Estadística

Definición de Estadística

La **Estadística** trata del recuento, ordenación y clasificación de los datos obtenidos por las observaciones, para poder hacer comparaciones y sacar conclusiones.

Un **estudio estadístico** consta de las siguientes fases:

Recogida de datos.

Organización y representación de datos.

Análisis de datos.

Obtención de conclusiones.

Conceptos de Estadística

Población

Una **población** es el conjunto de todos los elementos a los que se somete a un estudio estadístico.

Ejemplo: Conjunto de todos los alumnos de secundaria de la Comunidad de Madrid.

Individuo

Un **individuo** o **unidad estadística** es cada uno de los elementos que componen la población.

Ejemplo: Cada uno de los alumnos de secundaria de la Comunidad de Madrid.

Muestra

Una **muestra** es un conjunto representativo de la población de referencia, el número de individuos de una muestra es menor que el de la población.

Ejemplo: De entre todos los alumnos de secundaria de la Comunidad de Madrid escogemos los de Humanes.

Muestreo

El **muestreo** es la reunión de datos que se desea estudiar, obtenidos de una proporción reducida y representativa de la población.

Valor

Un **valor** es cada uno de los posibles resultados que se pueden obtener en un estudio estadístico. Si lanzamos una moneda al aire 5 veces podemos obtener dos valores: cara y cruz.

Dato

Un **dato** es cada uno de los valores que se ha obtenido al realizar un estudio estadístico. Si lanzamos una moneda al aire 5 veces un posible valor será: cara, cara, cruz, cara, cruz.

Variable estadística

Definición de variable

Una **variable estadística** es cada una de las **características o cualidades** que podemos estudiar en los i**ndividuos de una población**.

Tipos de variable estadísticas

Variable cualitativa

Las **variables cualitativas** se refieren a **características o cualidades** que **no** pueden ser medidas con **números**. Podemos distinguir dos tipos:

Variable cualitativa nominal

Una **variable cualitativa nominal** presenta **modalidades no numéricas** que **no** admiten un **criterio de orden**. Por ejemplo:

El estado civil, con las siguientes modalidades: soltero, casado, separado, divorciado y viudo.

Variable cualitativa ordinal o variable cuasicuantitativa

Una **variable cualitativa ordinal** presenta **modalidades no númericas**, en las que existe un **orden**. Por ejemplo:

La nota en un examen: suspenso, aprobado, notable, sobresaliente.

Puesto conseguido en una prueba deportiva: 1º, 2º, 3º, ...

Medallas de una prueba deportiva: oro, plata, bronce.

Variable cuantitativa

Una **variable cuantitativa** es la que se expresa mediante un **número**, por tanto se pueden realizar o**peraciones aritméticas** con ella. Podemos distinguir dos tipos:

Variable discreta

Una **variable discreta** es aquella que toma **valores aislados**, es decir **no** admite **valores intermedios** entre dos valores específicos. Por ejemplo:

El número de hermanos de 5 amigos: 2, 1, 0, 1, 3.

Variable continua

Una **variable continua** es aquella que, al menos teóricamente, puede admitir infinitos **valores entre dos números dados**. Por ejemplo:

La altura de los 5 amigos: 1.73, 1.82, 1.77, 1.69, 1.75.

En la práctica medimos la altura con dos decimales, pero también se podría dar con tres decimales, cuatro, etc.

Tablas de estadística

Frecuencia absoluta

La **frecuencia absoluta** es el **número de veces** que aparece un determinado **valor** en un estudio estadístico.

Se representa por $\mathbf{f_i}$.

La **suma de las frecuencias absolutas** es igual al número total de datos, que se representa por **N**.

$$f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_n = N$$

Para indicar resumidamente estas sumas se utiliza la letra griega **Σ** (sigma mayúscula) que se lee suma o sumatoria.

$$\sum_{i=1}^{i=n} f_i = N$$

Frecuencia relativa

La **frecuencia relativa** es el **cociente** entre la f**recuencia absoluta** de un determinado valor y el **número total de datos**.

Se puede expresar en tantos por ciento y se representa por $\mathbf{h_i}$.

$$h_i = \frac{f_i}{N}$$

La suma de las frecuencias relativas es igual a 1.

