7 Semejanza. Teorema de Pitágoras.

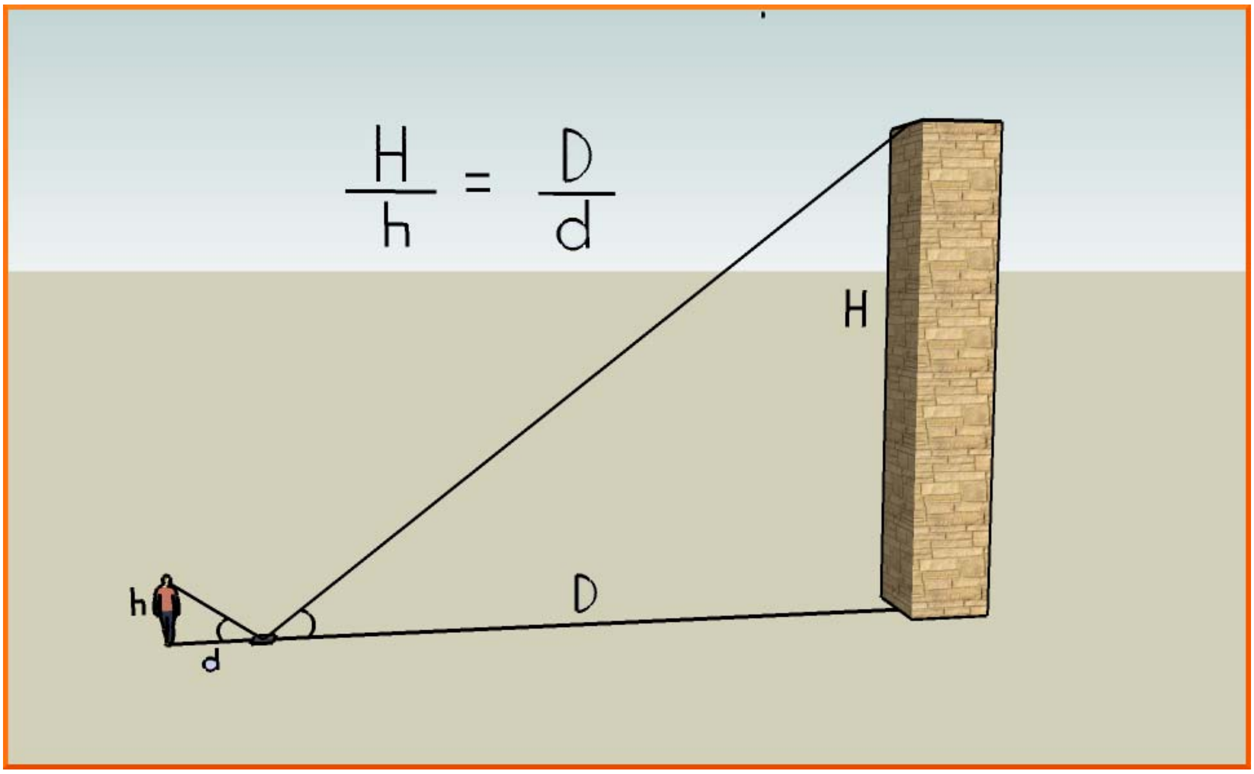
Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Aplicar correctamente el Teorema de Tales.
- Reconocer y dibujar figuras semejantes.
- Aplicar los criterios de semejanza de triángulos.
- Calcular la razón de semejanza.
- Utilizar la relación entre las áreas de figuras semejantes.
- Calcular distancias en mapas y planos.
- Construir figuras a partir de una escala.
- Resolver problemas geométricos aplicando el Teorema de Pitágoras.

Antes de empezar

Aplicando la semejanza aprenderás, entre otras cosas, a medir alturas de edificios con un espejo sin necesidad de subirte a ellos. También puedes hacerlo utilizando sus sombras...



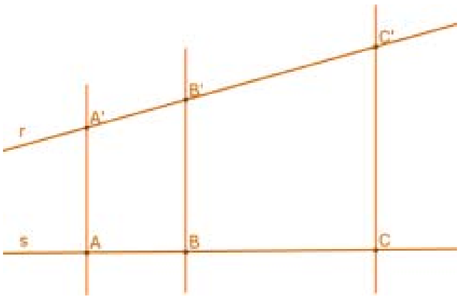
Investiga

En una pizzería, la pizza pequeña tiene 23 cm de diámetro y es para una persona. Sin embargo, la pizza familiar tiene 46 cm de diámetro, justo el doble que la pequeña, pero dicen que es para 4 personas. ¿Nos están engañando?

