

b) ¿Quedarán pensamientos para adornar el balcón del ayuntamiento?

a) Como $140^2 = 19\,600 < 16\,930 < 141^2 = 19\,881$, entonces el lado del cuadrado tendrá 140 pensamientos.

b) Quedarán $19\,630 - 140^2 = 19\,630 - 19\,600 = 30$ pensamientos para adornar el balcón del ayuntamiento.

94. Un cubo de Rubik está formado por 27 cubitos, aunque también los hay de 64 cubitos e incluso de 216 como sucede con el Gran cubo de Rubik. ¿Cuántos cubitos forman el lado del Gran cubo de Rubik?

El lado del Gran cubo de Rubik tiene $\sqrt[3]{216} = 6$ cubitos. Por tanto, el lado está formado por $6^2 = 36$ cubitos.

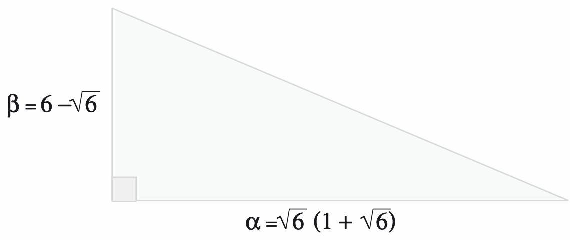
95. En el año 429 a.C. la peste asolaba la ciudad de Atenas. Sus habitantes, muy asustados, deciden consultar al Oráculo de Apolo en la ciudad de Delfos. El Oráculo les dice que la peste remitirá cuando le construyan un altar en forma de cubo, igual al que tenía en ese momento, pero que lo duplique en volumen. Si el lado del altar antiguo medía un metro, ¿cuánto tendrá que medir el lado del nuevo altar?

El volumen del altar original es $V = 1^3 = 1$ m^3. Se quiere construir un altar cuyo volumen sea 2 m^3. Por tanto el lado del nuevo altar debe medir $\sqrt[3]{2}$ m.

96. La cocina de mi casa es cuadrada y tiene una superficie de 441 dm^2. Para cubrir el suelo hemos necesitado 225 baldosas cuadradas. ¿Cuánto mide el lado de cada una de las baldosas?

Cada baldosa ocupa 441 : 225 = 1,96 m^2. Por tanto el lado de la baldosa será $\sqrt{1{,}96} = 1{,}4$ m.

97. ¿Cuál es la longitud de la hipotenusa de este triángulo rectángulo?



$$h^2 = \left(6-\sqrt{6}\right)^2 + \left(\sqrt{6}\cdot\left(1+\sqrt{6}\right)\right)^2 = 36 - 2\cdot 6\cdot\sqrt{6} + 6 + 6\cdot\left(1+2\sqrt{6}+6\right) = 84 \Rightarrow h = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$$

98. Una nave espacial sale de la Tierra hacia un planeta situado a 2^{20} km. Después de hacer un cuarto del trayecto, la nave pierde el contacto por radio con la Tierra, recuperándolo cuando está a 2^{19} km de ella. ¿Cuántos km recorrió la nave sin contacto por radio?

Cuando la nave espacial pierde el contacto con la Tierra ha recorrido $\frac{2^{20}}{4} = \frac{2^{20}}{2^2} = 2^{18}$ km y, cuando recupera el control, $2^{20} - 2^{19} = 2^{19}\cdot(2-1) = 2^{19}$ km. Luego la nave ha recorrido $2^{19} - 2^{18} = 2^{18}\cdot(2-1) = 2^{18}$ km sin contacto.

99. En el siglo XII, el matemático indio Baskhara, aseguraba en su famosa obra Vija-Ganita que $\sqrt{8}+\sqrt{2}=\sqrt{18}$. Ahora, nueve siglos después, explica razonadamente si Baskhara tenía o no tenía razón.