Frecuencia acumulada

La **frecuencia acumulada** es la **suma de las frecuencias absolutas** de todos los **valores inferiores o iguales** al **valor** considerado.

Se representa por **F_i**.

Frecuencia relativa acumulada

La **frecuencia relativa acumulada** es el **cociente** entre la **frecuencia acumulada** de un determinado **valor** y el **número total de datos**. Se puede expresar en tantos por ciento. Se representa por H_i.

Distribución de frecuencias

La **distribución de frecuencias** o **tabla de frecuencias** es una **ordenación** en forma de **tabla** de los **datos estadísticos**, asignando a cada **dato** su **frecuencia correspondiente**.

Ejemplo

Durante el mes de julio, en una ciudad se han registrado las siguientes temperaturas máximas:

32, 31, 28, 29, 33, 32, 31, 30, 31, 31, 27, 28, 29, 30, 32, 31, 31, 30, 30, 29, 29, 30, 30, 31, 30, 31, 34, 33, 33, 29, 29.

En la primera columna de la tabla colocamos la variable ordenada de menor a mayor, en la segunda hacemos el recuento, en la tercera anotamos la frecuencia absoluta, en la siguiente la absoluta acumulada, y a continuación la frecuencia relativa y la acumulada.

x_i	Recuento	f_i	F_i	h_i	H_i
27	I	1	1	0.032	0.032
28	II	2	3	0.065	0.097
29	~~IIII~~ I	6	9	0.194	0.290
30	~~IIII~~ II	7	16	0.226	0.0516
31	~~IIII~~ III	8	24	0.258	0.774
32	III	3	27	0.097	0.871
33	III	3	30	0.097	0.968
34	I	1	31	0.032	1
		31		1	

Este tipo de **tablas de frecuencias** se utiliza con **variables discretas**.

Distribución de frecuencias agrupadas

La **distribución de frecuencias agrupadas** o **tabla con datos agrupados** se emplea si las **variables** toman un **número grande de valores** o la **variable es continua**.

Se **agrupan** los **valores** en **intervalos** que tengan la **misma amplitud** denominados **clases**. A cada **clase** se le asigna su **frecuencia correspondiente**.

Límites de la clase

Cada **clase** está **delimitada** por el **límite inferior de la clase** y el **límite superior de la clase**.

Amplitud de la clase

La **amplitud de la clase** es la **diferencia** entre el **límite superior e inferior** de la **clase**.

Marca de clase

La **marca de clase** es el **punto medio** de cada **intervalo** y es el **valor** que representa a todo el **intervalo** para el **cálculo** de algunos **parámetros**.

Construcción de una tabla de datos agrupados

3, 15, 24, 28, 33, 35, 38, 42, 43, 38, 36, 34, 29, 25, 17, 7, 34, 36, 39, 44, 31, 26, 20, 11, 13, 22, 27, 47, 39, 37, 34, 32, 35, 28, 38, 41, 48, 15, 32, 13.

1º se localizan los valores menor y mayor de la distribución. En este caso son 3 y 48.

2º Se restan y se busca un número entero un poco mayor que la diferencia y que sea divisible por el número de intervalos de queramos poner.

Es conveniente que el número de intervalos oscile entre 6 y 15.

En este caso, 48 - 3 = 45, incrementamos el número hasta 50 : 5 = 10 intervalos.

Se forman los intervalos teniendo presente que el límite inferior de una clase pertenece al intervalo, pero el límite superior no pertenece intervalo, se cuenta en el siguiente intervalo.

	c_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[0, 5)	2.5	1	1	0.025	0.025
[5, 10)	7.5	1	2	0.025	0.050
[10, 15)	12.5	3	5	0.075	0.125
[15, 20)	17.5	3	8	0.075	0.200
[20, 25)	22.5	3	11	0.075	0.2775
[25, 30)	27.5	6	17	0.150	0.425
[30, 35)	32.5	7	24	0.175	0.600
[35, 40)	37.5	10	34	0.250	0.850
[40, 45)	42.5	4	38	0.100	0.950
[45, 50)	47.5	2	40	0.050	1
		40		1	

Diagrama de barras y polígonos de frecuencias

Diagrama de barras

Un **diagrama de barras** se utiliza para de presentar **datos cualitativos** o **datos cuantitativos de tipo discreto**.

