

TEMA 13 – LA INTEGRAL DEFINIDA. APLICACIONES

CÁLCULO DE INTEGRALES DEFINIDAS

EJERCICIO 1 : Halla las siguientes integrales

$$\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx \qquad \int_{-1}^1 (1 + \sqrt{1-x^2}) dx$$

DERIVAR INTEGRALES

EJERCICIO 2 : Dada la función: $F(x) = \int_0^x (1 + \cos^2 t) dt$ Calcula $F'(x)$.

EJERCICIO 3 : Sin necesidad de resolver la integral, indica dónde hay máximo o mínimo relativo en la función:

$$F(x) = \int_1^x (\ln t - 2) dt$$

EJERCICIO 4 : Halla $F'(x)$ sabiendo que $F(x) = \int_0^x (\operatorname{tg}^3 t - 1) dt$

EJERCICIO 5 : Dada la función $F(x) = \int_1^x \operatorname{sen}^2 t dt$. Obtén los posibles puntos extremos de esta función en $[0, 2\pi]$.

EJERCICIO 6 : Calcula $F'(x) = \int_1^x (\operatorname{sen}^2 t + \log t) \cdot dt$

CÁLCULO DE ÁREAS

EJERCICIO 7 : Halla el área limitada por la recta $x = y + 5$, el eje abscisas y las rectas $x = 2$ y $x = 4$, mediante la integral definida y por la geometría elemental.

EJERCICIO 8 : Mediante los métodos de la integral definida y geometría elemental calcula el área limitada por las rectas $y = \frac{x}{2} + 1$, $x = 2$, $x = 7$ y el eje de abscisas.

EJERCICIO 9 : Calcula el área del recinto comprendido entre el eje de abscisas, el eje de ordenadas, y la recta que pasa por el punto $P(2, 3)$ y tiene de pendiente $m = -2$, mediante los métodos de la integral definida y de la geometría elemental.

EJERCICIO 10 : Halla el área limitada por la parábola $y = x^2 - 7x + 6$, el eje de abscisas y las rectas $x = 2$, $x = 6$.

EJERCICIO 11 : Halla el área limitada por la curva $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ y el eje de abscisas.

EJERCICIO 12 : Calcula el área del recinto limitado por la función $y = 2\sqrt{x}$, las rectas $x = 1$ y $x = 2$; y el eje OX

EJERCICIO 13 : Halla el área del recinto limitado por la curva $y = (x - 1) \cdot (x + 2)$, las rectas $x = 3$, $x = 2$ y el eje de abscisas.

EJERCICIO 14 : Calcula el área limitada por la curva $xy = 36$, el eje de abscisas y las rectas $x = 3$, $x = 12$.

EJERCICIO 15 : Calcula el área limitada por las curvas $y = x^2$ e $y = |x + 2|$.

EJERCICIO 16 : Halla el área limitada por la curva $y = x^2$ y la recta $y = x + 6$.

EJERCICIO 17 : Halla el área limitada por las parábolas $y = 6x + x^2$, $y = -x^2 + 2x$.

EJERCICIO 18 : Calcula el área limitada por la parábola $y = x^2 - 4x$ y la recta $y = 3x - 6$.

EJERCICIO 19 : Demuestra mediante el cálculo integral la fórmula del área de un rectángulo.

EJERCICIO 20 : Deduce mediante el cálculo integral la fórmula del área de un trapecio rectangular.

EJERCICIO 21 : Obtén la fórmula del área de un triángulo rectángulo mediante el cálculo integral.

EJERCICIO 22 : Obtén, utilizando el cálculo integral, el área de un trapecio rectangular de bases 3 cm y 5 cm, y de altura 4 cm.

EJERCICIO 23 : Demuestra, utilizando el cálculo integral, que el área de un triángulo rectángulo de base 3 m y altura 5 m es $7,5 \text{ m}^2$.

EJERCICIO 24 : Calcula el área del recinto limitado por la curva $y = \frac{1}{x}$ y la recta $x = y$, entre $x = 1$, $x = 4$, y OX

EJERCICIO 25 : Halla el área del recinto limitado por la curva $y = \frac{3}{x}$, la recta $y = 0$, y las rectas $x = 1$ y $x = e^2$.

EJERCICIO 26 : Halla el área del recinto limitado por las curvas $y = 2x^3 - x^2 + x$ e $y = x^3 + 3x^2 + x$.

EJERCICIO 27 : Obtén el área del recinto limitado por la curva $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$, las rectas $x = -1$ y $x = 1$, y el eje de abscisas.

EJERCICIO 28 : Halla el área del recinto limitado por la curva $y = x(x + 1)^2$, la recta $x = -1$ y $x = 1$, y el eje de abscisas.

CÁLCULO DE VOLÚMENES

EJERCICIO 29 : Halla el volumen engendrado al girar alrededor del eje X el recinto limitado por $y^2 = 2x$, $x = 1$, $x = 2$.

EJERCICIO 30 : Calcula el volumen engendrado por la curva $y^2 = 8x$ y la recta $x = 2$ al girar alrededor del eje X.

EJERCICIO 31 : Halla el volumen del cuerpo engendrado por la elipse $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ al girar alrededor del eje X.

EJERCICIO 32 : Calcula el volumen engendrado por la elipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ al girar alrededor del eje X.

EJERCICIO 33 : Halla el volumen engendrado por el trapecio limitado por las rectas $x = 0$, $x = 5$, $y = 0$, $x + 5y - 10 = 0$ al girar alrededor del eje X.

EJERCICIO 34 : Obtén, mediante el cálculo integral, el volumen de un cilindro de radio 3 cm y altura 5 cm.

EJERCICIO 35 : Utilizando el cálculo integral, calcula el volumen de un cono de radio 5 m y altura 10 m.

EJERCICIO 36 : Calcula, mediante el cálculo integral, el volumen de un tronco de cono de radios 3 cm y 5 cm, y altura 6 cm.

EJERCICIO 37 : Utilizando el cálculo integral, obtén el volumen de una esfera de radio 2 cm.

EJERCICIO 38 : Halla, mediante el cálculo integral, el volumen de un elipsoide de radios 3 cm y 4 cm.