3. Tercero de ESO

3.1. Números, medidas y operaciones

3.1.1. Operaciones

1. **Reduce las expresiones siguientes a una sola potencia:**

a) $\frac{2^2}{2^{-1}}\cdot\left(\frac{2^3\cdot(-2)^6}{2^5\cdot 2^{-2}}\right)^2$

2^{15}

b) $\left(\frac{(-3)^2\cdot 3^3\cdot(-3)}{3^3\cdot 3^{-1}}\right)^2$

3^8

c) $\left(\frac{a^2\cdot a^{-3}}{a^{-2}\cdot a^3}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{a^2\cdot a^3}{a\cdot a^2}\right)^2$

a^6

2. **Realiza las siguientes operaciones, expresándolas como potencias de factores primos:**

a) $\frac{6^2\cdot 12^2\cdot 27^{-2}\cdot 16^{-3}}{4^{-1}\cdot 3^5\cdot 12^{-1}\cdot 6^3}\cdot\frac{3^5\cdot 12^{-4}\cdot 8^3}{4^3\cdot 24^{-1}\cdot 8^2}$

$\frac{1}{2^{13}\cdot 3^7}$

b) $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{-1}{2}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^3}$

$3^5\cdot 2^2$

3. **Calcula la fracción irreducible de las fracciones siguientes:**

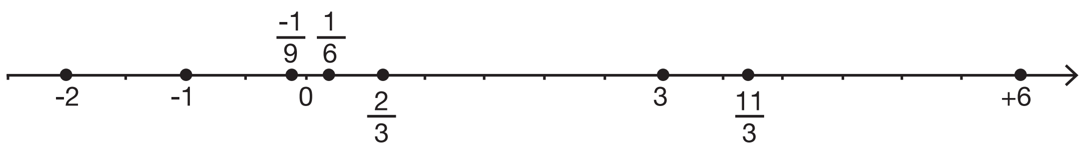
a) $\frac{720}{3.600}$ b) $\frac{123}{75}$ c) $\frac{300}{3.600}$ d) $\frac{555}{333}$

$\frac{1}{5}$ $\frac{41}{25}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{5}{3}$

4. **Ordena de menor a mayor y representa en una recta los números siguientes:**

$\frac{11}{3}$, 3, 6, -1, -2, $\frac{1}{6}$, $-\frac{1}{9}$, $\frac{2}{3}$

$-2 < -1 < -\frac{1}{9} < \frac{1}{6} < \frac{2}{3} < 3 < \frac{11}{3} < 6$



5. **Halla la fracción generatriz de los números decimales siguientes y clasifícalos en decimales finitos y decimales infinitos periódicos:**

a) 0,25 b) 1,75 c) 0,3333... d) 2,121212... e) 0,2333... f) 4,123535...

Decimales finitos: a) y b)
Decimales infinitos periódicos puros: c) y d)
Decimales infinitos periódicos mixtos: e) y f)

a) $\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$ b) $\frac{175}{100}=\frac{7}{4}$ c) $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ d) $\frac{212-2}{99}=\frac{70}{33}$ e) $\frac{23-2}{90}=\frac{7}{30}$ f) $\frac{41.235-412}{9.900}=\frac{40.823}{9.900}$

6. **Opera las expresiones dando la fracción irreducible:**

a) $$\frac{\left(\frac{3}{6}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\right)\cdot 2-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\cdot 2}$$

$\frac{1}{2}$

b) $$\left(\frac{\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\cdot 2+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{6}\right)-\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}\right)\cdot\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$$

$\frac{69}{10}$

7. **Un grifo llena un recipiente en 10 horas y otro en 8 horas. ¿Qué fracción del recipiente se llenará si los dos grifos están abiertos durante 2 horas?**

$\frac{9}{20}$

8. **Un hombre realiza un trabajo en 4 horas y otro tarda en hacer el mismo trabajo 12 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán trabajando los dos juntos?**

Tardarán 3 horas.

9. **Expresa, con todas las cifras, los números escritos en notación científica:**

a) $3{,}25\cdot 10^{7}$ 32.500.000

b) $4{,}216\cdot 10^{-5}$ 0,00004216

c) $-3\cdot 10^{-6}$ -0,000003

d) $5{,}432\cdot 10^{8}$ 543.200.000

e) $3{,}215\cdot 10^{-5}$ 0,00003215

f) $2{,}7\cdot 10^{-4}$ 0,00027

10. Escribe en notación científica:

a) 5.432.000.000 — $5{,}432\cdot10^{9}$

b) -0,0000076 — $-7{,}6\cdot10^{-6}$

c) 465.700 — $4{,}657\cdot10^{5}$

d) 0,00000000009 — $9\cdot10^{-11}$

e) -0,000572 — $-5{,}72\cdot10^{-4}$

f) 84.300 — $8{,}43\cdot10^{4}$

11. Calcula y expresa el resultado en notación científica:

a) $(3\cdot10^{7})\cdot(7\cdot10^{19})$ — $2{,}1\cdot10^{27}$

b) $(4\cdot10^{9})^{2}$ — $1{,}6\cdot10^{19}$

c) $(9\cdot10^{12}):(2\cdot10^{-3})$ — $4{,}5\cdot10^{15}$

d) $(4{,}5\cdot10^{12})\cdot(8{,}37\cdot10^{-4})$ — $3{,}7665\cdot10^{9}$

e) $(5\cdot10^{7}):(2{,}5\cdot10^{-6})$ — $2\cdot10^{13}$

12. Extrae factores de las raíces:

a) $\sqrt{8\cdot a^{3}\cdot b^{2}}$ — $2\cdot a\cdot b\sqrt{2\cdot a}$

b) $\sqrt[4]{\dfrac{81\cdot a^{5}\cdot b^{2}}{c^{7}\cdot d^{8}}}$ — $\dfrac{3\cdot a}{c\cdot d^{2}}\sqrt[4]{\dfrac{a\cdot b^{2}}{c^{3}}}$

c) $\sqrt[3]{\dfrac{a^{7}\cdot b\cdot c^{4}}{d^{5}}}$ — $\dfrac{a^{2}\cdot c}{d}\sqrt[3]{\dfrac{a\cdot b\cdot c}{d^{2}}}$

d) $\sqrt[3]{\dfrac{8\cdot 54}{125}}$ — $\dfrac{6}{5}\sqrt[3]{2}$

13. Factoriza los radicandos y calcula las raíces:

a) $\sqrt{1.296}$ — $\sqrt{2^{4}\cdot3^{4}}=2^{2}\cdot3^{2}=36$

b) $\sqrt[3]{21.952}$ — $\sqrt[3]{2^{6}\cdot7^{3}}=2^{2}\cdot7=28$

c) $\sqrt{\dfrac{441}{196}}$ — $\sqrt{\dfrac{3^{2}\cdot7^{2}}{2^{2}\cdot7^{2}}}=\dfrac{3}{2}$

d) $\sqrt[3]{\dfrac{3.375}{512}}$ — $\sqrt[3]{\dfrac{5^{3}\cdot3^{3}}{2^{9}}}=\dfrac{15}{8}$

14. Realiza las siguientes operaciones con raíces, factorizando previamente:

a) $\sqrt{75}-\sqrt{8}+3\sqrt{12}-2\sqrt{32}$

$11\cdot\sqrt{3}-10\cdot\sqrt{2}$

b) $\sqrt{18}+\sqrt{20}-2\sqrt{8}+\sqrt{45}$

$5\cdot\sqrt{5}-\sqrt{2}$

c) $\sqrt{\frac{16}{3}}-2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}+3\cdot\sqrt{\frac{1}{27}}-2\cdot\sqrt{\frac{25}{3}}$

