

## El profeta de los números

Ramanujan se levantó, dio tres pasos que le colocaron en el centro del despacho de Hardy, en el Trinity College de Cambridge, y continuó el relato de su viaje.

*En un alarde de equilibrio, el barco, un vapor que hace la ruta entre la India e Inglaterra, continuaba su camino sobre una imaginaria línea recta que el temporal parecía querer quebrar.*

*Bajo la cubierta el ambiente no era mucho mejor, tres días de tormenta no ayudaban a aliviar la tensión provocada por los continuos mareos del pasaje y el ir y venir incesante de la tripulación.*

*Yo pasé la tormenta en el camarote, petrificado, sin poder hacer otro movimiento que los provocados por el vaivén del barco, apretando contra mi pecho el cuaderno de los descubrimientos mientras pensaba que, tal vez, todo se perdería en el fondo del mar.*

*La noche avanzaba y el sueño se fue apoderando de mi consciencia, al despertar las nubes habían dejado paso al sol y los negros presagios de mi mente habían sido sustituidos por estas revelaciones.*

En ese momento, el joven indio le enseñó dos páginas del ajado cuaderno a su interlocutor.

*El relato del viaje es apasionante pero no se puede comparar con estos sorprendentes resultados, si una inspiración divina te los ha revelado, en verdad se puede decir que eres «el profeta de los números».*



## DESCUBRE LA HISTORIA...

- 1 **Busca información sobre los personajes que aparecen en el texto: Harold Hardy y Srinivasa Ramanujan.**

Hay una extensa biografía de Ramanujan en la página:

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Biografias/07-1-b-r.html#presen>

Los detalles sobre la vida y la obra del matemático Harold Hardy se pueden consultar en:

<http://www.biografiasyvidas.com/>

donde se puede consultar su biografía buscando su nombre en un índice alfabético.

También se pueden encontrar algunas anécdotas sobre estos dos matemáticos en:

<http://www.epsilones.com/paginas/t-anecdotas.html>

- 2 **¿A qué episodio de la vida de estos dos personajes crees que corresponde el relato? ¿A qué viaje se refiere el joven Ramanujan?**

Algunos datos sobre el episodio que se narra se pueden encontrar en:

<http://ciencia.astroseti.org/matematicas/articulo.php?num=3677&nobar=1>

- 3 **Investiga las aportaciones de Srinivasa Ramanujan al estudio de los números naturales.**

Algunas de las aportaciones de Ramanujan a las matemáticas y los libros que escribió aparecen en:

<http://sauce.pntic.mec.es/~rmarti9/WebBabilonia/Biografias/Ramanujan.htm#Curiosidades>

## EVALUACIÓN INICIAL

- 1 **Completa estas sumas, resuélvelas e indica qué propiedad se está utilizando.**

a)  $47 + 96 = 96 + 47 = 143 \rightarrow$  Propiedad conmutativa

b)  $138 + 407 = 407 + 138 = 545 \rightarrow$  Propiedad conmutativa

c)  $(85 + 68) + 12 = 85 + (68 + 12) = 85 + 80 = 165 \rightarrow$  Propiedad asociativa

d)  $4 + (46 + 137) = (4 + 46) + 137 = 50 + 137 = 187 \rightarrow$  Propiedad asociativa

- 2 **Resuelve las siguientes operaciones.**

a)  $87 - 13 + 42 - 4 + 98 = 210$

b)  $34 - 23 + 11 - (8 - 6) + 21 = 41$

c)  $27 + 34 + 6 - 41 - 5 - 17 = 4$

d)  $(26 - 14) + 45 - (27 - 9) + 14 = 53$

e)  $18 + [(26 - 14) - 5] + 26 - (26 - 19 + 12) - 9 = 23$

# Números naturales

## EJERCICIOS

- 001** Señala el valor de la cifra 5 en estos números.  
a) 15890900                      b) 509123780                      c) 163145900
- a) 5 unidades de millón.  
b) 5 centenas de millón.  
c) 5 unidades de millar.

- 002** Escribe tres números que tengan 4 unidades de millar, 7 decenas y 4 unidades.  
Respuesta abierta. Por ejemplo: 4074, 24574, 134874...

- 003** Escribe cinco números mayores que 29000 y menores que 29100 cuya cifra de las decenas sea igual que la cifra de las unidades.  
Respuesta abierta. Por ejemplo: 29011, 29022, 29033, 29044, 29055...

- 004** Si  $n$  es un número natural, ¿qué valores puede tomar  $n$  si sabemos que es menor que 7? ¿Y si es mayor que 12?  
Si  $n$  es un número natural menor que 7, puede ser: 1, 2, 3, 4, 5 o 6.  
Y si  $n$  es mayor que 12, puede ser cualquier número mayor que 12.

- 005** Traduce al sistema de numeración decimal estos números romanos.  
a) XCII                      b) DCCXL                      c) VIIIX
- a) 92                      b) 740                      c) 8009

- 006** Escribe en números romanos.  
a) 194                      b) 426                      c) 2046                      d) 12311
- a) CXCIV                      b) CDXXVI                      c) MMXLVI                      d) XIICCCXI

- 007** Escribe un número romano que tenga 4 unidades de millar, 7 decenas y 4 unidades.  
Respuesta abierta. Por ejemplo: 4074  $\rightarrow$   $\overline{\text{IVLXXIV}}$

- 008** Realiza estas operaciones.  
a) XXII + XVIII                      c) VI · XII  
b) XLIII - XXVI                      d) XXVII : III
- No es posible realizar operaciones en el sistema de numeración romano. Es necesario expresar primero los números en el sistema de numeración decimal.
- a)  $22 + 18 = 40$                       c)  $6 \cdot 12 = 72$   
b)  $43 - 26 = 17$                       d)  $27 : 3 = 9$

**009** Expresa como un producto.

a)  $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$

a)  $6 \cdot 6 = 36$

b)  $11 + 11 + 11 + 11 + 11$

b)  $11 \cdot 5 = 55$

**010** Aplica la propiedad distributiva.

a)  $7 \cdot (4 + 10)$

a)  $7 \cdot 4 + 7 \cdot 10 = 98$

b)  $18 \cdot (7 - 2)$

b)  $18 \cdot 7 - 18 \cdot 2 = 90$

**011** Mario ha comprado 5 cajas de pinturas. Si en cada caja hay 18 pinturas, ¿cuántas pinturas tiene en total?

$18 \cdot 5 = 90$  pinturas tiene en total.

**012** Aplica la propiedad distributiva del producto a las siguientes operaciones.

a)  $21 \cdot 9 + 7 \cdot 9$

a)  $21 \cdot 9 + 7 \cdot 9 = (21 + 7) \cdot 9$

b)  $9 \cdot 21 - 9 \cdot 7$

b)  $9 \cdot 21 - 9 \cdot 7 = 9 \cdot (21 - 7)$

**013** Halla el cociente y el resto de la división  $6712 : 23$ . Haz la prueba.

Cociente 291 y resto 19.

Dividendo = divisor  $\cdot$  cociente + resto  $\rightarrow 6712 = 23 \cdot 291 + 19$

**014** Calcula el dividendo de una división exacta si el cociente es 13 y el divisor es 6.

Dividendo =  $13 \cdot 6 = 78$

**015** Da valores a  $d$  hasta que calcules el divisor de estas divisiones.

a)  $34 \overline{)d}$   
0 17

b)  $89 \overline{)d}$   
1 22

c)  $102 \overline{)d}$   
2 20

Para ello, ayúdate de la prueba de la división.

a)  $d = 2$

b)  $d = 4$

c)  $d = 5$

**016** Escribe y calcula.

a) Siete al cubo.

a)  $7^3 = 343$

b)  $4^5 = 1024$

c) Diez a la cuarta.

c)  $10^4 = 10000$

d)  $10^8 = 100000000$

b) Cuatro a la quinta.

d) Diez a la octava.