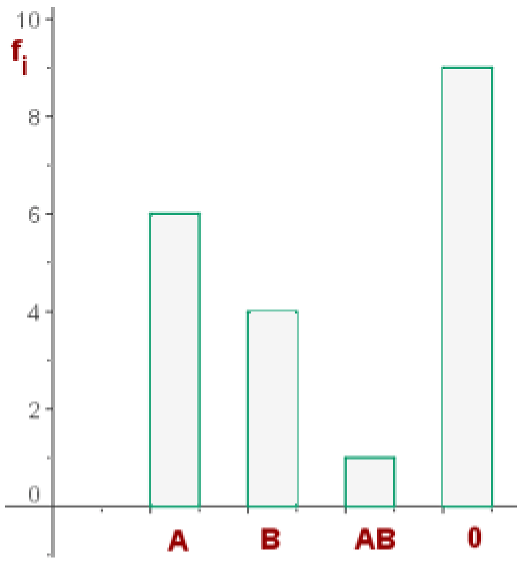
Se representan sobre unos ejes de coordenadas, en el **eje de abscisas** se colocan los **valores de la variable**, y sobre el **eje de ordenadas** las **frecuencias absolutas o relativas o acumuladas**.

Los **datos** se representan mediante **barras** de una **altura proporcional** a la **frecuencia**.

Ejemplo

Un estudio hecho al conjunto de los 20 alumnos de una clase para determinar su grupo sanguíneo ha dado el siguiente resultado:

Grupo sanguíneo	f_i
A	6
B	4
AB	1
0	9
	20



Polígonos de frecuencias

Un **polígono de frecuencias** se forma uniendo los **extremos** de las **barras** mediante **segmentos**.

También se puede realizar trazando los **puntos** que representan las **frecuencias** y uniéndolos mediante **segmentos**.

Ejemplo

Las temperaturas en un día de otoño de una ciudad han sufrido las siguientes variaciones:

Hora	Temperatura
6	7°
9	12°
12	14°
15	11°
18	12°
21	10°
24	8°

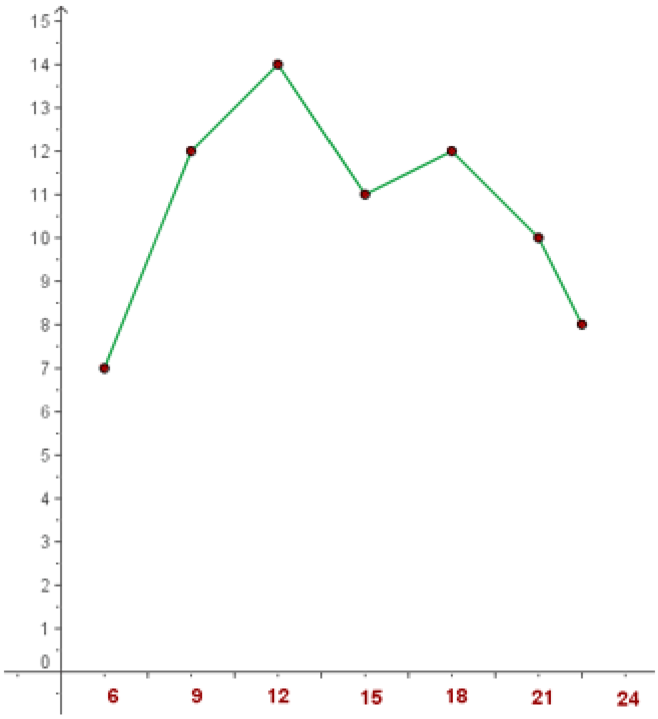


Diagrama de sectores

Un **diagrama de sectores** se puede utilizar para todo tipo de *variables*, pero se usa frecuentemente para las **variables cualitativas**.

