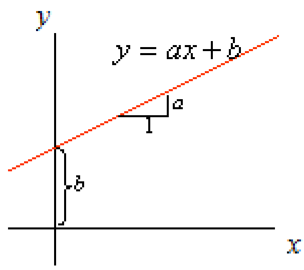
Tema 11. Funciones polinómicas Resumen

La expresión general de una <u>función polinómica</u> es $f(x) = a_n x^n + ... + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$.
Es la misma que la de un polinomio. Los números a_i son los coeficientes y *n* indica el grado, que debe ser un número entero positivo. La indeterminada *x* es la variable independiente. Su dominio es **R**; esto es, siempre están definidas. El valor de $f(x)$ dependerá del que tome *x*.

- La función polinómica de grado cero, $f(x) = a_0$ o $y = k$, es la <u>función constante</u>. Se representa mediante una recta horizontal.
- La <u>función lineal</u> es la de grado uno. Su expresión es:

$$f(x) = ax + b \Leftrightarrow y = ax + b$$



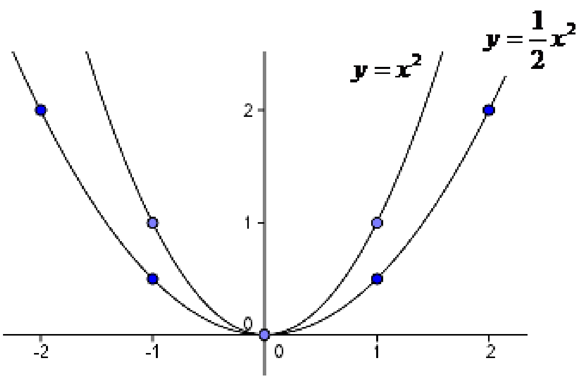
Su representación gráfica es una recta. Para trazarla basta con conocer dos de sus puntos.
El coeficiente *a* se llama <u>pendiente</u>, y mide lo que varía la *y* (la $f(x)$) por cada aumento unitario de *x*.
Al número *b* se le llama <u>ordenada en el origen</u>, pues indica el valor de *y* cuando *x* vale 0.
<u>Nota</u>: En el tema 9 se estudió la recta con más detalle.

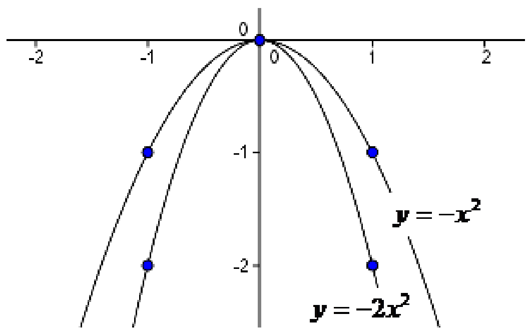
<u>La función cuadrática: parábolas</u>.
Su expresión analítica es: $f(x) = ax^2 + bx + c \Leftrightarrow y = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$
La gráfica de esta función es una parábola de eje vertical.

- Las funciones de segundo grado más sencillas son $y = ax^2$. Todas son parábolas con vértice en el origen y eje de simetría la recta $x = 0$, el eje de ordenadas.
- Para representarlas gráficamente basta con dar algunos valores a *x*, para calcular asía algunos de sus puntos. Puede observarse que:

<u>El coeficiente *a*</u> determina la curvatura de la parábola (convexa o cóncava) y su anchura.
Si $a > 0$ la parábola es convexa (∪). Su vértice está en el mínimo de la función.
Si $a < 0$, es cóncava (∩). El vértice es el máximo.
En todos los casos, si *a* aumenta la parábola se cierra; y si *a* disminuye, se abre.

Ejemplos: En los siguientes gráficos puede verse ese efecto. Se han representado las parábolas:
$y = x^2$; $y = \frac{1}{2}x^2$; $y = -x^2$; $y = -2x^2$.