$-9\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}$

d) $\sqrt{\frac{8}{9}}-3\cdot\sqrt{\frac{2}{9}}-2\cdot\sqrt{\frac{2}{16}}+\sqrt{32}$

$\frac{19}{6}\cdot\sqrt{2}$

e) $\sqrt{3\cdot a^2\cdot b}\cdot\sqrt[6]{2\cdot a\cdot c}\cdot\sqrt[3]{3\cdot a\cdot c^2}$

$\sqrt[6]{3^5\cdot 2\cdot a^9\cdot c^5\cdot b^3}$

f) $(2+\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2})$

$4+\sqrt{2}$

15. Introduce dentro de la raíz:

a) $\frac{a\cdot b\cdot c}{d}\sqrt{\frac{c\cdot d}{a}}$

$\sqrt{\frac{a\cdot b^2\cdot c^3}{d}}$

b) $\sqrt{a\cdot b\cdot\sqrt{\frac{c}{a\cdot b}}}$

$\sqrt[4]{a\cdot b\cdot c}$

c) $\sqrt[3]{b\cdot c^2\cdot\sqrt{\frac{a}{c}}}$

$\sqrt[6]{b^2\cdot c^3\cdot a}$

16. Redondea a las centenas los números siguientes, indicando si son aproximaciones por exceso o por defecto:

a) 23.729

23.700 aprox. por defecto

b) 5.873

5.900 aprox. por exceso

c) 456

500 aprox. por exceso

d) 876.912

876.900 aprox. por defecto

17. Encuentra una aproximación a las centésimas, por exceso y por defecto, de las siguientes raíces, indicando el margen de error con ayuda de la calculadora, como en el ejemplo.

Número	Aprox. por defecto	Error por defecto	Aprox. por exceso	Error por exceso
$\sqrt{3}=1{,}73205$	1,73	E < 0,003	1,74	E < 0,008
$\sqrt{5}=2{,}23606$	2,23	E < 0,007	2,24	E < 0,004
$\sqrt{7}=2{,}64575$	2,64	E < 0,006	2,65	E < 0,005
$\sqrt{21}=4{,}58257$	4,58	E < 0,003	4,59	E < 0,008

18. **Calcula longitud de la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 10 cm y 12 cm. Expresa el resultado con una aproximación centesimal.**

$\sqrt{244}=15{,}62$

19. **Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 10 cm. El resultado ¿es un número irracional?**

$25\cdot\sqrt{3}$ cm^2. Sí es irracional.

20. **La rueda de un coche da 1.570 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas da en un segundo? Redondea el resultado.**

26 vueltas.

3.1.2. Proporcionalidad y porcentajes

21. **En una granja hay 23 vacas que comen en 50 días 2.990 kg de pienso. ¿Durante cuántos días se pueden alimentar 75 vacas con 6.240 kg?**

32 días.

22. **Un grifo, que tiene un caudal de 5 litros por minuto, llena una bañera en 30 minutos. ¿Qué caudal debe tener otro grifo que lo llene en 40 minutos?**

3,75 litros por minuto.

23. **¿Cómo se pueden repartir 4.620 € entre tres amigos, de forma que al mayor le corresponda la mitad que al menor, y a éste el triple que al mediano?**

Al mayor 1260 €, al mediano 840 € y al menor 2.520 €.

24. **Por cada tonelada de arena extraída en una mina, se obtienen 750 kg de mineral. ¿Cuántos kilogramos de arena hay que extraer para obtener 27 toneladas de mineral?**

36.000 kg.

25. **Di si las siguientes parejas de magnitudes son directa o inversamente proporcionales:**

a) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer una distancia.

Inversamente proporcional.

b) El peso de un jamón y su precio.

Directamente proporcional.

c) El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un depósito.

Inversamente proporcional.

d) El tiempo empleado en hacer un trabajo y el número de trabajadores.

Inversamente proporcional.

e) El tiempo que está encendida una bombilla y la energía que gasta.

Directamente proporcional.

26. **Un empresario deposita 28.000 € en un banco a un interés compuesto del 2% anual. ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de 3 años?**

29.713,82 €.

27. **El precio inicial de un ordenador portátil era de 480 €. A lo largo del tiempo el precio ha sufrido variaciones: primero subió un 10%, luego subió otro 22% y al final bajó un 30%.**

a) ¿Cuál es su precio actual?

480.1,1.1,22.0,7 = 450,91 €

b) ¿Cuál es el índice de variación global?

1,1.1,22.0,7 = 0,9394

c) ¿Cuál fue la variación porcentual?

0,9394-1 = -0,0606. Ha bajado un 6,06 %

3.2. Álgebra

28. **Halla los términos a_1, a_2 y a_{10} de las siguientes sucesiones cuyo término general a_n se da:**

a) $a_n=2n-1$	$a_1=1$	$a_2=3$	$a_{10}=19$
b) $a_n=\frac{4n-3}{2}$	$a_1=\frac{1}{2}$	$a_2=\frac{5}{2}$	$a_{10}=\frac{37}{2}$
c) $a_n=n^2-3n+5$	$a_1=3$	$a_2=3$	$a_{10}=75$
d) $a_n=2^{n-1}$	$a_1=1$	$a_2=2$	$a_{10}=512$
e) $a_n=(-3)^n$	$a_1=-3$	$a_2=9$	$a_{10}=+59.049$

29. **Calcula el término general de las siguientes sucesiones:**

a) 5, 7, 9, 11, 13,...	$a_n=2n+3$
b) 1/3, 1/4, 1/5, 1/6,...	$a_n=\frac{1}{n+2}$
c) 1, 0, -1, -2, -3,...	$a_n=-n+2$
d) 1, 4, 9, 16, 25, 36,...	$a_n=n^2$
e) 2, 5, 10, 17, 26, 37,...	$a_n=n^2+1$
f) -1, 2, -3, 4, -5,..	$a_n=(-1)^n n$

30. **Escribe dos términos más en cada una de las sucesiones siguientes y di cuáles son progresiones aritméticas y cuáles son geométricas:**

a) 1,6; 2; 2,4; 2,8;...	3,2; 3,6	Progresión aritmética.
b) 1/2; 1/4; 1/8; 1/16;...	1/32; 1/64	Progresión geométrica.
c) 9; 7; 5; 3;...	1; -1	Progresión aritmética.
d) 1/3; 1/6; 1/12; 1/24;...	1/48; 1/96	Progresión geométrica.
e) 80; 8; 0,8; 0,08;...	0,008; 0,0008	Progresión geométrica.
f) 8; 4; 0; -4;...	-8; -12	Progresión aritmética.

31. **Calcula la diferencia y el término general de las progresiones aritméticas siguientes, de las cuales conocemos algunos términos:**

a) $a_1=-1$ $a_3=3$ — $d = 2$ $a_n=2n-3$

b) $a_1=-2$ $a_5=-14$ — $d = -3$ $a_n=1-3n$

32. **Halla la suma de todos los números impares menores de 100.**

$$S_{50}=\frac{1+99}{2}\cdot 50=2.500$$

33. **Un reloj de pared da campanadas a la hora en punto, a las medias y a los cuartos. A las horas en punto da tantas campanadas como la hora que se cumple; es decir, da 6 campanadas a las seis de la tarde, por ejemplo. A las medias y a los cuartos da una sola campanada como señal. ¿Cuántas campanadas da en un día?**

$$S_{12}=\left(\frac{a_1+a_{12}}{2}\right)\cdot 12=\frac{4+15}{2}\cdot 12=114$$ campanadas en doce horas

En un día: $114\cdot 2=228$ campanadas

34. **Calcula el número de pisos de un edificio de oficinas, sabiendo que la primera planta tiene una altura de 4 m, que la azotea está a 37 m del suelo y que la altura de cada piso es de 2,75 m.**

13 pisos.