Los **datos** se representan en un **círculo**, de modo que el **ángulo** de cada **sector** es **proporcional** a la **frecuencia absoluta** correspondiente.

$$\alpha = \frac{360^\circ}{N} \cdot f_i$$

El diagrama circular se construye con la ayuda de un transportador de ángulos.

Ejemplo

En una clase de 30 alumnos, 12 juegan a baloncesto, 3 practican la natación, 4 juegan al fútbol y el resto no practica ningún deporte.

$$\alpha_1 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 12 = 144^\circ \qquad \alpha_2 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 3 = 36^\circ$$

$$\alpha_3 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 9 = 108^\circ \qquad \alpha_4 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 6 = 72^\circ$$

	Alumnos	Ángulo
Baloncesto	12	124°
Natación	3	36°
Fútbol	9	108°
Sin deporte	6	72°
Total	30	360°

Histograma

Un **histograma** es una **representación gráfica** de una **variable** en forma de **barras**.

Se utilizan para **variables continuas** o para **variables discretas**, con un gran número de datos, y que se han agrupado en **clases**.

En el **eje abscisas** se construyen unos **rectángulos** que tienen por **base la amplitud del intervalo**, y por **altura**, la **frecuencia absoluta** de cada **intervalo**.

La **superficie** de cada **barra** es **proporcional** a la **frecuencia** de los **valores** representados.

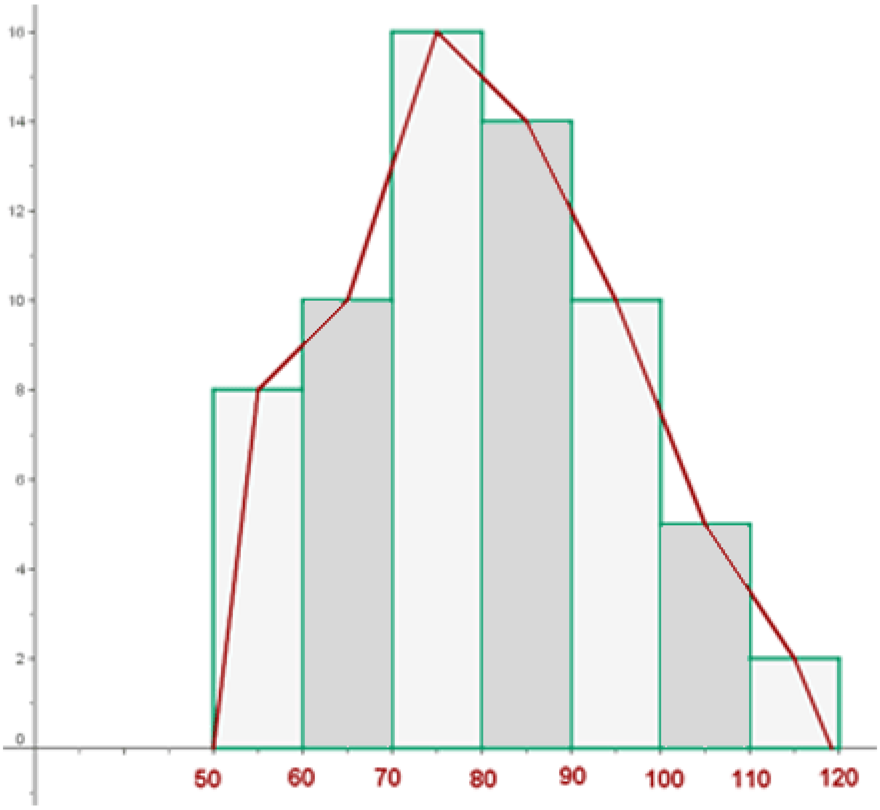
Polígono de frecuencia

Para construir el **polígono de frecuencia** se toma la **marca de clase** que coincide con el **punto medio** de cada **rectángulo**.