**017** Indica la base y el exponente de estas potencias. Escribe cómo se leen.

a)  $3^6$

a) Base: 3 Exponente: 6 Se lee: 3 elevado a la sexta

b)  $10^2$

b) Base: 10 Exponente: 2 Se lee: 10 al cuadrado

c)  $5^4$

c) Base: 5 Exponente: 4 Se lee: 5 elevado a la cuarta

d)  $4^5$

d) Base: 4 Exponente: 5 Se lee: 4 elevado a la quinta

# Números naturales

**018** Escribe en forma de potencia y calcula su valor.

a)  $10 \cdot 10 \cdot 10$

a)  $10^3 = 1000$

b)  $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

b)  $6^5 = 7776$

**019** Escribe, si se puede, en forma de potencia.

a)  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

a)  $7^4$

b)  $5 \cdot 5 \cdot 4$

b)  $5^2 \cdot 4$

c)  $5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$

c)  $5^2 \cdot 3^2$

d)  $1 \cdot 4 \cdot 4$

d)  $4^2$

**020** Escribe como una sola potencia.

a)  $7^4 \cdot 7^5$

a)  $7^9$

b)  $5^3 \cdot 5^3$

b)  $5^6$

c)  $9^3 \cdot 9^5 \cdot 9^4$

c)  $9^{12}$

d)  $4^2 \cdot 4^3 \cdot 4^4$

d)  $4^9$

**021** Halla el valor de estos productos de potencias.

a)  $10^4 \cdot 10^5$

a)  $10^9 = 100000000$

b)  $10^3 \cdot 10 \cdot 10^2$

b)  $10^6 = 1000000$

**022** Calcula el número de baldosas de una habitación cuadrada, si cada fila contiene 14 baldosas.

$14 \cdot 14 = 14^2 = 196$  baldosas

**023** Completa el exponente que falta.

a)  $6^7 \cdot 6^{\square} = 6^9$

a)  $6^7 \cdot 6^2 = 6^9$

b)  $5^2 \cdot 5^{\square} \cdot 5^7 = 5^{12}$

b)  $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^7 = 5^{12}$

**024** Halla el resultado de estos cocientes de potencias.

a)  $7^8 : 7^5$

a)  $7^3 = 343$

b)  $20^6 : 20^6$

b)  $20^0 = 1$

c)  $9^7 : 9^5$

c)  $9^2 = 81$

d)  $12^7 : 12^6$

d) 12

**025** Calcula el valor de las potencias.

a)  $15^1$

a) 15

b)  $14^0$

b) 1

**026** Calcula.

a)  $(3^4 : 3^2) \cdot 3^3$

a)  $3^2 \cdot 3^3 = 3^5$

b)  $(5^6 \cdot 5^2) : 5^7$

b)  $5^8 : 5^7 = 5$

**027** Completa el exponente que falta.

a)  $7^{\square} : 7^3 = 7^5$

a)  $7^8 : 7^3 = 7^5$

b)  $8^6 : 8^{\square} = 8^3$

b)  $8^6 : 8^3 = 8^3$

**028** Calcula.

a)  $(2^4)^3$

a)  $2^{12}$

b)  $(6^3)^5$

b)  $6^{15}$

c)  $(14 \cdot 16)^5$

c)  $224^5$

d)  $(216 : 24)^3$

d)  $9^3$

**029** Expresa como una sola potencia.

a)  $(3^2)^5 \cdot (3^4)^2$

a)  $3^{10} \cdot 3^8 = 3^{18}$

b)  $(5^3)^4 : (5^2)^3$

b)  $5^{12} : 5^6 = 5^6$

**030** Expresa como producto o cociente de potencias.

a)  $(3 \cdot 2)^4 \cdot (3 \cdot 2)^5$

a)  $6^4 \cdot 6^5 = 6^9$

b)  $(14 \cdot 5)^7 : (14 \cdot 5)^4$

b)  $70^7 : 70^4 = 70^3$

**031** Sustituye las letras por su valor para que se cumpla la igualdad.

a)  $(3^5)^n = 3^{25}$

a)  $(3^5)^5 = 3^{25}$

b)  $(12^n)^6 = 12^{18}$

b)  $(12^3)^6 = 12^{18}$

c)  $(8^3)^n = 8^6$

c)  $(8^3)^2 = 8^6$

**032** Comprueba si estas raíces cuadradas están bien resueltas.

a)  $\sqrt{225} = 15$     b)  $\sqrt{255} = 16$     c)  $\sqrt{1000} = 100$     d)  $\sqrt{40000} = 200$

a) Bien resuelta, porque  $15^2 = 225$ .

b) Mal resuelta, porque  $16^2 = 256$ .

c) Mal resuelta, porque  $100^2 = 10000$ .

d) Bien resuelta, porque  $200^2 = 40000$ .

**033**  Halla con tu calculadora.

a)  $\sqrt{289}$

a) 17

b)  $\sqrt{10000}$

b) 100

c)  $\sqrt{15625}$

c) 125

d)  $\sqrt{135424}$

d) 368

**034** Calcula el lado de un cuadrado de  $400 \text{ cm}^2$  de área.

Lado =  $\sqrt{400} = 20 \text{ cm}$

**035** ¿Puede existir algún cuadrado perfecto que acabe en las siguientes cifras?

a) 2

b) 3

c) 4

d) 7

Ningún cuadrado perfecto puede acabar en 2, 3 o 7.

Terminará en 4 si el cuadrado perfecto de un número acaba en 2 o en 8.

# Números naturales

**036** Comprueba si estas raíces enteras están bien resueltas.

- a)  $\sqrt{37} \approx 7$                       f)  $\sqrt{40} \approx 7$   
b)  $\sqrt{18} \approx 4$                       g)  $\sqrt{50} \approx 7$   
c)  $\sqrt{92} \approx 8$                       h)  $\sqrt{60} \approx 8$   
d)  $\sqrt{20} \approx 5$                       i)  $\sqrt{23} \approx 8$   
e)  $\sqrt{30} \approx 5$

- a) Mal resuelta, porque  $\sqrt{37} \approx 6$ .                      f) Mal resuelta, porque  $\sqrt{40} \approx 6$ .  
b) Bien resuelta.    g) Bien resuelta.  
c) Mal resuelta, porque  $\sqrt{92} \approx 9$ .                      h) Mal resuelta, porque  $\sqrt{60} \approx 7$ .  
d) Mal resuelta, porque  $\sqrt{20} \approx 4$ .                      i) Mal resuelta, porque  $\sqrt{23} \approx 4$ .  
e) Bien resuelta.

**037** Calcula la raíz cuadrada entera y el resto.

- a) 103      b) 119      c) 87      d) 77      e) 66      f) 55
- a)  $\sqrt{103} \approx 10$ ; resto 3                                      d)  $\sqrt{77} \approx 8$ ; resto 13  
b)  $\sqrt{119} \approx 10$ ; resto 19                                      e)  $\sqrt{66} \approx 8$ ; resto 2  
c)  $\sqrt{87} \approx 9$ ; resto 6    f)  $\sqrt{55} \approx 7$ ; resto 6

**038** Completa:  $\sqrt{23} = \square$  y resto = 7.

$$\sqrt{23} = 4 \text{ y resto} = 7$$

**039** ¿Es posible colocar 32 botones formando un cuadrado? ¿Por qué?

No es posible, porque la raíz cuadrada de 32 no es exacta.

**040** Escribe todos los números que tengan como raíz entera 5.

¿Cuántos números hay? ¿Cuántos números tendrán como raíz entera 6? ¿Y 7?

Tienen como raíz entera 5 todos los números comprendidos entre 25 y 36.

Tienen como raíz entera 6 todos los números comprendidos entre 36 y 49,  
y tienen como raíz entera 7 todos los números comprendidos entre 49 y 64.

**041** Calcula.

- a)  $7 \cdot 4 - 12 + 3 \cdot 6 - 2$                                       g)  $(5^2 - 1) : \sqrt{144}$   
b)  $(11 - 7) \cdot 4 + 2 \cdot (8 + 2)$                                       h)  $\sqrt{16} \cdot (2^3 - 1)$   
c)  $3 \cdot (14 + 12 - 20) : 9 + 2$                                       i)  $5^2 + \sqrt{81} : 3$   
d)  $6^3 - 5 \cdot (3^3 - 2)$     j)  $4^2 - \sqrt{25} \cdot 5$   
e)  $(12 + \sqrt{9}) : \sqrt{25}$     k)  $\sqrt{81} : (\sqrt{16} + 5)$   
f)  $(\sqrt{9} - \sqrt{4}) \cdot (\sqrt{9} + \sqrt{4})$                                       l)  $\sqrt{196} : (2^2 + 3)$

- a)  $7 \cdot 4 - 12 + 3 \cdot 6 - 2 = 32$   
 b)  $(11 - 7) \cdot 4 + 2 \cdot (8 + 2) = 36$   
 c)  $3 \cdot (14 + 12 - 20) : 9 + 2 = 4$   
 d)  $6^3 - 5 \cdot 25 = 216 - 125 = 91$   
 e)  $(12 + 3) : 5 = 3$   
 f)  $(3 - 2) \cdot (3 + 2) = 9 - 4 = 5$   
 g)  $24 : 12 = 2$   
 h)  $4 \cdot 7 = 28$   
 i)  $25 + 9 : 3 = 28$   
 j)  $16 - 1 = 15$   
 k)  $9 : (4 + 5) = 1$   
 l)  $14 : 7 = 2$

**042** Si el área de un cuadrado de 3 cm de lado fuera cuatro veces mayor, ¿cuánto mediría el lado?

$$\text{Área de un cuadrado de 3 cm de lado} = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$\text{Si fuera cuatro veces mayor} \rightarrow 4 \cdot 9 = 36 \text{ cm}^2$$

$$\text{Lado} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

**043** Determina los errores que se han cometido en la resolución de esta operación, y corrígelos.

$$\sqrt{4} \cdot 4 + 12 : (6 - 2^2) = 2 \cdot 4 + 12 : (6 - 4) = 2 \cdot 16 : 2 = 2 \cdot 8 = 16$$

El primer error se comete al realizar la suma  $4 + 12$  antes que las multiplicaciones y divisiones, que tienen mayor prioridad.