35. **Una nadadora entrenó todos los días durante tres semanas. El primer día nadó 15 minutos, y cada día nadaba 5 minutos más que el día anterior. ¿Cuánto tiempo nadó el último día? ¿Y a lo largo de las tres semanas?**

El día 21 nadó 115 minutos. A lo largo de los 21 días nadó 1365 minutos.

36. **Un estudiante trabaja de cartero. Cada día es capaz de repartir 30 cartas más que el día anterior. En el día 20 reparte 2.285 cartas.**

a) ¿Cuántas cartas repartió el primer día? ¿Y el día 10?

El primer día 1.715 cartas, y el día décimo 1.985 cartas.

b) ¿En qué día repartió 2.165 cartas?

El día 16.

c) Calcula cuántas cartas repartió hasta el día 15.

28.875 cartas.

37. **Conociendo algunos términos de una progresión geométrica, calcula la razón y el término general.**

a) $a_1=4 \quad a_5=64$

$r = 2, \quad a_n=2^{n+1}$

b) $a_1=3 \quad a_5=0{,}0003$

$r = \frac{1}{10} \quad a_n=3\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$

38. **El tercer término de una progresión geométrica es 12 y la razón 2. Calcula la suma de los diez primeros términos.**

$S_{10}=3.069$

39. **Una ciudad tiene 29.524 habitantes. Uno de ellos se entera de una noticia. Al cabo de una hora la ha comunicado a tres de sus vecinos. Cada uno de éstos, la transmite en una hora a otros tres de sus vecinos que desconocen la noticia. Éstos repiten la comunicación en las mismas condiciones. ¿Cuánto tiempo tardarán en enterarse todos los habitantes de la ciudad?**

$S_n=\frac{r\cdot a_n-a_1}{r-1}=\frac{3\cdot 3^{n-1}-1}{3-1}=29.524 \qquad n = 10.$ En 9 horas

40. **Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones:**

a) El doble de un número más cinco
b) El triple de un número menos su mitad
c) El cuadrado de la suma de dos números
d) La suma de los cuadrados de dos números
e) Un número al cuadrado más su doble
f) Un número impar
g) La suma de tres números consecutivos

a) $2x+5$ b) $3x-\frac{x}{2}$ c) $(x+y)^2$ d) x^2+y^2 e) x^2+2x f) $2x+1$ g) $x+(x+1)+(x+2)$

41. **Calcula el valor numérico del polinomio $p(x)=3x^3-2x^2+1$, en los casos siguientes:**

a) $x = -2$ b) $x = \frac{2}{3}$ c) $x = \sqrt{2}$ d) $x = -\frac{1}{2}$

a) $p(-2)=-31$ b) $p\left(\frac{2}{3}\right)=1$ c) $p(\sqrt{2})=-3+6\sqrt{2}$ d) $p\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$

42. **Si $p(x)= x^3-x^2-3x+1$, $q(x)= 2x^2-2x+1$ y $r(x)= 2x^3-6x^2+6x-1$, haz las siguientes operaciones:**

a) $p(x)+q(x)$	x^3+x^2-5x+2
b) $p(x)-q(x)+r(x)$	$3x^3-9x^2+5x-1$
c) $2p(x)-3\,r(x)$	$-4x^3+16x^2-24x+5$
d) $p(x)\cdot q(x)-r(x)$	$2x^5-4x^4-5x^3+13x^2-11x+2$
e) $q(x)\cdot(2p(x)-r(x))$	$8x^4-32x^3+34x^2-18x+3$

43. **Factoriza los polinomios siguientes:**

a) $x^4-x^3-x^2+x$	$(x-1)^2\cdot(x+1)x$
b) $x^4+x^3-7x^2-x+6$	$(x-2)\cdot(x-1)\cdot(x+1)\cdot(x+3)$
c) $81x^4-16$	$(3x-2)\cdot(3x+2)\cdot(9x^2+4)$
d) $x^2-10x+25$	$(x-5)^2$
e) $25-9x^2$	$(5-3x)\cdot(5+3x)$
f) $3x^3-6x^2+3x$	$3x\cdot(x-1)^2$

44. **Resuelve las ecuaciones de primer grado :**

a) $\frac{3x-1}{2}=\frac{5x-4}{3}$	$x = 5$
b) $7(x+4)-3(x+2)=3(x-1)-(x-7)$	$x = -9$
c) $4x-3=\frac{2x-5}{3}$	$x = \frac{2}{5}$
d) $\frac{5-x}{3}-\frac{7+x}{2}=1-5x$	$x = \frac{17}{25}$

45. **Resuelve los sistemas de ecuaciones lineales siguientes:**

a) $\begin{cases} 2x+y=0 \\ x-2y=6 \end{cases}$	$x = \frac{6}{5}$; $y = -\frac{12}{5}$
b) $\begin{cases} 2x-y=5 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$	x = 2; y = -1
c) $\begin{cases} x+y=6 \\ 0{,}15x+0{,}4y=1{,}5 \end{cases}$	x = 3,6; y = 2,4

46. **Marusela ha comprado dos discos compactos de música que ayer se vendían al mismo precio, pero hoy uno de ellos está rebajado un 15% y el otro en un 10%. Por ambos paga 21 €. ¿Cuánto costaba ayer cada disco compacto?**

Cada disco costaba 12 €.

47. **Antonio tiene 15 años y su madre 42. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del hijo sea la mitad que la de la madre?**

12 años.

48. **Dos coches salen simultáneamente del mismo punto y en la misma dirección. A los 20 minutos, el primero le lleva una ventaja de 10 km al segundo. Si el segundo va a 90 km/h, ¿cuál es la velocidad del primero?**

120 km/h

49. **En un número de dos cifras, las decenas son el triple que las unidades. Si se invierte el orden de las cifras, se obtiene otro número 36 unidades menor. Calcula el número del principio.**

62

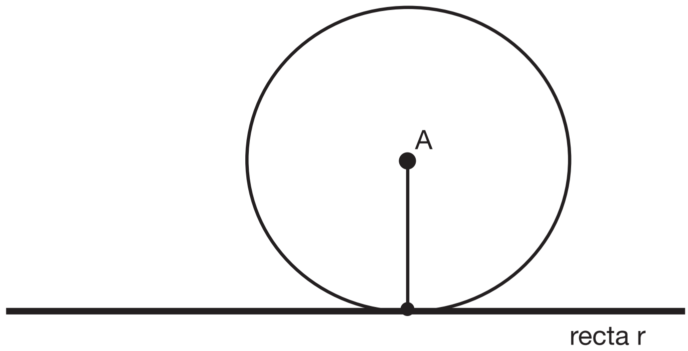
50. **Entre las dos diagonales de una cometa suman 100 cm, siendo la menor 20 cm más corta que la mayor. ¿Cuánto mide cada diagonal?**

40 cm y 60 cm.