Baskhara tenía razón ya que: $\left.\begin{array}{l}\sqrt{8}+\sqrt{2}=\sqrt{2^3}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}\\ \sqrt{18}=\sqrt{2\cdot 3^2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{3^2}=3\sqrt{2}\end{array}\right\}\Rightarrow \sqrt{8}+\sqrt{2}=\sqrt{18}$

100. Responde a las siguientes preguntas usando la notación científica:

a) Aproximadamente, ¿cuántos segundos de tu vida has pasado durmiendo?

b) ¿De cuántas formas puedo ordenar los 20 libros en mi estantería?

c) La longitud del ecuador terrestre es 40 075 km. ¿Cuántos espaguetis de 40 cm necesitarías para rodear la Tierra en el ecuador?

a) Respuesta libre.

b) 20! = 20 · 19 · 18 · 17 · 16 · 15 · 14 ·13 · 12 · 11 · 10 · 9 · 8 · 7 · 6 · 5 · 4 · 3 · 2 · 1 = 2,43 · 10^{18} formas distintas puedo ordenar los 20 libros de mi estantería.

c) La longitud del ecuador es 40 075 km = 4,007 5 · 10^9 cm. Por tanto necesitaría $\frac{4{,}007\,5\cdot 10^9}{40} = 10^8$ espaguetis.

101. El archivo de datos de Google Earth contiene 7,05 · 10^{13} bytes de información.

a) ¿Cuántos lápices de memoria de 2 gigas son necesarios para almacenar toda esa información? (1 Gb = 10^9 bytes).

b) ¿Cuántos años tardaremos en transferir estos datos mediante un módem que opera a 56 000 bits/segundo? (1 byte= 8 bits)

a) Con 2 Gb se puede almacenar 2 · 10^9 bytes. Por tanto se necesitarían $\frac{7{,}05\cdot 10^{13}}{2\cdot 10^{9}} = 35\,250$ lápices de 2 Gb.

b) Google Earth contiene 7,05 · 10^{13} · 8 = 5,64 · 10^{14} bytes. Tardaríamos $\frac{5{,}64\cdot 10^{14}}{56\,000} = 10^{10}$ s $\approx$ 7610 años.

PARA PENSAR MÁS

102. El cociente $\frac{2^{2010}\cdot 3^{2012}}{6^{2011}}$ es igual a:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$

$$\frac{2^{2010}\cdot 3^{2012}}{6^{2011}} = \frac{2^{2010}\cdot 3^{2010}\cdot 3^2}{6^{2010}\cdot 6} = \frac{6^{2010}\cdot 3^2}{6^{2010}\cdot 6} = \frac{3^2}{6} = \frac{3}{2}$$

La respuesta correcta es la D.

103. La expresión $\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}}$ es igual a:

A. $\sqrt{x}$ **B.** $\sqrt[3]{x^2}$ **C.** $\sqrt[27]{x^2}$ **D.** $\sqrt[54]{x}$

$$\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}} = \sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[9]{x}\cdot\sqrt[27]{x}\cdot\sqrt[54]{x} = \sqrt[54]{x^{18}}\cdot\sqrt[54]{x^{6}}\cdot\sqrt[54]{x^{2}}\cdot\sqrt[54]{x} = \sqrt[54]{x^{27}} = \sqrt{x}$$

La respuesta correcta es la A.

104. Supón que x, y, z son números positivos tales que $xy = 24$, $xz = 48$ e $yz = 72$. ¿Cuál es el valor de la suma $x + y + z$?

A. 18 **B.** 19 **C.** 20 **D.** 22

$$x^2 = \frac{xy\cdot xz}{yz} = \frac{24\cdot 48}{72} = 16 \Rightarrow x = 4 \qquad y^2 = \frac{xy\cdot yz}{xz} = \frac{24\cdot 72}{48} = 36 \Rightarrow y = 6 \qquad z^2 = \frac{xz\cdot yz}{xy} = \frac{48\cdot 72}{24} = 144 \Rightarrow z = 12$$

$x + y + z = 4 + 6 + 12 = 22$

La respuesta correcta es la D.

105. Al escribir $2^{2^{2^2}}$, se quiere decir $2^{\left(2^{(2^2)}\right)}$, o lo que es lo mismo, 2^{16} = 65 536. Supón que los paréntesis se colocan de otra forma, ¿cuántos resultados obtendríamos, además de 65 536?