1. Teorema de Tales

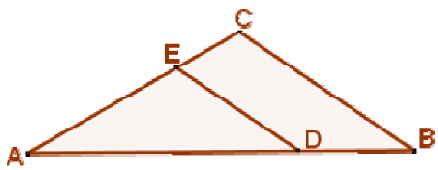
Enunciado y posición de Tales

Si varias rectas paralelas son cortadas por dos secantes r y s, **los segmentos que determinan dichas paralelas en la recta r son proporcionales a los segmentos que determinan en s.**



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$

Los triángulos ABC y AB'C' comparten el ángulo A, están encajados. Los lados opuestos al ángulo A son paralelos. En estos casos decimos que los dos triángulos están en **posición de Tales:**

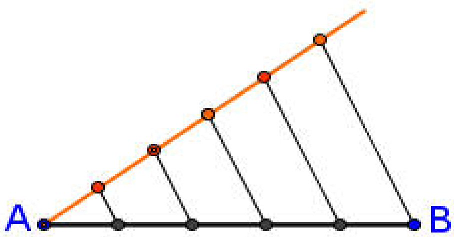


Cuando dos triángulos se pueden colocar en posición de Tales, **sus lados son proporcionales:**

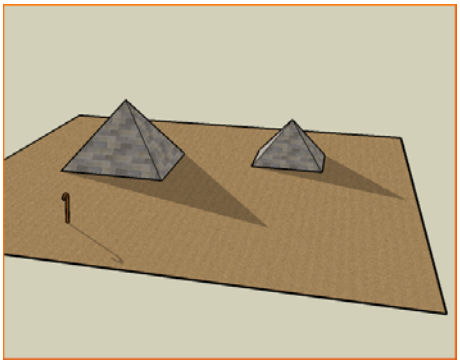
$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

Aplicaciones

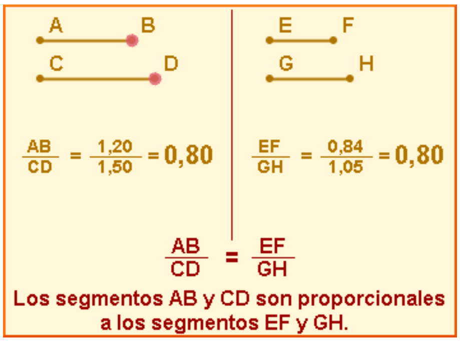
El Teorema de Tales nos permite **dividir un segmento en partes iguales** (cinco en este caso):



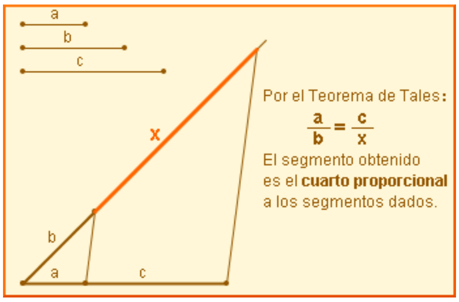
Trazamos una semirrecta a partir de A. Sobre ella marcamos, con el compás, 5 segmentos iguales, de la longitud que queramos. Unimos la última marca con B y trazamos paralelas, una por cada marca de la semirrecta.



Tales de Mileto fue un filósofo y matemático griego que vivió en el siglo VI a. C. Calculó las alturas de las pirámides de Egipto comparando sus sombras con las de un bastón



Dos pares de segmentos son **proporcionales** si la razón entre los dos primeros (cociente entre sus longitudes) coincide con la razón entre los dos últimos.

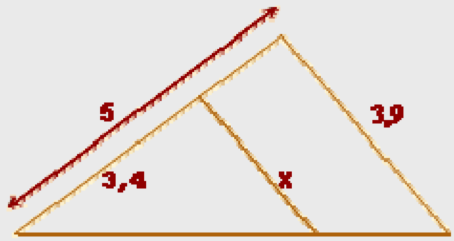


Un segmento, de longitud x, es **cuarto proporcional** a otros tres de longitudes a, b y c si se verifica que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

EJERCICIOS resueltos

1. Usa el teorema de Tales para calcular x.



Los dos triángulos están en posición de Tales, por lo que sus lados son proporcionales:

$$\frac{5}{3{,}4}=\frac{3{,}9}{\mathbf{x}};\quad 5\cdot\mathbf{x}=3{,}4\cdot 3{,}9;\quad \mathbf{x}=\frac{3{,}4\cdot 3{,}9}{5};$$