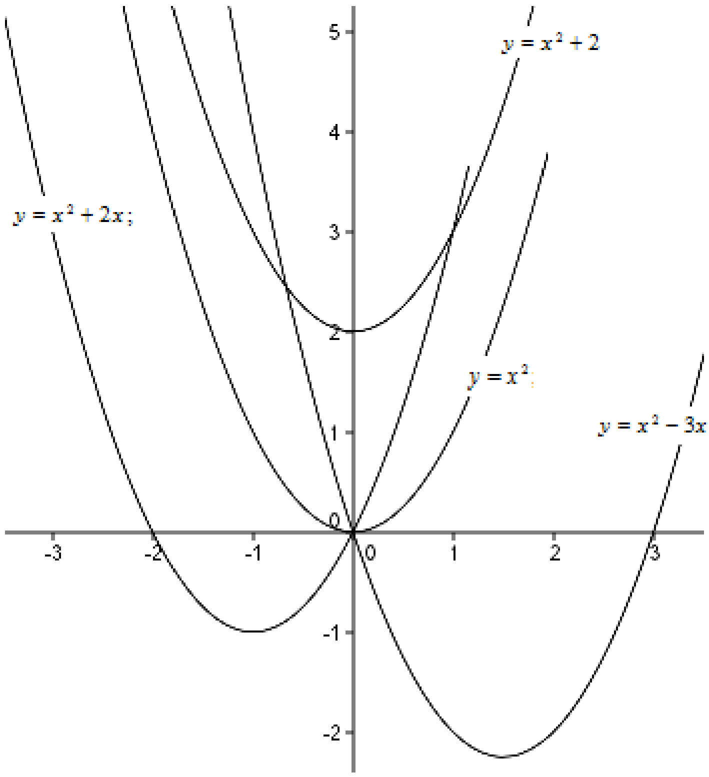


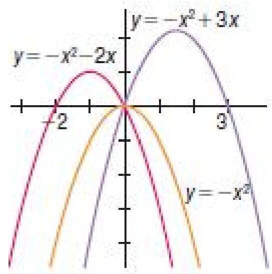


La parábola $y = \frac{1}{2}x^2$ es más ancha que $y = x^2$.

La parábola $y = -2x^2$ es más estrecha que $y = -x^2$.

<u>El coeficiente *b*</u> produce desplazamientos laterales (no exactamente horizontales) en la parábola.
<u>El término independiente *c*</u> produce desplazamientos verticales en la parábola (traslaciones hacia arriba o hacia abajo, dependiendo de su valor positivo o negativo).
Ejemplos: En los siguientes gráficos puede verse ese efecto. Se han representado las parábolas: $y = x^2 + 2$; $y = x^2 + 2x$; $y = x^2 - 3x$.





Un efecto similar se produce cuando el coeficiente *a* es negativo.

<u>Vértice de la parábola</u>. Se da el punto de abscisa $x = -\dfrac{b}{2a}$.

<u>Eje de la parábola</u>. Es la recta $x = -\dfrac{b}{2a}$.

<u>Cortes con el eje *OX*</u>. Son las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.
Los puntos de corte pueden ser dos, uno o ninguno, dependiendo de las soluciones de la ecuación de segundo grado asociada a la parábola.
El punto de <u>corte con el eje *OY*</u> es (0, *c*).

Ejemplos:
a) La parábola $y = x^2 + 2$ no corta al eje *OX*, pues la ecuación $x^2 + 2 = 0$ no tiene soluciones.
b) La parábola $y = x^2 + 2x$ corta al eje *OX* en los puntos *x* = 0 y *x* = –2, que son las soluciones de la ecuación $x^2 + 2x = 0$.
c) La parábola $y = x^2 - 2x + 1$ sólo corta al eje *OX* en el punto *x* = 1: la ecuación $x^2 - 2x + 1 = 0$ tiene a *x* = 1 como única solución doble.