A. 1 **B.** 2 **C.** 8 **D.** 4

$$\left(\left(2^2\right)^2\right)^2 = 2^8 = 256 \qquad \left(2^2\right)^{\left(2^2\right)} = 4^4 = 256 \qquad 2^{\left(2^2\right)^2} = 2^{16} = 65\,536$$

Además de 65 536 se obtiene 256.

La respuesta correcta es la A.

106. ¿Cuál de los siguientes valores de x satisface la ecuación $25^{-2} = \frac{5^{\frac{48}{x}}}{5^{\frac{26}{x}}\cdot 25^{\frac{17}{x}}}$?

A. 2 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 6

$$25^{-2} = \frac{5^{\frac{48}{x}}}{5^{\frac{26}{x}}\cdot 25^{\frac{17}{x}}} = \frac{25^{\frac{24}{x}}}{25^{\frac{13}{x}}\cdot 25^{\frac{17}{x}}} = 25^{\frac{24}{x}-\frac{13}{x}-\frac{17}{x}} = 25^{\frac{-6}{x}} \Rightarrow -2 = \frac{-6}{x} \Rightarrow x = 3$$

La respuesta correcta es la B.

107. Supón que $3^8 \cdot 5^2 = a^b$, donde *a* y *b* son números enteros positivos. ¿Cuál es el menor valor posible para $a + b$?

A. 25 **B. 34** **C. 351** **D. 407**

Como $a^b = 3^8 \cdot 5^2 = (3^4)^2 \cdot 5^2 = 81^2 \cdot 5^2 = 405^2$, el menor valor posible para $a + b$ es $405 + 2 = 407$.

La respuesta correcta es la D.

108. El número $25^{64} \cdot 64^{25}$, es el cuadrado de un entero positivo *N*. ¿Cuál es la suma de los dígitos de *N*?

A. 7 **B. 14** **C. 21** **D. 28**

Como $N^2 = 25^{64} \cdot 64^{25} = (25^{32} \cdot 8^{25})^2$, entonces $N = 25^{32} \cdot 8^{25}$.

$N = 25^{32} \cdot 8^{25} = 5^{64} \cdot 2^{75} = 5^{64} \cdot 2^{64} \cdot 2^{11} = (5 \cdot 2)^{64} \cdot 2^{11} = 10^{64} \cdot 2^{11} = 2\,048 \cdot 10^{64}$.

La suma de los dígitos de *N* es $2 + 0 + 4 + 8 = 14$.

La respuesta correcta es la B.

Encuentra el error

109. El profesor dice que $A = 2 \cdot 5 \cdot 10002 \cdot 10^7$ y $B = 100^7$ son el mismo número. Para comprobarlo, Marina razona de esta forma:

$$\frac{A}{B} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 1000^2 \cdot 10^7}{100^7} = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 10^7}{10^{14}} = \frac{10^{13}}{10^{14}} = \frac{1}{10}$$

Según sus cálculos, Marina piensa que el profesor se ha confundido y *A* es la décima parte de *B*. ¿Crees que Marina tiene razón?

Marina razona correctamente al dividir *A* entre *B* y probar que da la división 1.

Sin embargo Marina se ha equivocado en sus cálculos ya que $10 \cdot 10^6 \cdot 10^7 = 10^{14}$.

La operación correcta sería: $\frac{A}{B} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 1000^2 \cdot 10^7}{100^7} = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 10^7}{10^{14}} = \frac{10^{14}}{10^{14}} = 1$

Por tanto el profesor tiene razón.

PONTE A PRUEBA

Intereses.

Actividad resuelta

El cubo de Rubik.

El cubo de Rubik tiene exactamente $2^{27} \cdot 3^{14} \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11$ combinaciones posibles.

1. Utiliza tu calculadora y escribe en notación científica el número total de combinaciones. ¿Cuál de estos números lo aproxima mejor?