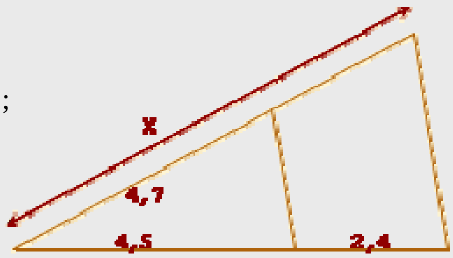
x = 2,6

2. Calcula el valor de x.

Los dos triángulos también están en posición de Tales. Sus lados son proporcionales:

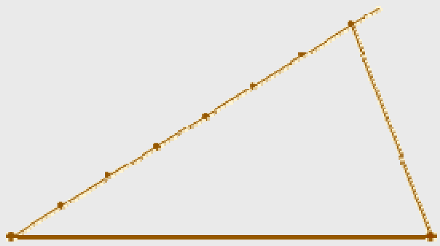
$$\frac{\mathbf{x}}{4{,}7}=\frac{4{,}5+2{,}4}{4{,}5};\quad 4{,}5\cdot\mathbf{x}=4{,}7\cdot(4{,}5+2{,}4);\quad \mathbf{x}=\frac{4{,}7\cdot 6{,}9}{4{,}5};$$

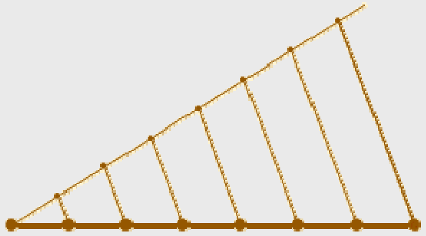
x = 7,2



3. Divide el segmento en 7 partes iguales.

Se traza una semirrecta a partir de uno de los extremos del segmento. Se marcan en ella, con el compás, 7 segmentos iguales, de la longitud que se quiera. Se unen la última marca y el otro extremo del segmento.



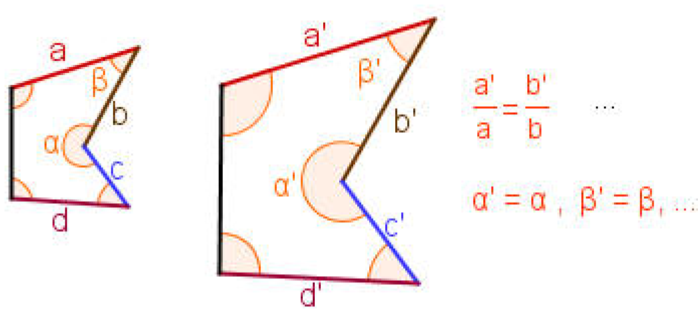


Trazamos paralelas, una por cada marca, y el segmento queda dividido en 7 partes iguales.

2. Semejanza de figuras

Figuras semejantes

Dos figuras son **semejantes** si sus segmentos correspondientes (homólogos) son proporcionales y sus ángulos iguales. Es decir; o son iguales, o **tienen la misma forma y sólo se diferencian en su tamaño.**



Cada longitud en una de las figuras se obtiene multiplicando la longitud correspondiente en la otra por un número fijo que se llama **razón de semejanza.**

Criterios de semejanza de triángulos

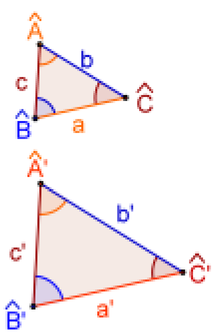
Un **criterio de semejanza** de dos triángulos es un conjunto de condiciones tales que, si se cumplen, podemos asegurar que los dos triángulos son semejantes.

No es necesario comprobar que sus ángulos son iguales y que sus lados son proporcionales para saber si dos triángulos son semejantes. Es suficiente que se cumpla alguno de los siguientes criterios:

1. Tienen dos ángulos iguales.
$\hat{A} = \hat{A}'$ y $\hat{B} = \hat{B}'$

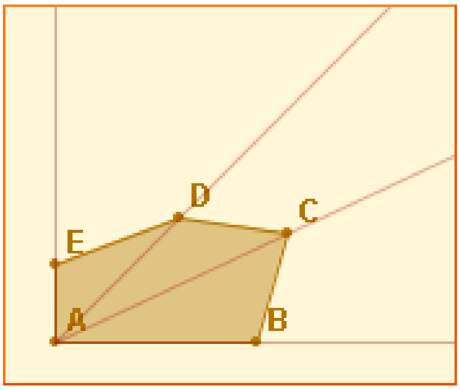
2.- Sus lados son proporcionales.
$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$

3.- Tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido igual.
$\frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$ y $\hat{A} = \hat{A}'$

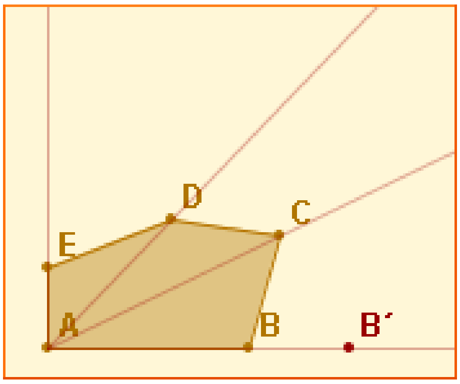


Construcción de polígonos Semejantes.