El segundo error está en  $2 \cdot 16 : 2$ , donde se debe operar de izquierda a derecha.

$$\sqrt{4} \cdot 4 + 12 : (6 - 2^2) = 2 \cdot 4 + 12 : (6 - 4) = 2 \cdot 4 + 12 : 2 = 8 + 6 = 14$$

**044** Trunca a las decenas.

a) 12349

b) 435677

a) 12340

b) 435670

**045** Redondea estos números a las decenas de millar.

a) 24760

b) 56822

a) 20000

b) 60000

**046** Escribe dos números que, truncados a las centenas, den como resultado 9300.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 9345 y 9398.

**047** Si aproximamos el número 15723 a 16000, ¿hemos redondeado o truncado?

Hemos redondeado a las unidades de millar.



# Números naturales

## ACTIVIDADES

048

Indica el valor posicional que tiene la cifra 1 en estos números.



a) 122578      b) 438231      c) 1432000      d) 32181120

- a) Centena de millar.      c) Unidad de millón.  
b) Unidad.      d) Centena de millar, unidad de millar y centena.

049

Indica el valor posicional de todas las cifras de estos números.



a) 987654      c) 887787      e) 8080008  
b) 656565      d) 3004005      f) 2222222

- a) 9 centenas de millar, 8 decenas de millar, 7 unidades de millar, 6 centenas, 5 decenas, 4 unidades.  
b) 6 centenas de millar, 5 decenas de millar, 6 unidades de millar, 5 centenas, 6 decenas, 5 unidades.  
c) 8 centenas de millar, 8 decenas de millar, 7 unidades de millar, 7 centenas, 8 decenas, 7 unidades.  
d) 3 unidades de millón, 4 unidades de millar, 5 unidades.  
e) 8 unidades de millón, 8 decenas de millar, 8 unidades.  
f) 2 unidades de millón, 2 centenas de millar, 2 decenas de millar, 2 unidades de millar, 2 centenas, 2 decenas, 2 unidades.

050

Un número capicúa de cuatro cifras tiene 5 centenas y 3 unidades.



¿De qué número se trata?

3553

051

Si sumamos dos números de tres cifras, ¿el resultado tiene siempre tres cifras?



¿Y si los restamos? Explica tu razonamiento.

Al sumar números de 3 cifras pueden obtenerse números de 3 o 4 cifras. Será un número de 4 cifras cuando la suma de las centenas, más lo que nos llevamos de la suma de las decenas, sea mayor o igual que 10. En caso contrario, tendrá 3 cifras.

Al restar se obtienen números de 2 cifras cuando el número de las centenas del minuendo sea igual que el número de las centenas del sustraendo más lo que nos llevamos de restar las decenas; en caso contrario, tendrá 3 cifras.

052

Escribe las siguientes cantidades en números romanos.



a) 167      b) 3107      c) 99      d) 909

- a) CLXVII      b) MMMCVII      c) XCIX      d) CMIX

053

Expresa en números romanos estas cantidades.



a) 166      c) 2654      e) 449      g) 911      i) 82775  
b) 49      d) 45123      f) 2106      h) 5487      j) 136821

- a) CLXVI                      e) CDXLIX                      i)  $\overline{\text{LXXXII}}\overline{\text{DCCLXXV}}$   
 b) XLIX                      f) MMCVI                      j)  $\overline{\text{CXXXVI}}\overline{\text{DCCCXXI}}$   
 c) MMDCLIV                      g) CMXI  
 d)  $\overline{\text{XLV}}\overline{\text{CXXIII}}$                       h)  $\overline{\text{V}}\overline{\text{CDLXXXVII}}$

**054** Expresa en el sistema de numeración decimal estos números romanos.

- a) **XXVI**                      b) **DCXLVI**                      c) **MCCXXV**                      d) **DXXX**  
 a) 26                      b) 646                      c) 1225                      d) 530

**055** Expresa los siguientes números romanos en el sistema de numeración decimal.

- a)  $\overline{\text{XIX}}$                       b)  $\overline{\text{CDXL}}$                       c)  $\overline{\text{MMCCIX}}$                       d) **CMXC**  
 a) 19000                      b) 400040                      c) 1001209                      d) 990

**056** Expresa en el sistema de numeración decimal.

- a) **XLVI**                      d) **XXXIV**                      g) **DCCXCIII**                      j) **MXXIX**  
 b) **CXCII**                      e)  $\overline{\text{MMM}}\overline{\text{DLXXX}}$                       h)  $\overline{\text{MM}}\overline{\text{CCII}}$   
 c) **CMXXXIV**                      f)  $\overline{\text{IV}}\overline{\text{CDXXX}}$                       i)  $\overline{\text{XCXL}}$   
 a) 46                      d) 34                      g) 793                      j) 1029  
 b) 192                      e) 1002580                      h) 2000202  
 c) 934                      f) 4430                      i) 9940

**057** Aplica la propiedad distributiva y calcula.

- a)  $6 \cdot (11 + 4)$                       d)  $15 \cdot (20 - 7 - 8)$   
 b)  $25 \cdot (37 - 12)$                       e)  $(20 + 14 - 15) \cdot 17$   
 c)  $8 \cdot (17 + 12 + 10)$                       f)  $(18 + 3 - 2) \cdot 5$   
 a)  $66 + 24 = 90$                       d)  $300 - 105 - 120 = 75$   
 b)  $925 - 300 = 625$                       e)  $340 + 238 - 255 = 323$   
 c)  $136 + 96 + 80 = 312$                       f)  $90 + 15 - 10 = 95$

**058** Completa la tabla.

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
173	3	57	2
267	4	66	3
1329	9	147	6

**059** Halla el cociente y el resto de  $45456 : 22$ . Realiza la prueba de la división.

- $$\begin{array}{r} 45456 \overline{)22} \\ 145 \quad \underline{2066} \\ 136 \\ 4 \end{array}$$
- $D = d \cdot c + r$   
 $45456 = 22 \cdot 2066 + 4$   
 $45456 = 45452 + 4$   
 $45456 = 45456$

# Números naturales

## 060 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA UN TÉRMINO DE LA DIVISIÓN CONOCIENDO LOS DEMÁS?

Sin realizar la división, halla el resto de  $453 : 23$ , si el cociente es  $19$ .

PRIMERO. Se sustituye cada letra por su valor en la prueba de la división.

$$D = d \cdot c + r$$
$$453 = 23 \cdot 19 + r \rightarrow 453 = 437 + r$$

SEGUNDO. El resto es un número tal que, al sumarlo a  $437$ , da  $453$ .

$$r = 453 - 437 = 16. \text{ El resto de la división es } 16.$$

## 061 El dividendo de una división es 1512, el divisor es 8 y el cociente es 189.

●● Halla el resto sin efectuar la división.

$$D = 1512 \quad d = 8 \quad c = 189$$
$$D = d \cdot c + r \rightarrow 1512 = 8 \cdot 189 + r \rightarrow 1512 = 1512 + r$$
$$\rightarrow 1512 - 1512 = r \rightarrow 0 = r$$

El resto es 0.

## 062 Sin realizar la división, indica cuáles de estas divisiones son exactas.

●● a)  $D = 6099 \quad d = 19 \quad c = 321 \quad r = ?$

b)  $D = 986 \quad d = 17 \quad c = 58 \quad r = ?$

a)  $6099 = 19 \cdot 321 \rightarrow$  Es exacta.

b)  $986 = 17 \cdot 58 \rightarrow$  Es exacta.