Ejemplo

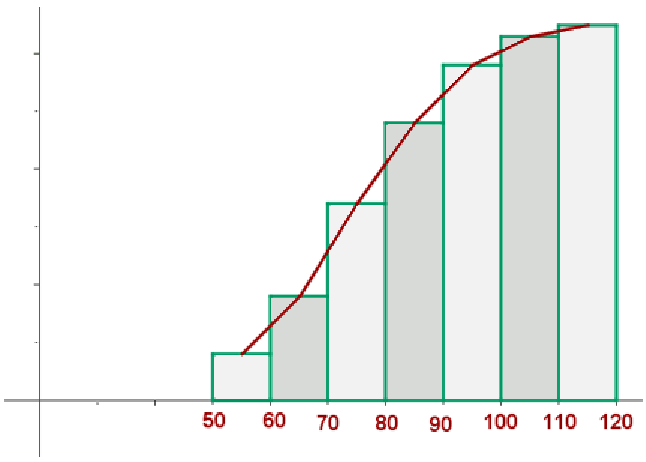
El peso de 65 personas adultas viene dado por la siguiente tabla:

	c_i	f_i	F_i
[50, 60)	55	8	8
[60, 70)	65	10	18
[70, 80)	75	16	34
[80, 90)	85	14	48
[90, 100)	95	10	58
[100, 110)	110	5	63
[110, 120)	115	2	65
		65	



Histograma y polígono de frecuencias acumuladas

Si se representan las **frecuencias acumuladas** de una **tabla de datos agrupados** se obtiene el **histograma de frecuencias acumuladas** o su correspondiente **polígono**.



Parámetros estadísticos

Un **parámetro estadístico** es un **número** que se obtiene a partir de los **datos** de una **distribución estadística**.

Los **parámetros estadísticos** sirven para sintetizar la información dada por una tabla o por una gráfica.

Tipos de parámetros estadísticos

Hay **tres tipos parámetros estadísticos**:

De centralización.

De posición

De dispersión.

Medidas de centralización

Nos indican en torno a qué valor (centro) se distribuyen los datos.

La **medidas de centralización** son:

Media aritmética

La **media** es el valor **promedio** de la distribución.

Mediana

La **mediana** es la **puntación** de la escala que **separa la mitad superior** de la distribución y **la inferior**, es decir divide la serie de datos en **dos partes iguales**.

Moda

La **moda** es el **valor** que **más se repite** en una distribución.

Medidas de posición

Las **medidas de posición** dividen un conjunto de datos en grupos con el mismo número de individuos.

Para calcular las **medidas de posición** es necesario que los **datos** estén ordenados de **menor a mayor**.

La **medidas de posición** son:

Cuartiles

Los **cuartiles dividen** la serie de datos en **cuatro partes iguales**.

Deciles

Los **deciles** dividen la serie de datos en **diez partes iguales**.

Percentiles

Los **percentiles** dividen la serie de datos en **cien partes iguales**.

Medidas de dispersión

Las **medidas de dispersión** nos informan sobre cuánto se alejan del centro los valores de la distribución.

Las **medidas de dispersión** son:

Rango o recorrido

El **rango** es la **diferencia** entre el **mayor** y el **menor** de los **datos** de una distribución estadística.

Desviación media

La **desviación media** es la **media aritmética** de los **valores absolutos** de las **desviaciones** respecto a la **media**.

Varianza

La **varianza** es la **media aritmética** del **cuadrado de las desviaciones** respecto a la **media**.

Desviación típica

La **desviación típica** es la **raíz cuadrada** de la **varianza**.

Moda

La **moda** es el **valor** que tiene **mayor frecuencia absoluta**.

Se representa por M_o.

Se puede hallar la **moda** para **variables cualitativas** y **cuantitativas**.

Hallar la **moda** de la distribución:

2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5 **M_o= 4**

Si en un grupo hay **dos o varias puntuaciones** con la **misma frecuencia** y esa frecuencia es la máxima, la **distribución** es **bimodal** o **multimodal**, es decir, tiene **varias modas**.

1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 9 **M_o= 1, 5, 9**

Cuando todas las **puntuaciones** de un grupo tienen la **misma frecuencia**, **no** hay **moda**.

2, 2, 3, 3, 6, 6, 9, 9

Si **dos puntuaciones adyacentes** tienen la **frecuencia máxima**, la **moda** es el **promedio** de las dos puntuaciones adyacentes.