A. 43 mil billones **B. 430 mil billones** **C. 43 trillones** **D. 430 trillones**

$2^{27} \cdot 3^{14} \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 = 4{,}33 \cdot 10^{19} \approx 43$ trillones

2. Para resolver cualquiera de esas combinaciones se necesitan como mucho 20 movimientos. En realidad solo hay $3 \cdot 10^8$ configuraciones iniciales que se resuelven con el máximo número de movimientos. ¿Qué porcentaje representa en el total de combinaciones?

Como $\frac{3 \cdot 10^8}{43 \cdot 10^{18}} = 6{,}98 \cdot 10^{-12}$, entonces las configuraciones iniciales que se resuelven con el máximo número de movimientos representan el $6{,}98 \cdot 10^{-10}$ % en el total de combinaciones.

3. En el mundo se han vendido unos 350 millones cubos de Rubik y se cree que alrededor de 100 millones de personas han sido capaces de resolverlo alguna vez. Actualmente el record mundial de velocidad resolviendo el cubo es de 5,66 segundos. Imagina que las 100 millones de personas que saben resolverlo fueran capaces de hacerlo a esa velocidad y que colaboraran para resolver todas las configuraciones. ¿Cuántos años tardarían en hacerlo sin parar ni un instante?

Una persona sola tardaría $5{,}66 \cdot 43 \cdot 10^{18} = 2{,}43 \cdot 10^{20}$ segundos = $1{,}85 \cdot 10^{14}$ años en resolver todas las configuraciones del cubo.

Por tanto, 100 millones de personas lo resolverían en $\dfrac{1{,}85 \cdot 10^{14}}{10^{8}} = 1{,}85 \cdot 10^{6} = 1\,850\,000$ años.

El mundo en cifras.

La población mundial es de $7{,}2 \cdot 10^{9}$ habitantes.

Los tres países más poblados son China, con $1{,}32 \cdot 10^{9}$ habitantes; India con $1{,}28 \cdot 10^{9}$ y Estados Unidos con $3{,}16 \cdot 10^{8}$.

1. a) ¿Cuántos habitantes suman entre esos tres países?

b) ¿Qué porcentaje de la población mundial representa?

a) $1{,}32 \cdot 10^{9} + 1{,}28 \cdot 10^{9} + 3{,}16 \cdot 10^{8} = 1{,}32 \cdot 10^{9} + 1{,}28 \cdot 10^{9} + 0{,}316 \cdot 10^{9} = 2{,}916 \cdot 10^{9}$ habitantes entre los tres.

b) Los tres países más poblados representan el 40,5 % de la población mundial, pues $\dfrac{2{,}196 \cdot 10^{9}}{7{,}2 \cdot 10^{9}} = 0{,}405$.

2. España tiene $4{,}65 \cdot 10^{7}$ habitantes.

a) ¿Qué porcentaje de la población mundial representa?

b) Existen actualmente en el mundo $5{,}48 \cdot 10^{8}$ personas que hablan español. Para casi $4{,}7 \cdot 10^{8}$ de ellos el español es su lengua materna y el resto tiene una competencia básica del idioma. ¿Con cuántas personas que no vivan en España podrías comunicarte en español?

a) España representa el 0,65 % de la población mundial, pues $\dfrac{4{,}65 \cdot 10^{7}}{7{,}2 \cdot 10^{9}} = 6{,}46 \cdot 10^{-3}$.

b) Nos podríamos comunicar con $5{,}48 \cdot 10^{8} – 4{,}65 \cdot 10^{7} = 501\,500\,000$ personas.

3. Según la ONU un 39 % de la población mundial no tiene acceso a una fuente de agua potable. ¿Cuántas personas hay en esa situación?

39% de $7{,}2 \cdot 10^{9} = 0{,}39 \cdot 7{,}2 \cdot 10^{9} = 2{,}808 \cdot 10^{9}$ personas no tienen acceso a una fuente de agua potable.