## 063 El dividendo de una división es 1349, el divisor es 27 y el resto es 26.

●●● Halla el cociente sin efectuar la división.

$$D = d \cdot c + r \rightarrow 1349 = 27 \cdot c + 26 \rightarrow c = 49$$

## 064 El dividendo de una división es 5623, el cociente es 122 y el resto es 11.

●●● Calcula el divisor sin efectuar la división.

$$D = d \cdot c + r \rightarrow 5623 = d \cdot 122 + 11 \rightarrow d = 46$$

## 065 Escribe como producto de factores.

● a)  $4^3$       b)  $10^4$       c)  $27^2$       d)  $102^5$

a)  $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$

c)  $27^2 = 27 \cdot 27$

b)  $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

d)  $102^5 = 102 \cdot 102 \cdot 102 \cdot 102 \cdot 102$

## 066 Expresa estas multiplicaciones en forma de potencia, si se puede.

● a)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$       c)  $4 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 4$

b)  $37 \cdot 37$

d)  $25$

a)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^8$

b)  $37 \cdot 37 = 37^2$

c)  $4 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 4 \rightarrow$  No se puede expresar como una sola potencia.

d)  $25 = 25^1$

**067** Indica cuál es la base y el exponente.

● a)  $2^8$  Base =  Exponente =

b)  $3^{12}$  Base =  Exponente =

a) Base: 2 Exponente: 8

b) Base: 3 Exponente: 12

**068** Expresa con números.

● a) Once a la quinta.

b) Nueve a la cuarta.

a)  $11^5$

b)  $9^4$

**069** Escribe cómo se leen estas potencias.

● a)  $12^3$

b)  $7^4$

c)  $21^2$

d)  $14^{12}$

a) 12 elevado a 3.

c) 21 al cuadrado.

b) 7 a la cuarta.

d) 14 elevado a 12.

**070**  Calcula las siguientes potencias.

● a)  $2^8$

b)  $7^4$

c)  $9^3$

d)  $13^1$

a) 256

b) 2401

c) 729

d) 13

**071**  Completa la tabla.

	Al cuadrado	Al cubo	A la cuarta
9	81	729	6561
11	121	1331	14641

**072**  Completa.

●●● a)  $\square^4 = 81$

b)  $5^\square = 1$

c)  $\square^5 = 32$

a)  $3^4 = 81$

b)  $5^0 = 1$

c)  $2^5 = 32$

**073** Expresa como una sola potencia.

● a)  $7^2 \cdot 7^3$

b)  $11^4 \cdot 8^4$

c)  $8^3 \cdot 5^3$

d)  $4^5 \cdot 4$

a)  $7^5$

b)  $88^4$

c)  $40^3$

d)  $4^6$

**074** Escribe como una sola potencia.

● a)  $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^3$

b)  $5^4 \cdot 5 \cdot 5^6$

c)  $6^3 \cdot 6^2 \cdot 6^5$

d)  $4^3 \cdot 5^3 \cdot 6^3$

a)  $3^9$

b)  $5^{11}$

c)  $6^{10}$

d)  $120^3$

# Números naturales

075

Completa.



a)  $9^2 \cdot 9^\square = 9^6$

b)  $2^\square \cdot 2^3 = 2^9$

a)  $9^2 \cdot 9^4 = 9^6$

b)  $2^6 \cdot 2^3 = 2^9$

c)  $5^\square \cdot 5^3 = 5^8$

d)  $3^\square \cdot 3^9 = 3^{11}$

c)  $5^5 \cdot 5^3 = 5^8$

d)  $3^2 \cdot 3^9 = 3^{11}$

076

Completa.



a)  $7^4 \cdot 7^\square \cdot 7 = 7^7$

b)  $5^\square \cdot 5 \cdot 5^3 = 5^8$

a)  $7^4 \cdot 7^2 \cdot 7 = 7^7$

b)  $5^4 \cdot 5 \cdot 5^3 = 5^8$

c)  $13 \cdot 13^6 \cdot 13^\square = 13^9$

d)  $8^3 \cdot 8^5 \cdot 8^\square = 8^{12}$

c)  $13 \cdot 13^6 \cdot 13^2 = 13^9$

d)  $8^3 \cdot 8^5 \cdot 8^4 = 8^{12}$

077

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE EXPRESA UNA POTENCIA COMO PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE?

Escribe  $7^9$  como producto de dos potencias de igual base.

PRIMERO. Se descompone el exponente como una suma de dos números.

$$9 = 8 + 1 \quad 9 = 7 + 2 \quad 9 = 6 + 3 \dots$$

SEGUNDO. Se expresa la potencia como un producto de potencias con la misma base, y exponentes, los sumandos que se han calculado.

Una solución sería:  $7^9 = 7^8 \cdot 7^1 = 7^8 \cdot 7$

También es solución:  $7^9 = 7^7 \cdot 7^2 \quad 7^9 = 7^6 \cdot 7^3 \dots$

078

Escribe cada potencia como producto de dos potencias de igual base.



a)  $8^5$

b)  $4^6$

c)  $14^{13}$

d)  $3^9$

Hay que tener en cuenta que la suma de los exponentes sea igual al exponente de cada apartado.

a)  $8^3 \cdot 8^2$

b)  $4^4 \cdot 4^2$

c)  $14^9 \cdot 14^4$

d)  $3^5 \cdot 3^4$

079

Expresa como una sola potencia.



a)  $6^8 : 6^3$

b)  $2^{15} : 2^7$

c)  $6^5 : 3^5$

d)  $4^6 : 2^6$

a)  $6^5$

b)  $2^8$

c)  $2^5$

d)  $2^6$

080

Expresa como una potencia.



a)  $(2^7 : 2^4) : 2^2$

b)  $(7^9 : 7^3) : 7^4$

c)  $11^5 : (11^6 : 11^3)$

d)  $4^3 : (4^5 : 4^2)$

a)  $2^3 : 2^2 = 2$

b)  $7^6 : 7^4 = 7^2$

c)  $11^5 : 11^3 = 11^2$

d)  $4^3 : 4^3 = 1$

**081 Completa.**

a)  $\square^7 : 5^3 = 5^4$

c)  $9^5 : 9^\square = 9^3$

b)  $12^\square : 12^6 = 12^9$

d)  $3^8 : 3^\square = 3^2$

a)  $5^7 : 5^3 = 5^4$

c)  $9^5 : 9^2 = 9^3$

b)  $12^{15} : 12^6 = 12^9$

d)  $3^8 : 3^6 = 3^2$

**082 HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE EXPRESA UNA POTENCIA COMO COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE?

Escribe  $7^9$  como cociente de dos potencias de igual base.

**PRIMERO.** Se expresa el exponente como una resta de dos números.

$$9 = 11 - 2 \quad 9 = 15 - 6 \quad 9 = 20 - 11 \dots$$

En este caso existen varias soluciones.

**SEGUNDO.** Se expresa la potencia como un cociente de potencias con la misma base, y exponentes, los números que forman la resta que se ha calculado.

Una solución sería:  $7^9 = 7^{11} : 7^2$

También es solución:  $7^9 = 7^{15} : 7^6 \quad 7^9 = 7^{20} : 7^{11} \dots$

**083 Escribe cada potencia como cociente de dos potencias de igual base.**

a)  $4^{10}$

c)  $5^3$

b)  $7^9$

d)  $12^6$

Hay que tener en cuenta que la resta de los exponentes sea igual al exponente de cada apartado.

a)  $4^{13} : 4^3$

c)  $5^5 : 5^2$

b)  $7^{15} : 7^6$

d)  $12^{13} : 12^7$

**084 Expresa como una potencia.**

a)  $(5^4)^2$

c)  $(6^5)^2$

b)  $(7^3)^3$

d)  $(8^2)^6$

a)  $5^8$

c)  $6^{10}$

b)  $7^9$

d)  $8^{12}$

**085 Completa.**

a)  $(3^2)^\square = 3^6$

c)  $(11^\square)^3 = 11^{12}$

b)  $(4^5)^\square = 4^{25}$

d)  $(15^\square)^2 = 15^{18}$

a)  $(3^2)^3 = 3^6$

c)  $(11^4)^3 = 11^{12}$

b)  $(4^5)^5 = 4^{25}$

d)  $(15^9)^2 = 15^{18}$

# Números naturales

## 086 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE EXPRESA UNA POTENCIA COMO POTENCIA DE OTRA POTENCIA?

Escribe  $17^{18}$  como potencia de una potencia.

**PRIMERO.** Se expresa el exponente como producto de dos números.

$$18 = 9 \cdot 2 \qquad 18 = 3 \cdot 6 \dots$$

**SEGUNDO.** Se expresa la potencia como una potencia con la misma base, y exponentes, los factores del producto que se ha calculado.

Una solución es:  $17^{18} = (17^9)^2$

También es solución:  $17^{18} = (17^3)^6 \dots$

## 087 Escribe como potencia de una potencia.



- a)  $4^9$                       b)  $5^8$                       c)  $12^6$                       d)  $30^{12}$

a)  $(4^3)^3$

c)  $(12^3)^2$

b)  $(5^2)^4$

d)  $(30^4)^3$

## 088 Escribe como producto de una potencia por la potencia de una potencia.



- a)  $7^8$                       b)  $12^{12}$                       c)  $23^{24}$                       d)  $101^{102}$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)  $7^8 = 7^2 \cdot (7^2)^3$

c)  $23^{24} = 23^{10} \cdot (23^2)^7$

b)  $12^{12} = 12^2 \cdot (12^2)^5$

d)  $101^{102} = 101^2 \cdot (101^2)^{50}$

## 089 Escribe como cociente de una potencia entre la potencia de una potencia.



- a)  $7^8$                       b)  $12^{12}$                       c)  $23^{24}$                       d)  $101^{102}$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)  $7^8 = 7^{14} : (7^2)^3$

c)  $23^{24} = 23^{38} : (23^2)^7$

b)  $12^{12} = 12^{22} : (12^2)^5$

d)  $101^{102} = 101^{202} : (101^2)^{50}$

## 090 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN OPERACIONES COMBINADAS CON POTENCIAS?

Calcula  $4^3 \cdot (4^9 : (4^2)^3) : 4^5$ .