0, 1, 3, 3, 5, 5, 7, 8 **Mo = 4**

Mediana

Es el **valor** que ocupa el **lugar central** de todos los **datos** cuando éstos están **ordenados de menor a mayor**.

La **mediana** se representa por M_e.

La **mediana** se puede **hallar** sólo para **variables cuantitativas**.

Cálculo de la mediana

1 Ordenamos los **datos** de **menor a mayor**.

2 Si la serie tiene un **número impar de medidas** la **mediana** es la **puntuación central** de la misma.

2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6 **Me= 5**

3 Si la serie tiene un **número par** de puntuaciones la **mediana** es la **media** entre las dos **puntuaciones centrales**.

7, 8, 9, 10, 11, 12 **Me= 9.5**

Media aritmética

La **media aritmética** es el **valor** obtenido al **sumar** todos los **datos** y **dividir** el resultado entre el **número** total de **datos**.

$\bar{x}$ es el símbolo de la **media aritmética**.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{N} \qquad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{N}$$

Ejemplo

Los pesos de seis amigos son: 84, 91, 72, 68, 87 y 78 kg. Hallar el peso medio.

$$\bar{x} = \frac{84 + 91 + 72 + 68 + 87 + 78}{6} = 80\ Kg$$

Media aritmética para datos agrupados

Si los **datos** vienen **agrupados** en una tabla de frecuencias, la expresión de la **media** es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \ldots + x_n f_n}{N} \qquad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{N}$$

Ejercicio de media aritmética

En un test realizado a un grupo de 42 personas se han obtenido las puntuaciones que muestra la tabla. **Calcula la puntuación media**.

	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
[10, 20)	**15**	**1**	**15**
[20, 30)	**25**	**8**	**200**
[30,40)	**35**	**10**	**350**
[40, 50)	**45**	**9**	**405**
[50, 60	**55**	**8**	**440**

[60,70)	65	4	260
[70, 80)	75	2	150
		42	1 820

$$\bar{x} = \frac{1820}{42} = 43.33$$

Observaciones sobre la media aritmética

1 La **media** se puede **hallar** sólo para **variables cuantitativas**.

2 La **media** es **independiente** de las **amplitudes** de los **intervalos**.

3 La **media** es muy sensible a las **puntuaciones extremas**. Si tenemos una distribución con los siguientes pesos:

65 kg, 69kg , 65 kg, 72 kg, 66 kg, 75 kg, 70 kg, 110 kg.

La **media** es igual a 74 kg, que es una **medida de centralización** poco representativa de la distribución.

4 La **media** no se puede calcular si hay un intervalo con una **amplitud indeterminada**.

	x_i	f_i
[60, 63)	61.5	5
[63, 66)	64.5	18
[66, 69)	67.5	42

[69, 72)	70.5	27
[72, ∞)		8
		100

En este caso no es posible hallar la **media** porque no podemos calcular la **marca de clase** del último intervalo.

Cuartiles

Los **cuartiles** son los **tres valores** de la variable que **dividen** a un **conjunto** de **datos ordenados** en **cuatro partes iguales**.

Q_1, Q_2 y Q_3 determinan los valores correspondientes al **25%, al 50% y al 75%** de los **datos**.

Q_2 coincide con la **mediana**.

Cálculo de los cuartiles

1 Ordenamos los **datos** de **menor a mayor**.

2 Buscamos el lugar que ocupa cada **cuartil** mediante la expresión .

$$posición\ Q_i = \frac{i.(N+1)}{4} \quad i = 1,2,3$$ N= nº de datos

Número impar de datos

2, 5, 3, 6, 7, 4, 9

$$\begin{array}{ccccccc} 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 7, & 9 \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ & Q_1 & & Q_2 & & Q_3 & \end{array}$$

Número par de datos

2, 5, 3, 4, 6, 7, 1, 9

$$1,\ \underset{\substack{2.5\\ \downarrow\\ Q_1}}{\underline{2,\ 3}},\ \underset{\substack{4.5\\ \downarrow\\ Q_2}}{\underline{4,\ 5}},\ \underset{\substack{6.5\\ \downarrow\\ Q_3}}{\underline{6,\ 7}},\ 9$$

Deciles

Los **deciles** son los **nueve valores** que **dividen** la serie de **datos** en **diez partes iguales**.