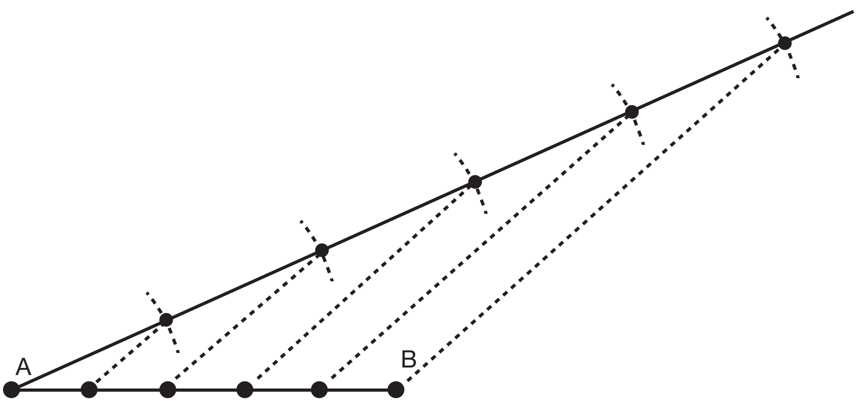
3.3. Geometría

51. **Dada una recta r y un punto A exterior, traza la circunferencia con centro en el punto A, que es tangente a la recta r. ¿Qué radio tiene?**

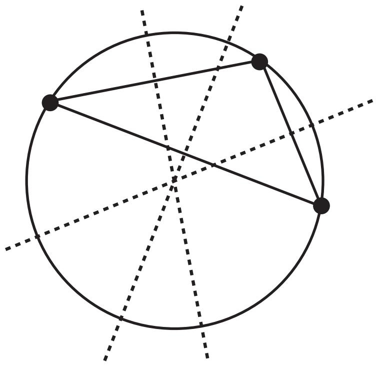
El radio es la distancia del punto a la recta.



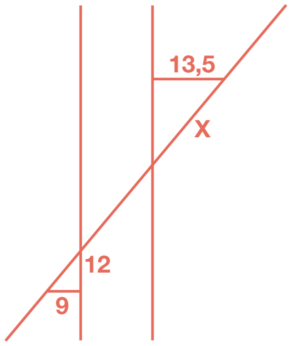
52. **Divide un segmento AB en cinco partes iguales sin medir longitudes sobre él.**



53. **Dibuja tres puntos cualesquiera no alineados y la circunferencia que pasa por ellos.**



54. **Calcula el valor de x. ¿Qué teorema estás utilizando?**



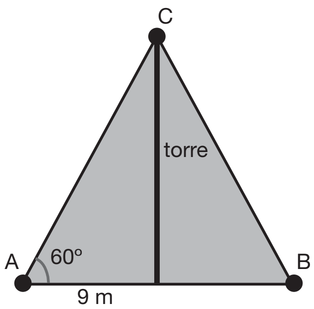
x = 22,5
Los dos triángulos rectángulos son semejantes. Teorema de Tales y Teorema de Pitágoras.

55. **Halla los lados y el área de un triángulo rectángulo de hipotenusa 50 cm y perímetro 120 cm.**

Lados: 30 cm y 40 cm. Área: 600 cm^2.

56. **El extremo superior de una torre se ve desde un punto del suelo bajo un ángulo de 60º. Dicho punto está a 9 m del pie de dicha torre. Dibuja la situación utilizando una escala adecuada y calcula los ángulos y la altura de la torre.**

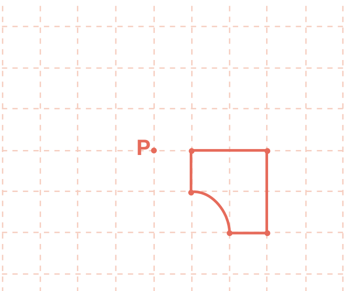
La altura de la torre es 15,59 m.

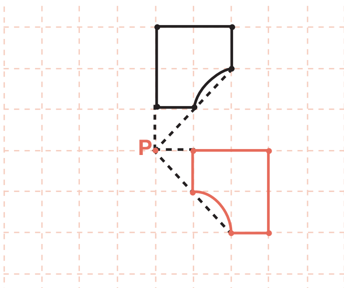


57. **Tenemos un rectángulo de lados 6 y 8 cm. Construye uno semejante cuya área sea el doble.**

Los lados miden 8,49 y 11,31 cm.

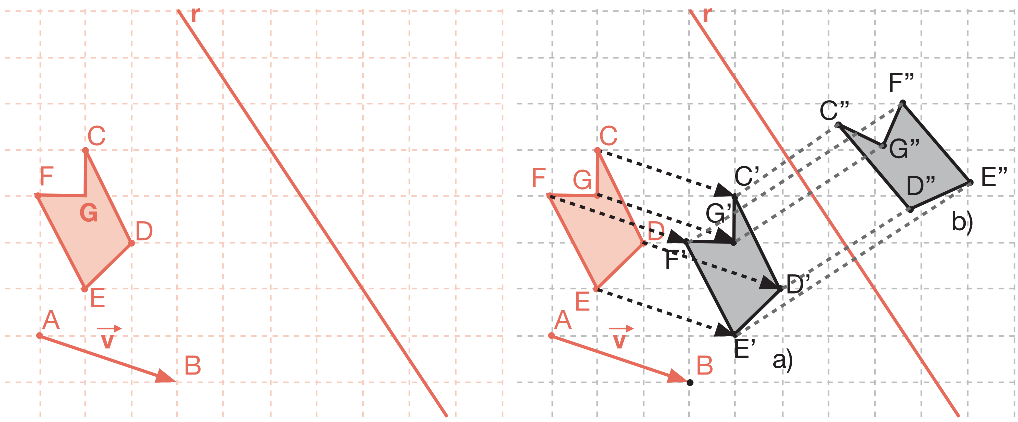
58. **Gira la siguiente figura, con centro en el punto P y amplitud de giro de 90º.**



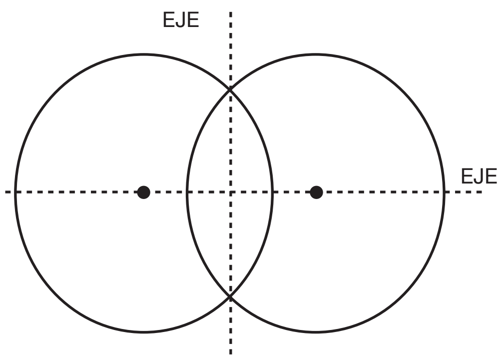


59. Dados el polígono CDEFG, el vector $\vec{v}$ y la recta r:

a) Dibuja la traslación del polígono dado mediante el vector.
b) Dibuja el simétrico del polígono obtenido en el apartado anterior respecto de r.



60. Dibuja dos circunferencias secantes de igual radio y busca dos ejes de simetría.



61. Un mapa está dibujado a escala 1:50.000.

a) ¿Cuál es la distancia real entre dos puntos que en el mapa están a 23 cm?

11,5 km.

b) Si una región tiene en el dibujo 10,5 dm^2 de área, ¿cuál es su verdadera extensión en km^2?

262,5 km^2.

62. Dado un pentágono de lados 2, 3, 5, 6 y 8 cm, halla los lados de uno semejante a él cuyo perímetro sea 60 cm. ¿Cuál es la razón de semejanza?

La razón de semejanza es 2/5. Los lados son 5; 7,5; 12,5; 15 y 20 cm.