La jerarquía de las operaciones con potencias es la misma que al operar con números naturales.

**PRIMERO.** Se resuelven los paréntesis.

$$\begin{aligned} 4^3 \cdot (4^9 : (4^2)^3) : 4^5 &= 4^3 \cdot (4^9 : 4^{2 \cdot 3}) : 4^5 = 4^3 \cdot (4^9 : 4^6) : 4^5 = \\ &= 4^3 \cdot 4^{9-6} : 4^5 = 4^3 \cdot 4^3 : 4^5 \end{aligned}$$

**SEGUNDO.** Se hacen las multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha.

$$4^3 \cdot 4^3 : 4^5 = 4^{3+3} : 4^5 = 4^6 : 4^5 = 4^{6-5} = 4^1 = 4$$

**091** Calcula.

- a)  $(3^5 \cdot 3^2) : 3^3$       b)  $4^3 \cdot (4^7 : 4^4)$       c)  $(8^5 : 8^3) \cdot 8^2$       d)  $7^5 : (7^2 \cdot 7^2)$   
 a)  $3^7 : 3^3 = 3^4$       b)  $4^3 \cdot 4^3 = 4^6$       c)  $8^2 \cdot 8^2 = 8^4$       d)  $7^5 : 7^4 = 7$

**092** Resuelve.

- a)  $(3^5)^2 \cdot (3^2)^4$       c)  $(9^5)^3 \cdot (9^4)^3$   
 b)  $(7^3)^3 \cdot (7^2)^4$       d)  $(11^6)^2 \cdot (11^3)^4$   
 a)  $3^{10} \cdot 3^8 = 3^{18}$       c)  $9^{15} \cdot 9^{12} = 9^{27}$   
 b)  $7^9 \cdot 7^8 = 7^{17}$       d)  $11^{12} \cdot 11^{12} = 11^{24}$

**093** Indica como una sola potencia.

- a)  $(6^2)^5 : (6^3)^3$       b)  $(8^7)^2 : (8^3)^4$       c)  $(10^8)^3 : (10^4)^5$       d)  $(2^9)^2 : (2^3)^5$   
 a)  $6^{10} : 6^9 = 6^1$       c)  $10^{24} : 10^{20} = 10^4$   
 b)  $8^{14} : 8^{12} = 8^2$       d)  $2^{18} : 2^{15} = 2^3$

**094** Calcula las siguientes expresiones.

- a)  $3^9 : ((3^2)^5 : 3^7) \cdot 3^3$       b)  $(7^2)^3 \cdot (7^5 : 7^2) : (7^2)^4$   
 a)  $3^9 : (3^{10} : 3^7) \cdot 3^3 = 3^9 : 3^3 \cdot 3^3 = 3^6 \cdot 3^3 = 3^9$   
 b)  $7^6 \cdot 7^3 : 7^8 = 7^9 : 7^8 = 7$

**095** Completa.

- a)  $35^2 = 1\ 225$ , entonces  $\sqrt{1\ 225} = \square$   
 b)  $\sqrt{9\ 025} = 95$ , entonces  $95^2 = \square$   
 a)  $\sqrt{1\ 225} = 35$       b)  $95^2 = 9\ 025$

**096** Calcula las raíces cuadradas de estos números.

- a) 64      b) 100      c) 169      d) 196  
 a) 8      b) 10      c) 13      d) 14

**097** Completa.

- a)  $\sqrt{\square} = 5$       b)  $\sqrt{\square} = 9$       c)  $\sqrt{\square} = 15$       d)  $\sqrt{\square} = 20$   
 a)  $\sqrt{25} = 5$       b)  $\sqrt{81} = 9$       c)  $\sqrt{225} = 15$       d)  $\sqrt{400} = 20$

**098** Halla la raíz cuadrada entera y el resto.

- a) 83      b) 52      c) 12      d) 131  
 a)  $\sqrt{83} \approx 9$ ; resto 2      c)  $\sqrt{12} \approx 3$ ; resto 3  
 b)  $\sqrt{52} \approx 7$ ; resto 3      d)  $\sqrt{131} \approx 11$ ; resto 10



# Números naturales

## 099 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA EL RADICANDO DE UNA RAÍZ CONOCIENDO SU RAÍZ ENTERA Y SU RESTO?

**La raíz entera de un número es 5 y su resto es 10. Halla el radicando.**

**PRIMERO.** En la fórmula que da el resto de una raíz entera se sustituye cada término por su valor.

$$\begin{aligned}\text{RESTO} &= \text{RADICANDO} - (\text{RAÍZ ENTERA})^2 \\ 10 &= \text{RADICANDO} - 5^2 \\ 10 &= \text{RADICANDO} - 25\end{aligned}$$

**SEGUNDO.** Se busca un número tal que, al restarle 25, dé 10.

$$\text{RADICANDO} = 10 + 25 = 35$$

El número 35 tiene como raíz entera 5 y su resto es 10.

## 100 Calcula el radicando en cada uno de los siguientes casos.



a) Raíz entera = 11, resto = 12

b) Raíz entera = 15, resto = 5

a) Radicando =  $11^2 + 12 = 133$

b) Radicando =  $15^2 + 5 = 230$

## 101 Halla el resto.



a) Raíz entera = 12, radicando = 149

b) Raíz entera = 22, radicando = 500

a) Resto =  $149 - 12^2 = 5$

b) Resto =  $500 - 22^2 = 16$

## 102 Resuelve estas operaciones.



a)  $9 \cdot (15 + 4 - 7)$

c)  $55 - 3 \cdot (27 - 9)$

b)  $12 + 4 \cdot (3 + 19)$

d)  $33 + 6 \cdot 5 + 21$

a)  $9 \cdot (15 + 4 - 7) = 9 \cdot (19 - 7) = 9 \cdot 12 = 108$

b)  $12 + 4 \cdot (3 + 19) = 12 + 4 \cdot 22 = 12 + 88 = 100$

c)  $55 - 3 \cdot (27 - 9) = 55 - 3 \cdot 18 = 55 - 54 = 1$

d)  $33 + 6 \cdot 5 + 21 = 33 + 30 + 21 = 63 + 21 = 84$

## 103 Calcula.



a)  $15 + (12 + 6) : 3$

c)  $4 + 15 : 5 + 17$

b)  $31 - (13 + 8) : 7$

d)  $42 - (3 + (32 : 4) : 2)$

a)  $15 + (12 + 6) : 3 = 15 + 18 : 3 = 15 + 6 = 21$

b)  $31 - (13 + 8) : 7 = 31 - 21 : 7 = 31 - 3 = 28$

c)  $4 + 15 : 5 + 17 = 4 + 3 + 17 = 24$

d)  $42 - (3 + (32 : 4) : 2) = 42 - (3 + 8 : 2) = 42 - (3 + 4) = 42 - 7 = 35$

**104 Realiza estas operaciones.**

a)  $8 \cdot 3 + 36 : 9 + 5$                       c)  $48 - 5 \cdot 7 + 9 \cdot 3 - 19$

b)  $144 : (24 : 6) + 4 \cdot 7$                       d)  $14 - 21 : 7 + 105 : 5$

a)  $8 \cdot 3 + 36 : 9 + 5 = 24 + 4 + 5 = 33$

b)  $144 : (24 : 6) + 4 \cdot 7 = 144 : 4 + 4 \cdot 7 = 36 + 28 = 64$

c)  $48 - 5 \cdot 7 + 9 \cdot 3 - 19 = 48 - 35 + 27 - 19 = 75 - 54 = 21$

d)  $14 - 21 : 7 + 105 : 5 = 14 - 3 + 21 = 35 - 3 = 32$

**105 Resuelve.**

a)  $42 \cdot 3 - 124 : 4 - (180 : 9) : 5$

b)  $(241 - 100 + 44) : 5 + 20 \cdot 7$

c)  $7 + 8 \cdot (17 - 5) - 28 : 2$

d)  $(12 + 3 \cdot 5) : 9 + 8$

a)  $42 \cdot 3 - 124 : 4 - (180 : 9) : 5 = 42 \cdot 3 - 124 : 4 - 20 : 5 =$   
 $= 126 - 31 - 4 = 126 - 35 = 91$