4. El ingreso nacional bruto (INB) anual es la cantidad de bienes producidos por un país en un año. El INB anual per cápita es el INB dividido entre el número de habitantes del país y nos da una idea de la riqueza.

a) En España se estima en 32 000 dólares. ¿A cuánto asciende la riqueza total producida en un año?

b) El INB de la China es de $3{,}88 \cdot 10^{12}$ dólares. ¿En cuántos dólares supera al de España?

c) Aparentemente China es un país más rico que España, pero calcula el INB per cápita y compáralo con el español, ¿Qué resultado obtienes?

a) La riqueza total producida en España asciende a $32\,000 \cdot 4{,}65 \cdot 10^{7} = 1{,}49 \cdot 10^{12}$ dólares.

b) El INB de China supera al INB de España en $3{,}88 \cdot 10^{12} – 1{,}49 \cdot 10^{12} = 2{,}39 \cdot 10^{12}$ dólares.

c) El INB per cápita de China es $\dfrac{3{,}88 \cdot 10^{12}}{1{,}32 \cdot 10^{9}} = 2940$. Este INB per cápita es bastante inferior al de España.

5. Se estima que, solo en billetes y monedas, hay circulando una cantidad de dinero equivalente a $4{,}5 \cdot 10^{13}$ €. Imagina que repartiéramos todo ese dinero a partes iguales entre los habitantes del planeta, ¿cuánto nos correspondería a cada uno?

$\dfrac{4{,}5 \cdot 10^{13}}{7{,}2 \cdot 10^{9}} = 6250$ € correspondería a cada uno.

AUTOEVALUACIÓN

1. Expresa en forma de una única potencia.

a) $\dfrac{2^5 \cdot 2 \cdot 2^4}{16^3 \cdot (2^3)^2}$ **b)** $\dfrac{0{,}001^2 \cdot 0{,}1^{-2}}{(100^3)^4}$

a) $\dfrac{2^5 \cdot 2 \cdot 2^4}{16^3 \cdot (2^3)^2} = \dfrac{2^5 \cdot 2 \cdot 2^4}{(2^4)^3 \cdot (2^3)^2} = \dfrac{2^{10}}{2^{18}} = 2^{-8}$

b) $\dfrac{0{,}001^2 \cdot 0{,}1^{-2}}{(100^3)^4} = \dfrac{(10^{-3})^2 \cdot 10^2}{100^{12}} = \dfrac{10^{-6} \cdot 10^2}{10^{24}} = 10^{-28}$

2. Escribe en notación científica estos números.

a) $300\,000\,000$ **b)** $0{,}25 \cdot 10^{16}$ **c)** $0{,}000\,002\,014$ **d)** $101{,}5 \cdot 10^{-5}$

a) $300\,000\,000 = 3 \cdot 10^8$

b) $0{,}25 \cdot 10^{16} = 2{,}5 \cdot 10^{15}$

c) $0{,}000\,002\,014 = 2{,}014 \cdot 10^{-6}$

d) $101{,}5 \cdot 10^{-5} = 1{,}015 \cdot 10^{-3}$

3. Realiza las siguientes operaciones en notación científica.

a) $6{,}7 \cdot 10^3 \cdot 2{,}01 \cdot 10^{-6} + 4{,}3 \cdot 10^{-2}$ **b)** $(4{,}5 \cdot 10^{-4}) : (1{,}5 \cdot 10^{-8}) - 1{,}03 \cdot 10^4$

a) $6{,}7 \cdot 10^3 \cdot 2{,}01 \cdot 10^{-6} + 4{,}3 \cdot 10^{-2} = 13{,}467 \cdot 10^{-3} + 4{,}3 \cdot 10^{-2} = 1{,}3467 \cdot 10^{-2} + 4{,}3 \cdot 10^{-2} = 5{,}6467 \cdot 10^{-2}$

b) $(4{,}5 \cdot 10^{-4}) : (1{,}5 \cdot 10^{-8}) - 1{,}03 \cdot 10^4 = 3 \cdot 10^4 - 1{,}03 \cdot 10^4 = 1{,}97 \cdot 10^4$