63. **Si tenemos un círculo de cartón de 6 dm. de radio y queremos construir a partir de él un cuadrado:**

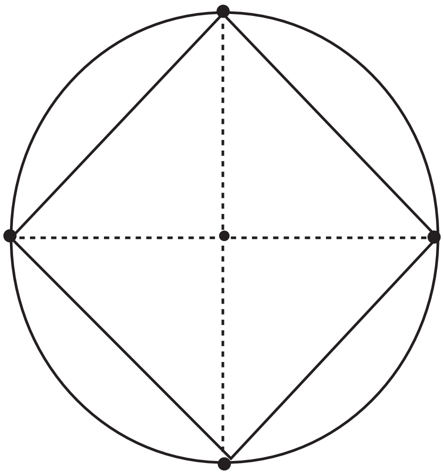
a) ¿De qué tamaño será el mayor cuadrado posible? Dibújalo y explica cómo lo haces.

b) Para dicho cuadrado calcula el perímetro y el área de cada uno de los segmentos circulares que determina sobre el círculo.

Para dibujarlo trazamos dos diámetros perpendiculares entre sí.

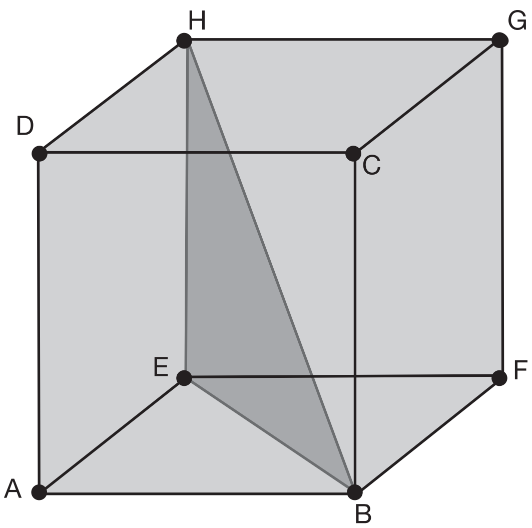
Los puntos en que cortan a la circunferencia son los vértices del cuadrado máximo.

Lado del cuadrado: 8,49 dm
Perímetro segmento circular: 17,91 dm
Área segmento circular: 10,27 dm^2



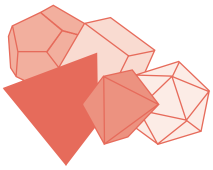
64. **Dibuja un cubo y sobre él señala:**

a) Dos planos paralelos.
b) Dos rectas paralelas.
c) Una recta y un plano paralelos.
d) Dos planos perpendiculares.
e) Dos rectas perpendiculares.
f) Una recta y un plano perpendiculares.
g) Si la arista mide 2 cm, calcula la diagonal del cubo.



a) ABCD y EFGH.
b) DC y HG.
c) EF y ABCD.
d) ABCD y ABFE.
e) AB y BC.
f) DH y ABCD.
g) 3,46 cm.

65. **Nombra y describe los poliedros regulares indicando cómo son sus caras y cuántas hay en cada vértice.**



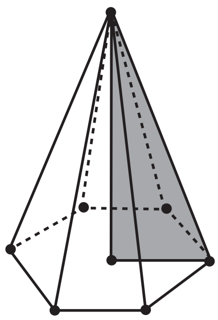
Nombre	Descripción caras	Número de caras en cada vértice
TETRAEDRO	4 triángulos equiláteros iguales	3
OCTAEDRO	8 triángulos equiláteros iguales	4
ICOSAEDRO	20 triángulos equiláteros iguales	5
HEXAEDRO	6 cuadrados iguales	3
DODECAEDRO	12 pentágonos regulares iguales	3

66. **a) El área lateral de un prisma regular octogonal recto es 336 m^2. Sabiendo que su altura mide 12 m, halla su arista de la base.**
b) El área lateral de un cilindro de revolución es 364 m^2. Sabiendo que su altura mide 18 m., halla el radio de la base.

a) 3,5 m. b) 3,22 m.

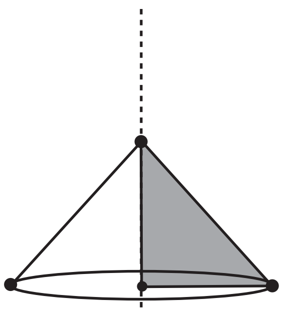
67. **Dibuja una pirámide regular hexagonal recta. Sabiendo que la arista de la base mide 4 cm y que la arista lateral mide 8 cm, calcula sus áreas lateral y total.**

Área lateral: 92,95 cm^2
Área total: 134,52 cm^2



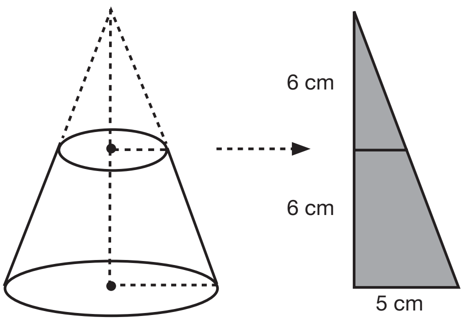
68. **Dibuja el cuerpo geométrico engendrado al girar un triángulo rectángulo de catetos 6 y 9 dm alrededor de su cateto mayor. Calcula sus áreas lateral y total.**

Área lateral = 203,89 dm^2
Área total = 317 dm^2



69. **Un cono recto de 12 cm de altura y 5 cm de radio de la base se corta por un plano horizontal de forma que su altura queda dividida por la mitad. Dibuja la figura que queda por debajo del plano y halla su área total y su volumen.**

Área total = 251,32 cm^2
Volumen = 274,89 cm^3



70. **Calcula el volumen de un cubo cuyo área total es 294 cm^2.**

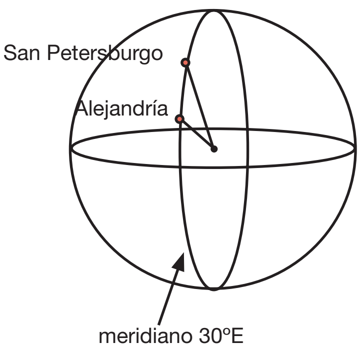
Volumen = 343 cm^3

71. **Un estanque tiene forma de prisma hexagonal regular recto. Su arista básica mide 3 m y su arista lateral mide 4 m. Está lleno de agua y se quiere vaciar mediante un grifo que arroja 100 litros por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse?**

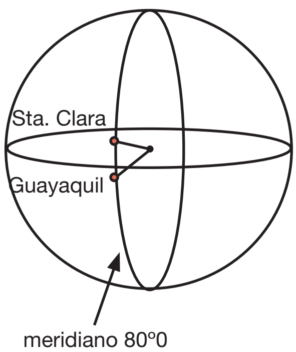
15 h 35 min 18 s

72. **a) Las ciudades de San Petersburgo (Rusia) y Alejandría (Egipto) están en el mismo meridiano. Representa su situación en la superficie terrestre. Averigua su latitud y calcula la distancia entre ellas.**
b) Haz lo mismo para Guayaquil (Ecuador) y Santa Clara (Cuba).
c) Calcula el área de la superficie terrestre (supuesta esférica), sabiendo que el radio de la Tierra es 6.378 km.

a) Latitud San Petersburgo: 60ºN;
Latitud Alejandría: 31ºN.
Distancia = 3228,2 km.