Los **deciles** dan los valores correspondientes al 10%, al 20%... y al 90% de los datos.

$\mathbf{D_5}$ coincide con la **mediana**.

Se calculan de forma similar a los cuartiles

$$posición\ \boldsymbol{D}_i = \frac{i.(N+1)}{\mathbf{10}} \quad i = 1, \mathbf{2}, \ldots \mathbf{10}$$ N= nº de datos

Percentiles

Los **percentiles** son los **99 valores** que **dividen** la serie de **datos** en **100 partes iguales**.

Los **percentiles** dan los valores correspondientes al 1%, al 2%... y al 99% de los datos.

$\mathbf{P_{50}}$ coincide con la **mediana**.

Se calculan:

$$posición\ \boldsymbol{P}_i = \frac{i.(N+1)}{\mathbf{100}} \quad i = 1, \mathbf{2}, \ldots \mathbf{100}$$ N= nº de datos

Desviación media

La **desviación media** es la **media aritmética** de los **valores absolutos de las desviaciones respecto a la media**.

La **desviación media** se representa por $D_{\bar{x}}$

$$D_{\bar{x}} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{N} \qquad D_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{N}$$

Ejemplo

Calcular la **desviación media** de la distribución:

9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

$$\bar{x} = \frac{9+3+8+8+9+8+9+18}{8} = 9$$

$$D_{\bar{x}} = \frac{|9-9| + |3-9| + |8-9| + |8-9| + |9-9| + |8-9| + |9-9| + |18-9|}{8} = 2.25$$

Desviación media para datos agrupados

Si los datos vienen agrupados en una **tabla de frecuencias**, la expresión de la **desviación media** es:

$$D_{\bar{x}} = \frac{|x_1 - \bar{x}| f_1 + |x_2 - \bar{x}| f_2 + \ldots + |x_n - \bar{x}| f_n}{N} \qquad D_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}| f_i}{N}$$

Ejemplo

Calcular la **desviación media** de la distribución:

	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$\|x - \bar{x}\|$	$\|x - \bar{x}\| \cdot f_i$
[10, 15)	12.5	3	37.5	9.286	27.858
[15, 20)	17.5	5	87.5	4.286	21.43
[20, 25)	22.5	7	157.5	0.714	4.998
[25, 30)	27.5	4	110	5.714	22.856
[30, 35)	32.5	2	65	10.174	21.428
		21	457.5		98.57

$$\bar{x} = \frac{457.5}{21} = 21.786 \qquad D_{\bar{x}} = \frac{98.57}{21} = 4.69$$

Varianza

La **varianza** es la **media aritmética del cuadrado de las desviaciones respecto a la media** de una distribución estadística.

La varianza se representa por σ^2.

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{N} \qquad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Varianza para datos agrupados

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2 f_n}{N} \qquad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{N}$$

Para simplificar el **cálculo de la varianza** vamos o utilizar las siguientes expresiones que son equivalentes a las anteriores.

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{N} - \bar{x}^2 \qquad \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Varianza para datos agrupados

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 f_1 + x_2^2 f_2 + \ldots + x_n^2 f_n}{N} - \bar{x}^2 \qquad \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2 f_i}{N} - \bar{x}^2$$

Ejercicios de varianza

Calcular la varianza de la distribución:

9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

$$\bar{x} = \frac{9+3+8+8+9+8+9+18}{8} = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{(9-9)^2 + (3-9)^2 + (8-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (18-9)^2}{8} = 15$$

Calcular la varianza de la distribución de la tabla:

	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[10, 20)	15	1	15	225
[20, 30)	25	8	200	5000
[30,40)	35	10	350	12 250
[40, 50)	45	9	405	18 225

[50, 60	55	8	440	24 200
[60,70)	65	4	260	16 900
[70, 80)	75	2	150	11 250
		42	1 820	88 050

$$\bar{x} = \frac{1820}{42} = 43.33$$

$$\sigma^2 = \frac{88050}{42} - 43.33^2 = 218.94$$

Propiedades de la varianza

1 La **varianza** será siempre un **valor positivo o cero**, en el caso de que las puntuaciones sean iguales.

2 Si a todos los **valores** de la variable se les **suma** un **número** la **varianza no varía**.

3 Si todos los **valores** de la variable se **multiplican** por un **número** la **varianza** queda **multiplicada** por el **cuadrado** de dicho **número**.