b)  $(241 - 100 + 44) : 5 + 20 \cdot 7 = (285 - 100) : 5 + 20 \cdot 7 =$   
 $= 185 : 5 + 140 = 37 + 140 = 177$

c)  $7 + 8 \cdot (17 - 5) - 28 : 2 = 7 + 8 \cdot 12 - 28 : 2 = 7 + 96 - 14 =$   
 $= 103 - 14 = 89$

d)  $(12 + 3 \cdot 5) : 9 + 8 = (12 + 15) : 9 + 8 = 27 : 9 + 8 = 3 + 8 = 11$

**106 Calcula el valor de estas expresiones.**

a)  $3 \cdot (100 - 90) + 12 \cdot (5 + 2)$

b)  $7 \cdot (26 : 2) - (6 : 3) \cdot 6 + 4$

c)  $66 : (15 - 9) + 7 \cdot (6 : 2) - 12 : 2$

d)  $7 \cdot (4 + 8 - 5) : (12 - 5) + 7 \cdot (8 - 6 + 1)$

e)  $3 \cdot (15 : 3 - 2) + (8 + 20) : 4 - 1$

f)  $38 - (30 : 6 + 5) \cdot 2 - 6 \cdot 3 : 2$

g)  $8 \cdot (28 - 14 : 7 \cdot 4) : (22 + 5 \cdot 5 - 31)$

h)  $[200 - 3 \cdot (12 : 4 - 3)] - 6 + 37 - 35 : 7$

a)  $3 \cdot 10 + 12 \cdot 7 = 30 + 84 = 114$

b)  $7 \cdot 13 - 2 \cdot 6 + 4 = 91 - 12 + 4 = 83$

c)  $66 : 6 + 7 \cdot 3 - 6 = 11 + 21 - 6 = 26$

d)  $7 \cdot 7 : 7 + 7 \cdot 3 = 49 : 7 + 21 = 7 + 21 = 28$

e)  $3 \cdot (5 - 2) + 28 : 4 - 1 = 3 \cdot 3 + 7 - 1 = 9 + 7 - 1 = 15$

f)  $38 - (5 + 5) \cdot 2 - 18 : 2 = 38 - 10 \cdot 2 - 9 = 38 - 20 - 9 = 9$

g)  $8 \cdot (28 - 14 : 7 \cdot 4) : (22 + 5 \cdot 5 - 31) = 8 \cdot (28 - 8) : 16 = 8 \cdot 20 : 16 =$   
 $= 160 : 16 = 10$

h)  $[200 - 3 \cdot (3 - 3)] - 6 + 37 - 5 = [200 - 3 \cdot 0] - 6 + 37 - 5 =$   
 $= 200 - 6 + 37 - 5 = 226$

# Números naturales

**107** Calcula mentalmente el número que falta.

- a)  $3 \cdot 5 + 3 \cdot \square = 60$
- b)  $13 \cdot 40 - 13 \cdot \square = 260$
- c)  $15 \cdot \square + 7 \cdot \square - 15 \cdot 6 = 150$ 
  - a) 15
  - b) 20
  - c) 9, 15

**108** Realiza las operaciones combinadas.

- a)  $\sqrt{49} + 3 \cdot (12 - 7)$
- b)  $7 + \sqrt{9} - 18 : 3$
- c)  $8 \cdot (12 - 5) + \sqrt{25}$
- d)  $3 + 4 \cdot (\sqrt{36} - 4)$ 
  - a)  $7 + 3 \cdot 5 = 7 + 15 = 22$
  - b)  $7 + 3 - 6 = 4$
  - c)  $8 \cdot 7 + 5 = 56 + 5 = 61$
  - d)  $3 + 4 \cdot 2 = 3 + 8 = 11$

**109** Calcula.

- a)  $5^2 \cdot (3 + 28 : 4)$
  - b)  $3^4 : \sqrt{9} - 2^2$
  - c)  $3^3 \cdot \sqrt{4} - 4^2$
  - d)  $2^4 \cdot (5 + \sqrt{36} : 3)$
  - e)  $4^2 : 2^3 + \sqrt{64} : 2$
  - f)  $(\sqrt{81} : 3) \cdot 2^3 - (4^2 + 3)$
- a)  $25 \cdot (3 + 7) = 250$
  - b)  $3^4 : 3 - 2^2 = 3^3 - 2^2 = 27 - 4 = 23$
  - c)  $27 \cdot 2 - 16 = 38$
  - d)  $16 \cdot (5 + 2) = 16 \cdot 7 = 112$
  - e)  $16 : 8 + 8 : 2 = 2 + 4 = 6$
  - f)  $(9 : 3) \cdot 8 - 19 = 3 \cdot 8 - 19 = 5$

**110** Efectúa estas operaciones.

- a)  $2^4 - 2^3 + 2^2 - 2$
- b)  $\sqrt{100} : 5 + 3^3 : 3$
- c)  $7 \cdot (5 + 3) - 5^2 \cdot \sqrt{4}$
- d)  $12 - 18 : 2 + 4 \cdot \sqrt{121}$
- e)  $7^2 : (\sqrt{36} + 1) - 2^2$
- f)  $(3^2 - \sqrt{25}) : (4^2 - 12)$
- g)  $2^5 : [(\sqrt{81} - 3^2) + 4^2]$
- h)  $5 \cdot 4^3 - (10^2 : 5^2) + \sqrt{100}$

- a)  $16 - 8 + 4 - 2 = 10$   
 b)  $10 : 5 + 27 : 3 = 2 + 9 = 11$   
 c)  $7 \cdot 8 - 25 \cdot 2 = 56 - 50 = 6$   
 d)  $12 - 9 + 4 \cdot 11 = 3 + 44 = 47$   
 e)  $49 : (6 + 1) - 4 = 49 : 7 - 4 = 7 - 4 = 3$   
 f)  $(9 - 5) : (16 - 12) = 4 : 4 = 1$   
 g)  $32 : (0 + 16) = 2$   
 h)  $5 \cdot 64 - 4 + 10 = 326$

**111** Aproxima, mediante truncamiento, estos números a las centenas y decenas de millar.

a) **18935**

c) **761012**

b) **35781**

d) **1999999**

- a) Centenas  $\rightarrow$  18900                      Decenas de millar  $\rightarrow$  10000  
 b) Centenas  $\rightarrow$  35700                      Decenas de millar  $\rightarrow$  30000  
 c) Centenas  $\rightarrow$  761000                      Decenas de millar  $\rightarrow$  760000  
 d) Centenas  $\rightarrow$  1999900                      Decenas de millar  $\rightarrow$  1990000

**112** Aproxima, mediante redondeo, estos números a las unidades de millar y a las decenas.

a) **1204**

b) **3999999**

c) **98621**

d) **777777**

- a) Unidades de millar  $\rightarrow$  1000                      Decenas  $\rightarrow$  1200  
 b) Unidades de millar  $\rightarrow$  4000000                      Decenas  $\rightarrow$  4000000  
 c) Unidades de millar  $\rightarrow$  99000                      Decenas  $\rightarrow$  98620  
 d) Unidades de millar  $\rightarrow$  778000                      Decenas  $\rightarrow$  777780

**113** Copia esta tabla en tu cuaderno.

a) **Complétala con truncamientos.**

b) **Complétala con redondeos.**

a)

	A las decenas	A las centenas
<b>345</b>	340	300
<b>8999</b>	8990	8900
<b>62000</b>	62000	62000
<b>125589</b>	125580	125500
<b>2326001</b>	2326000	2326000

b)

	A las decenas	A las centenas
<b>345</b>	350	300
<b>8999</b>	9000	9000
<b>62000</b>	62000	62000
<b>125589</b>	125590	125600
<b>2326001</b>	2326000	2326000

# Números naturales

**114** ● Realiza las operaciones y aproxima su resultado a las unidades de millar, por truncamiento y redondeo.

- a)  $6070 - 1234$                       d)  $101145 + 14402$   
b)  $365079 + 89301$                 e)  $12763 - 10841$   
c)  $37213 - 15842$                 f)  $24073 - 391$

- |           |                  |                      |
|-----------|------------------|----------------------|
| a) 4836   | Redondeo: 5000   | Truncamiento: 4000   |
| b) 454380 | Redondeo: 454000 | Truncamiento: 454000 |
| c) 21371  | Redondeo: 21000  | Truncamiento: 21000  |
| d) 115547 | Redondeo: 116000 | Truncamiento: 115000 |
| e) 1922   | Redondeo: 2000   | Truncamiento: 1000   |
| f) 23682  | Redondeo: 24000  | Truncamiento: 23000  |

**115** ●● Escribe tres números cuyo redondeo y truncamiento a las centenas sean el mismo número.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 1232, 345438, 404

**116** ● HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVE UN PROBLEMA EN EL QUE LOS DATOS ESTÁN RELACIONADOS?

La factura telefónica del mes pasado fue de 34 €, la de este mes ha sido 5 € más cara y la de hace dos meses fue 4 € menos. ¿A cuánto ha ascendido el gasto en teléfono en los últimos tres meses?