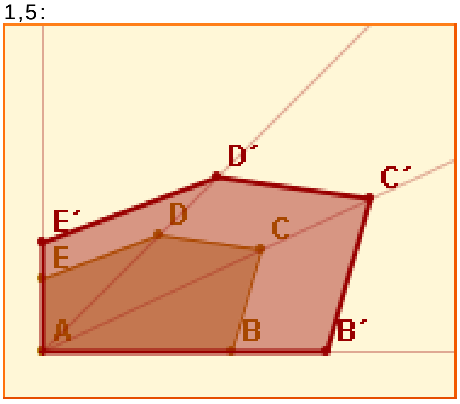
Se elige la razón de semejanza, por ejemplo 1´5, y se trazan semirrectas que unen un vértice con los demás:



En la semirrecta AB se elige un punto B', de forma que AB' sea 1,5 veces más largo que AB:

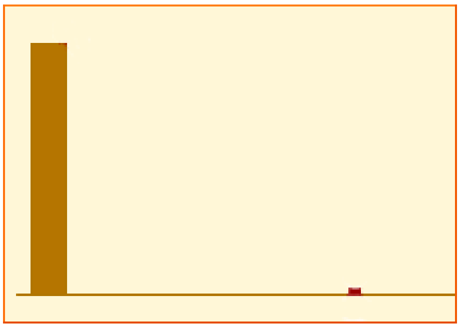


Desde B' se trazan paralelas al polígono inicial, obteniendo un polígono semejante. La razón de semejanza será 1,5:

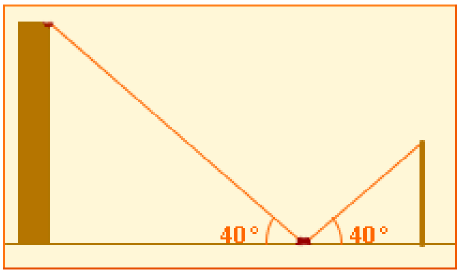


Medición de alturas con espejos y sombras.

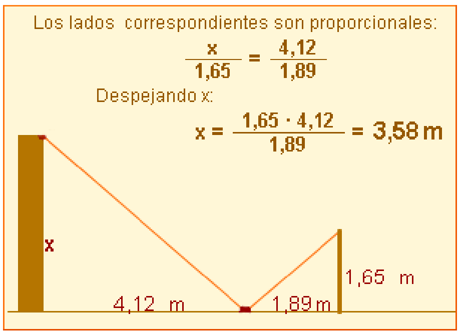
Se coloca un espejo pequeño en el suelo:



El observador se sitúa de forma que, erguido, pueda ver reflejada en el espejo la parte más alta del edificio:



Se miden la altura del observador (desde sus ojos al suelo), la distancia de éste al espejo y la distancia del espejo al edificio:

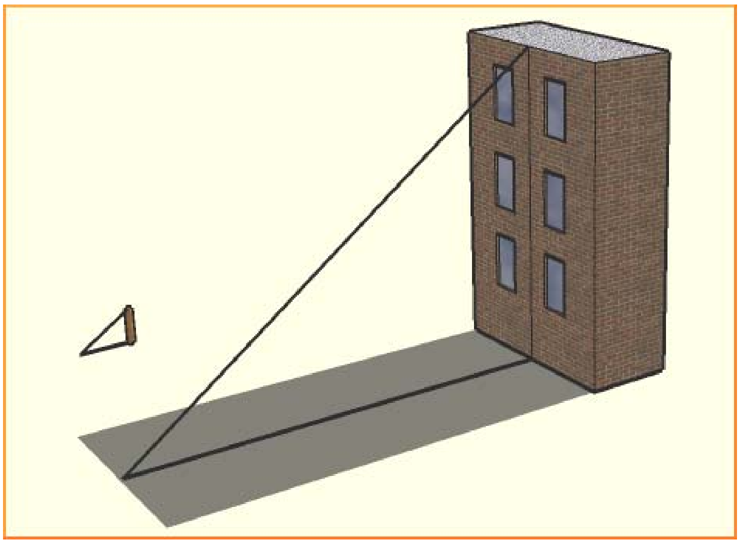


De forma análoga, midiendo las sombras del objeto y de una vara, y la altura de la vara, se puede determinar la altura de un objeto a partir de su sombra.