Observaciones sobre la varianza

1 La **varianza**, al igual que la media, es un índice muy sensible a las puntuaciones extremas.

2 En los casos que **no se pueda hallar la media** tampoco será posible hallar la **varianza**.

3 La **varianza** no viene expresada en las mismas unidades que los datos, ya que las desviaciones están elevadas al cuadrado.

Desviación típica

La **desviación típica** es la **raíz cuadrada de la varianza**.

Es decir, la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de las puntuaciones de desviación.

La **desviación típica** se representa por **σ**.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{N}} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

Desviación típica para datos agrupados

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2 f_n}{N}} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{N}}$$

Para simplificar el cálculo vamos o utilizar las siguientes expresiones que son equivalentes a las anteriores.

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{N} - \bar{x}^2} \qquad \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2 f_i}{N} - \bar{x}^2}$$

Desviación típica para datos agrupados

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 f + x_2^2 f_2 + \ldots + x_n^2 f_n}{N} - \bar{x}^2} \qquad \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{N} - \bar{x}^2}$$

Ejercicios de desviación típica

Calcular la **desviación típica** de la distribución:

9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

$$\bar{x} = \frac{9+3+8+8+9+8+9+18}{8} = 9$$

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{(9-9)^2+(3-9)^2+(8-9)^2+(8-9)^2+(9-9)^2+(8-9)^2+(9-9)^2+(18-9)^2}{8}} = 3.87$$

Calcular la desviación típica de la distribución de la tabla:

	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[10, 20)	15	1	15	225
[20, 30)	25	8	200	5000
[30,40)	35	10	350	12 250
[40, 50)	45	9	405	18 225
[50, 60)	55	8	440	24 200
[60,70)	65	4	260	16 900
[70, 80)	75	2	150	11 250
		42	1 820	88 050

$$\bar{x} = \frac{1820}{42} = 43.33$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{88050}{42} - 43.33^2} = 14.797$$

Propiedades de la desviación típica

1 La **desviación típica** será siempre un **valor positivo o cero**, en el caso de que las puntuaciones sean iguales.

2 Si a todos los **valores** de la variable se les **suma** un **número** la **desviación típica no varía**.

3 Si todos los **valores** de la variable se **multiplican** por un **número** la **desviación típica** queda **multiplicada** por dicho **número**.

Observaciones sobre la desviación típica

1 La **desviación típica**, al igual que la media y la varianza, es un índice muy sensible a las puntuaciones extremas.

2 En los casos que **no se pueda hallar la media** tampoco será posible hallar la **desviación típica**.

3 Cuanta más pequeña sea la **desviación típica** mayor será la **concentración de datos** alrededor de la **media**.

Coeficiente de variación y puntuaciones típicas

El **coeficiente de variación** es la relación entre la **desviación típica** de una muestra y su **media**.

$$C.V = \frac{\sigma}{\overline{X}}$$

El **coeficiente de variación** se suele expresar en **porcentajes**:

$$C.V = \frac{\sigma}{\overline{X}} \cdot 100$$

El **coeficiente de variación** permite comparar las **dispersiones** de dos distribuciones distintas, siempre que sus **medias** sean **positivas**.

Se calcula para cada una de las distribuciones y los valores que se obtienen se comparan entre sí.

La **mayor dispersión** corresponderá al valor del **coeficiente de variación mayor**.

Ejercicio

Una distribución tiene x = 140 y σ = 28.28 y otra x = 150 y σ = 25. ¿Cuál de las dos presenta mayor dispersión?

$$C.V_1 = \frac{28.28}{140} \cdot 100 = 20.2\%$$

$$C.V_2 = \frac{24}{150} \cdot 100 = 16\%$$

La primera distribución presenta mayor dispersión.