**PRIMERO.** Se toma el dato conocido del problema.

«El mes pasado» → 34 €

**SEGUNDO.** Se calculan los demás datos del problema.

«Este mes 5 € más» →  $34 + 5 = 39$  €

«Hace dos meses 4 € menos» →  $34 - 4 = 30$  €

**TERCERO.** Se resuelve el problema.

$$34 + 39 + 30 = 103 \text{ €}$$

El gasto en teléfono ha sido de 103 €.

**117** ●● En un partido de baloncesto, los máximos anotadores han sido Juan, Jorge y Mario. Juan ha logrado 19 puntos, Jorge 5 puntos más que Juan y Mario 7 puntos menos que Jorge. ¿Cuántos puntos han obtenido entre los tres?

$$19 + (19 + 5) + (19 + 5 - 7) = 19 + 24 + 17 = 60 \text{ puntos entre los tres.}$$

**118** ●● Si ganase 56 € más al mes podría gastar: 420 € en el alquiler de la casa, 102 € en gasolina para el coche, 60 € en la manutención y 96 € en gastos generales, y ahorraría 32 €. ¿Cuánto gana al mes?

$$420 + 102 + 60 + 96 + 32 - 56 = 654 \text{ € gana al mes.}$$

- 119** Mario tiene 11 años y es 4 años menor que su hermana. Entre los dos tienen 19 años menos que su madre. ¿Cuántos años tiene la madre?

Mario tiene 11 años.

Su hermana:  $11 + 4 = 15$  años

Y su madre:  $11 + 15 + 19 = 45$  años

- 120** Se ha enseñado a un grupo de jóvenes a sembrar trigo. El primer día sembraron 125 kilos y el segundo día sembraron el doble de kilos que el primero.

- a) ¿Cuántos kilos sembraron el segundo día?  
b) ¿Y entre los dos días?

a)  $2 \cdot 125 = 250$  kg sembraron el segundo día.

b)  $125 + 250 = 375$  kg sembraron entre los dos días.

- 121** Observa estos precios.

- a) ¿Se pueden adquirir los tres artículos con 900 €?  
b) ¿Cuál es la cantidad mínima necesaria para comprar los tres artículos?  
c) ¿Cuánto sobra, con seguridad, si se dispone de 2000 € para comprar los tres artículos?



- a) Si compramos los artículos más baratos, los tres costarían:  
 $400 + 200 + 350 = 950$  €. No se pueden adquirir los tres artículos.  
b) La cantidad mínima necesaria sería de 950 €.  
c) El mayor coste posible será:  $600 + 450 + 750 = 1800$  €, luego sobran, con seguridad:  $2000 - 1800 = 200$  €

- 122** Un generador eléctrico consume 9 litros de gasolina a la hora y una bomba de agua 7 veces más. ¿Cuántos litros consumen entre los dos al cabo de 4 horas?

En 1 hora consumen:  $9 + 9 \cdot 7 = 72$  litros

En 4 horas consumen:  $72 \cdot 4 = 288$  litros

- 123** Cada fin de semana Luis recibe 6 € y se gasta 4 €. ¿Cuántas semanas han de pasar hasta que ahorre 18 €?

$$\frac{18}{6 - 4} = 9 \text{ semanas}$$

- 124** Pedro tiene 79 € para comprar sillas. Sabiendo que cada una cuesta 7 €, ¿cuántas sillas puede comprar? ¿Cuánto le sobra?

Puede comprar  $79 : 7 = 11$  sillas y le sobran 2 €.

# Números naturales

125



Una botella de 1 litro de aceite cuesta 3 €. Si la garrafa de 6 litros cuesta 12 €, ¿cuánto dinero nos ahorramos comprando garrafas?

El litro de aceite de la garrafa cuesta 2 €, es decir, nos ahorramos 1 € en cada litro.

126



Un coche va a 110 km/h y otro a 97 km/h. ¿Cuántos kilómetros le llevará de ventaja el primer coche al segundo al cabo de 9 horas?

Le llevará de ventaja:  $110 - 97 = 13$  km en 1 hora, y en 9 horas,  $13 \cdot 9 = 117$  km.

127



Vamos a repartir 720 € entre tres personas y se sabe que la primera recibirá 280 €. ¿Cuánto recibirán las otras dos si el resto se reparte en partes iguales?

$$\frac{720 - 280}{2} = 220 \text{ € recibirá cada persona.}$$

128



Nacho y Ana están preparando una fiesta y compran 12 botellas de 2 litros de naranja, 12 de limón y 12 de cola.

a) ¿Cuántos litros han comprado?

b) Si cada botella de 2 litros cuesta 2 €, ¿cuánto dinero se han gastado?

a)  $12 \cdot 2 + 12 \cdot 2 + 12 \cdot 2 = 72$  litros han comprado.

b)  $(12 + 12 + 12) \cdot 2 = 72$  € se han gastado.

129



En un vivero tienen plantados 1 752 pinos.

a) Si los venden en grupos de 12 pinos a 4 € cada grupo, ¿cuánto dinero obtienen?

b) ¿Cuántos pinos más necesitarían para vender pinos por un valor de 600 €?

a)  $(1752 : 12) \cdot 4 = 584$  €

b)  $(600 - 584) : 4 \cdot 12 = 48$  pinos

130



En España cada persona recicla, por término medio, 14 kg de vidrio cada año.

a) Si en España hay 40 millones de personas, ¿cuántos kilos de vidrio se reciclan al año?

b) Para reciclar 680 000 000 000 kg, ¿cuántos kilos más debería reciclar cada persona?

a)  $40000000 \cdot 14 = 560000000$  kg

b)  $680000000000 : 40000000 = 17000$  kg

- 131** El tablero del ajedrez es un cuadrado formado por 8 filas, con 8 cuadraditos en cada fila. ¿Cuántos cuadraditos hay en total?

$$8^2 = 64 \text{ cuadraditos}$$

- 132**  Marta quiere saber cuántos melocotones hay en el almacén.

Para ello hace 5 montones con 5 cajas en cada montón, y en cada caja, 5 filas con 5 melocotones en cada fila. ¿Cuántos melocotones hay?

$$5^4 = 625 \text{ melocotones}$$

- 133** Luis acaba de recibir cuatro cajas cuadradas llenas de vasos que debe colocar. La caja tiene cuatro filas y hay cuatro vasos en cada fila. ¿Cuántos vasos tiene que colocar?

Tiene que colocar  $4^3 = 64$  vasos.

- 134** ¿Cuántos azulejos necesita Jorge para cubrir una pared cuadrada, si en la primera fila ha colocado 5 azulejos?

$$5^2 = 25 \text{ azulejos}$$

- 135** Una fotografía cuadrada de  $16 \text{ cm}^2$  la queremos ampliar en cuatro veces su tamaño. ¿Cuál será la longitud de un lado de la foto?

Como  $16 \cdot 4 = 64 \text{ cm}^2$ , entonces  $\sqrt{64} = 8 \text{ cm}$  será la longitud del lado de la foto.

- 136** Para repartir 27 caramelos en bolsas de 4, 5 o 6 caramelos sin que sobre ninguno, ¿cuántas bolsas necesitamos como mínimo?

Calculamos cuántos caramelos podríamos meter en las bolsas mayores, las bolsas de 6 caramelos:

$$\begin{array}{r} 27 \quad \underline{6} \\ 3 \quad 4 \end{array}$$

Si usamos 4 bolsas de 6 caramelos, sobran 3.

Como no tenemos bolsas de 3 caramelos, utilizaremos 3 bolsas de 6 caramelos,  $3 \cdot 6 = 18$ , y nos quedan por envasar  $27 - 18 = 9$ .

Ahora calculamos cuántos caramelos de los que nos sobran, 9, podríamos meter en la siguiente bolsa mayor, la de 5 caramelos.

$$\begin{array}{r} 9 \quad \underline{5} \\ 4 \quad 1 \end{array}$$

Usamos una bolsa de 5 caramelos y nos sobran 4.

Como tenemos bolsas de 4 caramelos, utilizaremos una bolsa de este tamaño.

Por tanto, necesitaríamos como mínimo 5 bolsas: tres de 6 caramelos, una de 5 caramelos y otra de 4 caramelos.



# Números naturales

137



**Tenemos 320 kg de naranjas que se quieren empaquetar en bolsas de 12 kg, 5 kg y 3 kg. ¿Cuántas bolsas se necesitan como mínimo?**

Primero usamos  $320 : 12 = 26$  bolsas y sobran 8 kg, luego usamos  $8 : 5 = 1$  bolsa y sobran 3 kg, y finalmente usamos  $3 : 3 = 1$  bolsa. En total usaremos 26 bolsas de 12 kg, 1 bolsa de 5 kg y 1 bolsa de 3 kg.