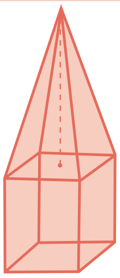


b) Latitud Guayaquil: 2ºS; Latitud
Santa Clara: 22ºN.
Distancia = 2671,6 km.



c) $5{,}11 \cdot 10^8$ km^2

73. **Se quiere pintar este obelisco. La parte inferior tiene forma cúbica de arista 3 m y la altura total del obelisco es 7 m. Los pintores cobran a 10 € el m^2. Calcula lo que hay que pagar por el trabajo.**



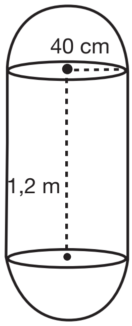
616,30 €

74. **Halla las áreas lateral y total de un tronco de pirámide regular que tiene por bases dos cuadrados cuyos lados miden 12 cm y 18 cm, respectivamente, y por altura 4 cm.**

Área lateral = 300 cm^2 Área total = 768 cm^2

75. **Una caldera tiene forma cilíndrica con una altura de 12 dm y termina en una semiesfera de 40 cm de radio en cada extremo. Dibuja la figura y halla su capacidad.**

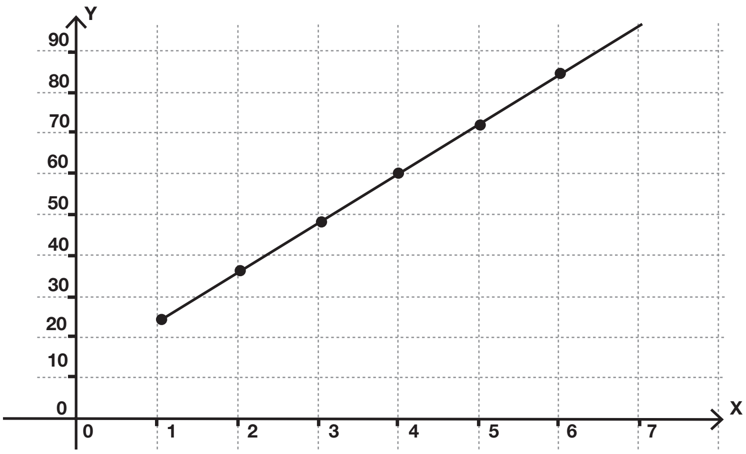
871,27 litros



3.4. Funciones y gráficas

76. **La siguiente tabla de valores expresa la relación entre el número *x* de operarios que trabajan en una cadena de montaje y el número *y* de piezas que ensamblan en una hora. Rellena los huecos y representa la tabla gráficamente.**

x	y
1	24
2	36
3	48
4	60
5	72
6	84

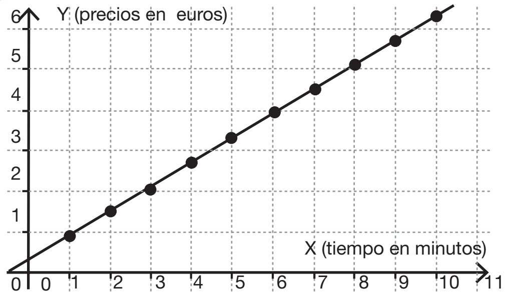


77. **Una compañía de telefonía móvil tiene establecida la siguiente tarifa para llamadas al extranjero:**
- Por establecimiento de llamada: 0,30 euros.
- Por minuto de llamada: 0,60 euros.
Supongamos, además, que se factura realmente por el tiempo hablado, es decir, que no facturan minutos completos, sino por los minutos y segundos reales que se haya hablado.

a) Construye una tabla de valores en la que aparezcan los precios de las llamadas de 1 a 10 minutos.

x (tiempo)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y (precio)	0,90	1,50	2,10	2,70	3,30	3,90	4,50	5,10	5,70	6,30

b) Representa la gráfica en unos ejes cartesianos, indicando qué variable se representa en cada uno de los ejes.



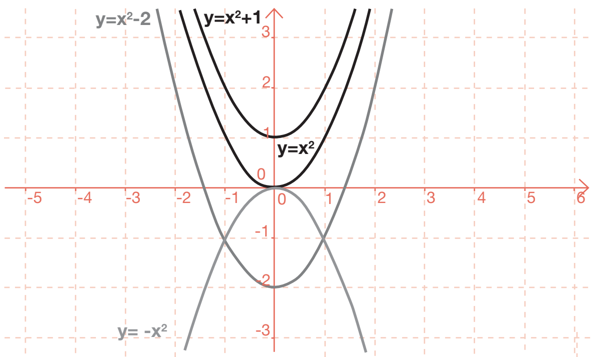
c) Calcula cuánto costará una llamada que ha durado 2 minutos y 15 segundos.

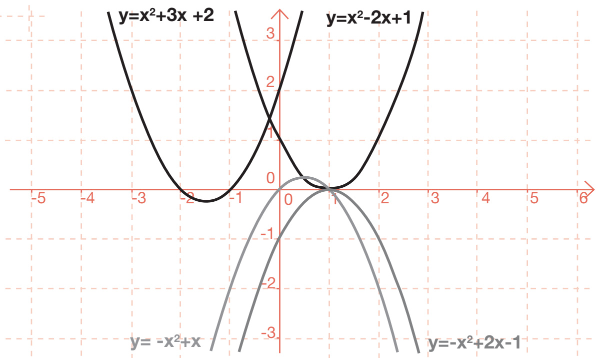
1,65 euros.

78. **Representa gráficamente las funciones siguientes:**

a) $y=x^2$ **b) $y=-x^2$** **c) $y=x^2+1$** **d) x^2-2**

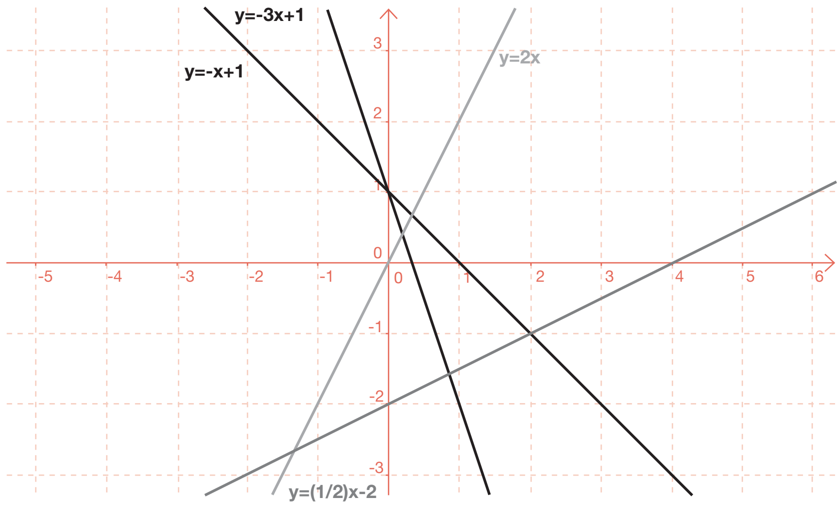
e) $y=x^2-2x+1$ **f) $y=x^2+3x+2$** **g) $y=-x^2+x$** **h) $y=-x^2+2x-1$**