4. Opera y simplifica.

a) $\sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[4]{5^3} \cdot \sqrt[6]{5}$ **b)** $\sqrt[4]{12} : \sqrt[3]{6}$ **c)** $\left(3 : \sqrt[4]{10^3}\right)^5$ **d)** $\sqrt{\dfrac{\sqrt[4]{10^8}}{\sqrt[3]{64}}}$

a) $\sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[4]{5^3} \cdot \sqrt[6]{5} = 5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[12]{5^{19}} = 5\sqrt[12]{5^7}$

b) $\sqrt[4]{12} : \sqrt[3]{6} = \sqrt[12]{2^6 \cdot 3^3} : \sqrt[12]{2^4 \cdot 3^4} = \sqrt[12]{2^2 \cdot 3^{-1}}$

c) $\left(3 : \sqrt[4]{10^3}\right)^5 = 3^5 : \left(\sqrt[4]{10^3}\right)^5 = 3^5 : \sqrt[4]{10^{15}} = \dfrac{3^5}{10^3} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{1}{10^3}}$

d) $\sqrt{\dfrac{\sqrt[4]{10^8}}{\sqrt[3]{64}}} = \sqrt{\dfrac{\sqrt[4]{10^8}}{\sqrt[3]{4^3}}} = \sqrt{\dfrac{10^2}{4}} = \sqrt{\dfrac{10^2}{2^2}} = \dfrac{10}{2} = 5$

5. Ordena las siguientes expresiones de menor a mayor, reduciéndolas previamente a índice común.

$$\sqrt[4]{7},\ \sqrt[3]{7^2}\ \text{y}\ \sqrt[3]{\sqrt{7^5}}$$

$\sqrt[4]{7} = \sqrt[12]{7^3},\ \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[12]{7^8},\ \sqrt[3]{\sqrt{7^5}} = \sqrt[6]{7^5} = \sqrt[12]{7^{10}} \Rightarrow \sqrt[4]{7} < \sqrt[3]{7^2} < \sqrt[6]{7^5}$

6. Reduce a radicales semejantes y simplifica las siguientes expresiones.

a) $\sqrt{32} - \sqrt{8} + 3\sqrt{72} - 3\sqrt{200}$ **b)** $5\sqrt{8} - \sqrt{32} + 3\sqrt{18}$

a) $\sqrt{32} - \sqrt{8} + 3\sqrt{72} - 3\sqrt{200} = \sqrt{2^5} - \sqrt{2^3} + 3\sqrt{2^3 \cdot 3^2} - 3\sqrt{2^3 \cdot 5^2} = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 18\sqrt{2} - 30\sqrt{2} = -10\sqrt{2}$

b) $5\sqrt{8} - \sqrt{32} + 3\sqrt{18} = 5\sqrt{2^3} - \sqrt{2^5} + 3\sqrt{2 \cdot 3^2} = 10\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 9\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$

7. Obtén de dos maneras diferentes $\left(\sqrt{3} + \sqrt{12}\right)^2$.

a) Escribiendo primero $\sqrt{3} + \sqrt{12}$ como un solo radical.

b) Utilizando el cuadrado de un binomio.

a) $\sqrt{3} + \sqrt{12} = \sqrt{3} + \sqrt{3 \cdot 2^2} = \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{2^2} = \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot 2 = 3\sqrt{3} \Rightarrow \left(\sqrt{3} + \sqrt{12}\right)^2 = \left(3\sqrt{3}\right)^2 = 27$

b) $\left(\sqrt{3} + \sqrt{12}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} + \left(\sqrt{12}\right)^2 = 3 + 2 \cdot \sqrt{36} + 12 = 3 + 2 \cdot 6 + 12 = 3 + 12 + 12 = 27$

8. Expresa el resultado de la expresión $\dfrac{25^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[5]{125^2}}$ como potencia de exponente fraccionario.

$$\frac{25^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[5]{125^2}} = \frac{(5^2)^{\frac{2}{3}}}{125^{\frac{2}{5}}} = \frac{5^{\frac{4}{3}}}{(5^3)^{\frac{2}{5}}} = \frac{5^{\frac{4}{3}}}{5^{\frac{6}{5}}} = 5^{\frac{4}{3}-\frac{6}{5}} = 5^{\frac{20}{15}-\frac{18}{15}} = 5^{\frac{2}{15}}$$