138



**Se quieren repartir 31 alumnos en grupos. Cada grupo debe tener al menos 3 alumnos y como máximo 5. ¿Cuántos grupos se pueden formar como mínimo? ¿Y como máximo?**

$31 : 6 \rightarrow c = 5, r = 1$ . No se pueden hacer grupos con 1 alumno.

$31 : 5 \rightarrow c = 5, r = 6; 6 : 3 = 2$

Como mínimo se pueden hacer 5 grupos de 5 alumnos y 2 grupos de 3 alumnos.

$31 : 3 \rightarrow c = 9, r = 4; 4 : 4 = 1$

Como máximo se pueden hacer 9 grupos de 3 alumnos y 1 grupo de 4 alumnos.

139



**Las siguientes operaciones representan una división.**

a)  $19 = 3 \cdot 5 + 4$

b)  $19 = 3 \cdot 6 + 1$

**Identifica el dividendo, el divisor, el cociente y el resto.**

a) Dividendo = 19      Resto = 4

Como Resto < Divisor  $\rightarrow$  Divisor = 5      Cociente = 3

b) Dividendo = 19      Resto = 1

Como Resto < Divisor, existen dos posibilidades:

Divisor = 3      Cociente = 6

Divisor = 6      Cociente = 3

140



**Creemos un número escribiendo en fila todos los números desde el 1 hasta el 2006.**

**¿Qué cifra ocupará la posición 2006?**

Hasta el número 1000 tendremos:

$\left. \begin{array}{l} \bullet 9 \text{ números de 1 cifra} \rightarrow 9 \\ \bullet 90 \text{ números de 2 cifras} \rightarrow 180 \end{array} \right\} \rightarrow 9 + 180 = 189$

A partir de la posición 189 comienzan los números de 3 cifras. Los números de 3 cifras son:  $2006 - 189 = 1817$

La división  $1817 : 3$  tiene 605 de cociente y 2 de resto. Por tanto, necesitamos 605 números de 3 cifras, siendo la cifra de las decenas del siguiente número la que ocupará la posición 2006.

El último número entero de 3 cifras es:  $99 + 605 = 704$ , luego la cifra de las decenas del número 705 es 0.



**141** Escribiendo un 3 al comienzo y un 2 al final de cierto número, este aumenta en 37 328. ¿De qué número estamos hablando?

El número debe ser de 3 cifras, pues si fuera de 2 cifras la diferencia se aproximaría a 3000, y si fuera de 5 cifras la diferencia se aproximaría a 300000.

Por tanto, el número es  $abc$  y  $3abc2 - abc = 37328$ .

El 2 menos las unidades debe ser 8, por lo que las unidades serán 4 y nos llevamos 1.

El 4 ( $c$ ) menos las decenas más 1 tiene que ser 2, luego las decenas son 1.

El 1 ( $c$ ) menos las centenas debe ser 3, siendo las centenas 8 y nos llevamos 1.

El número es 814.

$$38142 - 814 = 37328$$

**142** Un número capicúa es un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda: por ejemplo, 15951.

¿Cuántos números naturales comprendidos entre 100 y 1000 son capicúas?

Entre 100 y 110 hay un número capicúa, 101; entre 110 y 120, está 111..., es decir, en cada decena completa hay un número capicúa. Por tanto, entre 100 y 1000 hay  $900 : 10 = 90$  decenas, luego hay 90 números capicúas.

Haciéndolo de otro modo: por estar entre 100 y 1000 los capicúas son de tres cifras, luego su forma es  $aba$ , siendo  $a$  una cifra del 1 al 9 y  $b$  del 0 al 9, por lo que las combinaciones son  $9 \cdot 10 = 90$  números capicúas.

**143** Mira estas potencias. ¿En qué cifra acaba  $7^{2006}$ ?

$7^1 = 7$	$7^5 = 16807$
$7^2 = 49$	$7^6 = 117649$
$7^3 = 343$	$7^7 = 823543$
$7^4 = 2401$	$7^8 = 5764801$

$2006 = 4 \cdot 501 + 2$ . Las potencias que son de la forma  $7^{4 \cdot x + 2}$  terminan en 9. Luego la potencia  $7^{2006}$  termina en 9.

**144** Observa la suma:

$$1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots + 10^{2006} + 10^{2007}$$

¿Sabrías decir cuánto suman las cifras de este número?

El número estará formado por 2007 números 1, luego su suma será 2007.



## PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

A Sofía le ha llegado este mensaje telefónico.

Sofía no se lo ha creído, pero le ha dado una idea...

En su grupo ecologista quieren hacer una campaña para concienciar a la gente del deterioro de los fondos marinos.

Sofía va a mandar este mensaje a tres amigos.

Cada uno de ellos, al día siguiente, mandará el mensaje a otros tres amigos. Así, la cadena no se rompe.



ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- ¿Cuántos mensajes enviará Sofía? ¿Y cada uno de sus amigos?
- Si Sofía envía hoy los mensajes, ¿cuándo se enviarán el resto de mensajes?
- ¿Cuántos mensajes se enviarán el tercer día?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- Si falta una semana para el acto y todas las personas mandan sus mensajes, ¿a cuántas personas, como máximo, llegará el mensaje?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- ¿Qué ocurriría si Sofía hubiera mandado solo 2 mensajes? ¿Y si hubieran sido 4? ¿Y 5?

- Sofía enviará 3 mensajes. Cada uno de sus amigos enviará también 3 mensajes.
- Los tres amigos a los que Sofía envía los mensajes mandarán sus mensajes al día siguiente.
- El primer día se enviarán: 3 mensajes  
El segundo día:  $3^2 = 9$  mensajes  
El tercer día:  $3^3 = 27$  mensajes

- El mensaje llegará a:  
 $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 =$   
 $= 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 + 2187 = 3279$  personas

- Si Sofía manda 2 mensajes:  
 $2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^6 =$   
 $= 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 + 1458 = 3158$  personas
- Si Sofía manda 4 mensajes:  
 $4 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^4 + 4 \cdot 3^5 + 4 \cdot 3^6 =$   
 $= 2 \cdot (2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^6) =$   
 $= 2 \cdot 3158 = 6316$  personas
- Si Sofía manda 5 mensajes:  
 $5 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3^4 + 5 \cdot 3^5 + 5 \cdot 3^6 =$   
 $= 5 + 15 + 45 + 135 + 405 + 1215 + 3645 = 5465$  personas

146

El consejo directivo del Polideportivo NUEVO CENTRO ha decidido incluir publicidad en su campo de hockey.

La pista de hockey tiene una superficie de  $800 \text{ m}^2$ , y los bordes de la pista están rodeados por vallas publicitarias. Se propone cobrar una cuota anual de  $400 \text{ €/m}$ .

Los miembros del consejo directivo quieren calcular el dinero anual que recibirían por la publicidad, pero desconocen las dimensiones exactas de los lados del campo.

A un miembro del consejo se le ha ocurrido una forma de calcularlo, pues el campo de hockey está formado por dos cuadrados iguales.

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- ¿Dónde se va a colocar la publicidad? Haz un gráfico en tu cuaderno y señala la parte del campo de hockey que ocupará la publicidad.
- ¿Cuál es la superficie del campo? ¿Cuáles serán los ingresos del polideportivo anualmente por cada metro de publicidad?
- Dibuja en tu cuaderno un campo de hockey con las características que indica el enunciado.

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- Si alquilan todas las vallas publicitarias del campo, ¿cuánto dinero recibirán anualmente?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- Si el presupuesto para unas obras de reforma que necesitan hacer es de  $54\,000 \text{ €}$ , ¿a cuánto tienen que cobrar el metro de publicidad para cubrir los gastos?

- En las vallas que delimitan los lados del campo de hockey.
- La superficie del campo es de  $800 \text{ m}^2$ . Los ingresos anuales serán de  $400 \text{ €/m}$ .
- El campo de hockey que se dibuje tendrá que tener el doble de longitud de largo que de ancho.
- Si el campo está compuesto por dos cuadrados iguales, cada cuadrado tiene una superficie de  $800 : 2 = 400 \text{ m}^2$ . Por tanto, cada cuadrado tiene de lado:

$$\text{Lado del cuadrado} = \sqrt{400} = 20 \text{ m}$$

$$\text{Dimensiones del campo: } \begin{array}{l} 20 \text{ m de ancho} \\ 40 \text{ m de largo} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Longitud de valla publicitaria} &= \text{Perímetro del campo} = \\ &= 20 \cdot 2 + 40 \cdot 2 = 120 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{Ingresos anuales} = 120 \cdot 400 = 48\,000 \text{ €}$$

- $54\,000 : 120 = 450 \text{ €/m}$