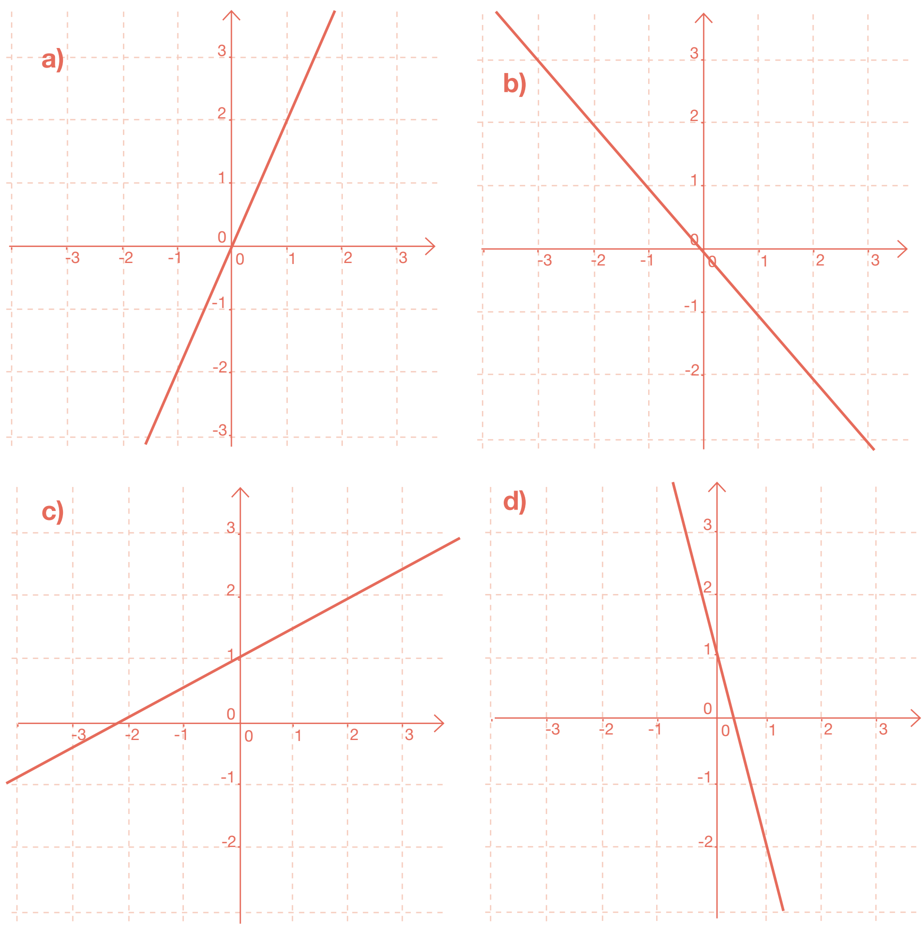
79. **Representa las gráficas de las siguientes rectas e indica en cada caso el valor de la pendiente:**

a) $y=2x$ b) $y=-3x+1$ c) $y=-x+1$ d) $y=\frac{1}{2}x-2$



a) m = 2 b) m = -3 c) m = -1 d) m = 1/2

80. **A partir de las gráficas, calcula la pendiente de cada una de las siguientes rectas:**



a) m = 2

b) m = -1

c) m = 1/2

d) m = -3

81. **Una persona camina 1,5 m cada segundo. Llamemos x al tiempo en segundos que lleva esa persona caminando e y a los metros que ha recorrido en el tiempo x.**

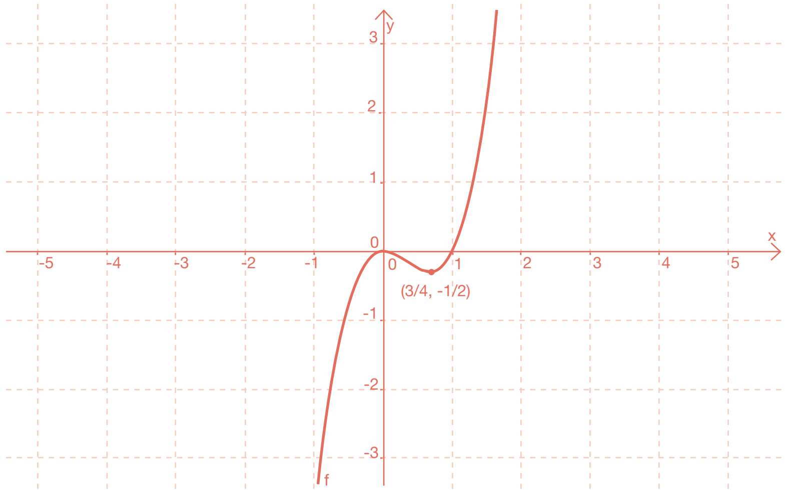
a) Haz una tabla con los valores correspondientes a los metros recorridos para los 10 primeros segundos, contando desde 0.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15

b) Escribe la expresión algebraica que relaciona x e y.

y = 1,5x

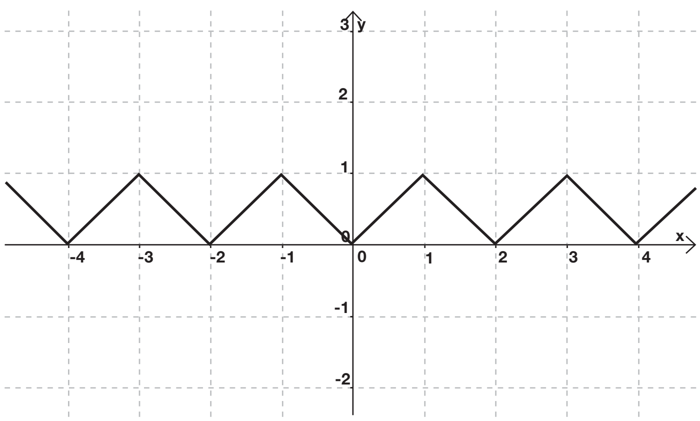
82. **A partir de la observación de la gráfica de la función siguiente, indica cuál es su dominio de definición, sus puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos en los que alcanza máximos y mínimos:**



El dominio son todos los números reales; corta al eje X en (0,0) y en (1,0), corta al eje Y en (0,0); crece en los intervalos (-∞,0) y (3/4, + ∞); decrece en el intervalo (0,3/4) ; tiene un máximo relativo en (0,0) y un mínimo relativo en el punto (3/4,-1/2).

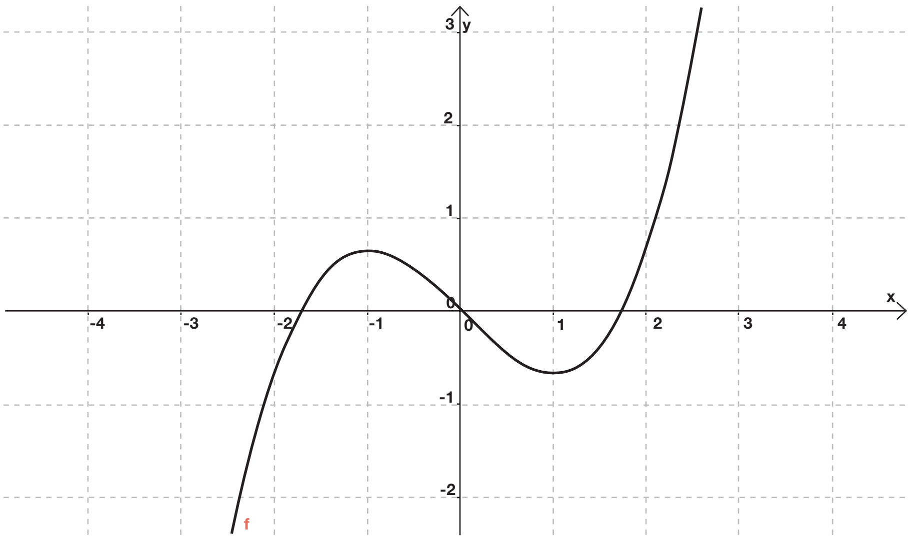
83. **Traza la gráfica de una función que sea creciente en el intervalo (0,1) y decreciente en el intervalo (1,2), y que sea periódica de periodo 2 a lo largo de todo el eje X.**

Una posible gráfica es la siguiente:



84. **Traza la gráfica de una función que pase por el origen, que tenga un mínimo en el punto (1,-1/2) y un máximo en el punto (-1,1/2) y que sea simétrica con respecto del origen.**

Una posible gráfica es la siguiente:



3.5. Estadística y probabilidad

85. **Para cada uno de los casos siguientes, indica de qué tipo de variable estadística se trata, discreta o continua:**

a) Altura en cm de un grupo de alumnos de 3º de ESO.

Continua

b) Número de personas que viven en cada vivienda de un bloque de pisos.

Discreta

c) Número de goles que se han marcado en cada partido de fútbol en una jornada de liga.

Discreta

d) Temperatura máxima, en grados centígrados, que se ha dado cada día del mes de junio.

Continua

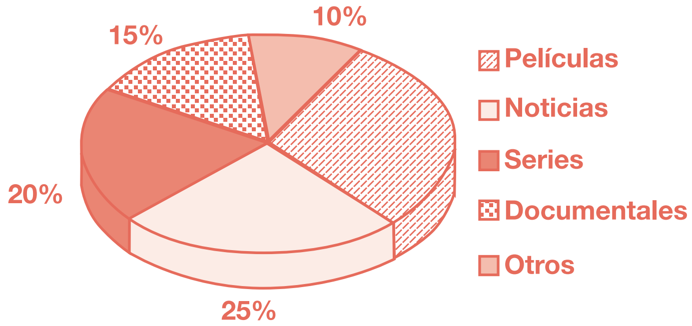
e) Tiempo semanal que dedica a hacer deporte cada alumno de un instituto.

Continua

f) Altura en metros de cada edificio del casco histórico de Madrid.

Continua

86. **Una empresa de publicidad está haciendo un estudio sobre los programas de televisión más vistos. Elegidas 120 personas al azar, se les ha preguntado sobre el tipo de programas que más les gustan. Los porcentajes de las respuestas se han representado en el siguiente diagrama de sectores:**



a) En el gráfico no aparece el porcentaje correspondiente a las personas a las que gustan más las películas, ¿cuál es?
b) A partir de los porcentajes, calcula cuántas personas, de las 120, han respondido por cada uno de los tipos de programas que más les gustan.

a) 30%

b) Películas: 36. Noticias: 30. Series: 24. Documentales: 18. Otros: 12.

87. **La profesora de Inglés ha hecho un examen en un grupo de 3º de ESO. Además de la nota del examen, ha considerado para calificar a los alumnos, notas de clase, trabajos, etc. La profesora ha anotado los resultados que ha obtenido cada alumno en la tabla siguiente:**

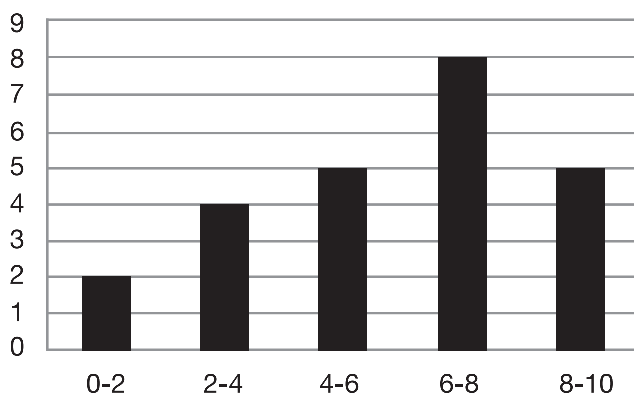
1,5	2	7,5	9,5	10	5	3,7	8
6	2,7	1	4,3	6,3	5,5	8	7
3	6	8	5,4	6	6,2	6,8	4,5

a) Agrupa los datos en cinco intervalos de igual longitud desde 0 hasta 10 y haz una tabla de frecuencias, con las correspondientes marcas de clase. (En cada intervalo, excepto en el último en el que entran los dos, entra el extremo de la izquierda pero no el extremo de la derecha).

Intervalos	Marcas de clase	Frecuencia absoluta
0 – 2	1	2
2 – 4	3	4
4 – 6	5	5
6 – 8	7	8
8 – 10	9	5

b) Calcula la media de los datos agrupados y represéntalos mediante un histograma.

Media=5,83



88. **Completa los huecos que faltan en la tabla siguiente:**

Datos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Tanto por ciento
1	4	0,1	10%
2	6	0,15	15%
3	11	0,275	27,5%
4	11	0,275	27,5%
5	6	0,15	15%
6	2	0,05	5%

89. **Para cada una de las tablas de frecuencias siguientes, calcula la media, la mediana, la moda y los cuartiles:**

a)

Datos	Frecuencia absoluta
0	3
1	4
2	10
3	8
4	7

b)

Datos	Frecuencia absoluta
10	8
11	10
12	11
13	11
14	7

a) Media=2,375. Mediana=2. Moda=2. Primer Cuartil=2.
Segundo Cuartil=3.
b) Media=11,98. Mediana=12. Modas=12 y 13.
Primer Cuartil=11. Segundo Cuartil=13.

90. **Un experimento determinista es aquel cuyo resultado se puede predecir de antemano, siempre que se reproduzca en las mismas condiciones, y un experimento aleatorio es aquel cuyo resultado depende del azar. En los siguientes experimentos, indica cuál es determinista y cuál es aleatorio:**

a) Lanzamos una moneda y anotamos si sale cara o cruz.

Aleatorio

b) Dejamos caer una pelota desde 2 metros de altura.

Determinista

c) Lanzamos un dado con seis caras numeradas del 1 al 6.

Aleatorio

d) Lanzamos un dado con seis caras iguales y todas ellas con un 2.

Determinista

91. **Describe el espacio muestral de cada uno de los siguientes experimentos aleatorios:**

a) Lanzamos una moneda.

E = {cara, cruz}

b) Lanzamos un dado de seis caras numeradas del 1 al 6.

E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

c) En una bolsa que contiene 3 bolas, una roja una azul y otra verde, sacamos una de las tres al azar.

E = {roja, azul, verde}

d) Tiramos una moneda reiteradamente hasta que salga cara por primera vez.

E = {1, 2, 3, 4,…….} (Cada número indica el número de veces hasta que sale la primera cara).

92. **Tiramos una moneda y un dado. ¿Qué es más probable sacar cara con la moneda o sacar un número par en el dado?**

Los dos sucesos tienen la misma probabilidad.

93. **Tiramos dos dados, numerados del 1 al 6, y sumamos la puntuación. ¿Qué es más probable, obtener suma 2 u obtener suma 3?**

Obtener suma 3.

94. **En un instituto hay matriculados en total 600 estudiantes que están distribuidos por los diferentes cursos según la tabla siguiente:**

1º ESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO	1º Bachillerato	2º Bachillerato
150	145	120	100	45	40

Elegimos a un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que resulte ser:

a) De 1º de ESO. P(1° ESO) = 1/4

b) De 3º de ESO. P(3° ESO) = 1/5

c) De 2º de Bachillerato. P(2° Bachillerato) = 1/15

d) De ESO. P(ESO) = 103/120

e) De Bachillerato. P(Bachillerato) =17/120

95. **Un dado tiene seis caras, de las cuales, una está etiquetada con la letra A, dos tienen la letra B y tres de ellas tienen la letra C. Tiramos el dado.**

a) Describe el espacio muestral. ¿Son todos los sucesos del espacio muestral equiprobables?

E = {A, B, C}. No todos tienen la misma probabilidad.

b) Calcula la probabilidad de que se dé cada uno de los sucesos que componen el espacio muestral.

P(A) = 1/6; P(B) = 1/3; P(C) = 1/2.