Aplicaciones

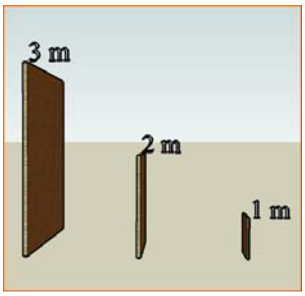
La semejanza de figuras, y en particular la semejanza de triángulos, tiene muchas aplicaciones prácticas. Entre otras:

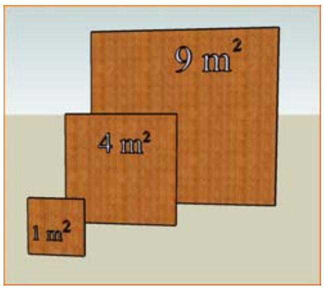
- 1.- Cálculo de la altura de un objeto vertical a partir de su sombra.
- 2.- Cálculo de la altura de un objeto vertical con un espejo.



Relación entre las áreas.

Observa las dos imágenes. Los segmentos en las figuras mediana y grande son el doble y el triple de grandes que los de la figura pequeña.



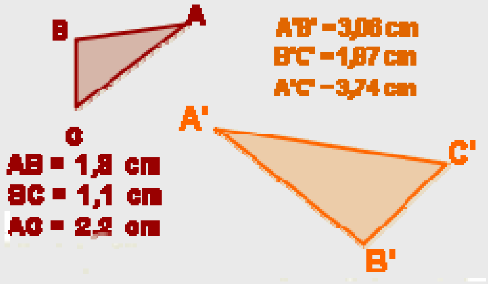


Sin embargo, las áreas son cuatro y nueve veces más grandes. En general, para figuras semejantes:

Razón entre áreas = (Razón de semejanza)^2

EJERCICIOS resueltos

4. ¿Son semejantes los triángulos? En caso afirmativo calcula la razón de semejanza.

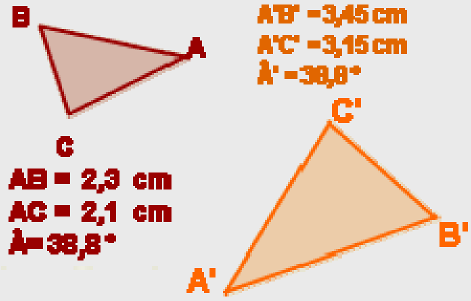


$$\frac{3,06}{1,08}=1,7;\quad \frac{1,87}{1,1}=1,7;\quad \frac{3,74}{2,2}=1,7$$

Los triángulos son semejantes, ya que tienen sus lados proporcionales (segundo criterio). La razón de semejanza es r=1,7

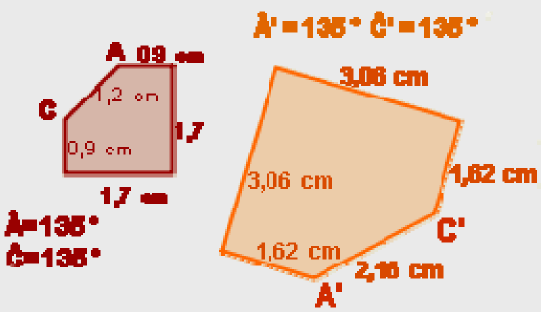
$$\frac{3,45}{2,3}=1,5;\quad \frac{3,15}{2,1}=1,5$$

Los triángulos son semejantes, ya que un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales (tercer criterio).
La razón de semejanza es r=1,5



tienen

5. Razona si son semejantes las figuras. En caso afirmativo, calcula la razón de semejanza.



$$\frac{3,06}{1,7}=1,8;\quad \frac{1,62}{0,9}=1,8;\quad \frac{2,16}{1,2}=1,8$$

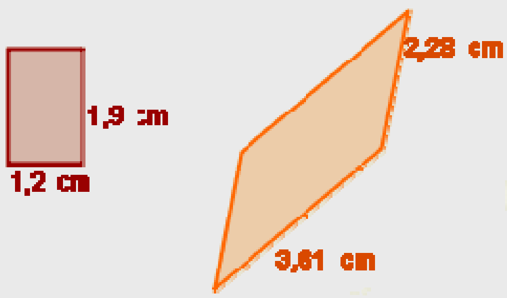
Los lados son proporcionales y los ángulos

Son iguales, por tanto son semejantes. La

razón de semejanza es r= 1,8

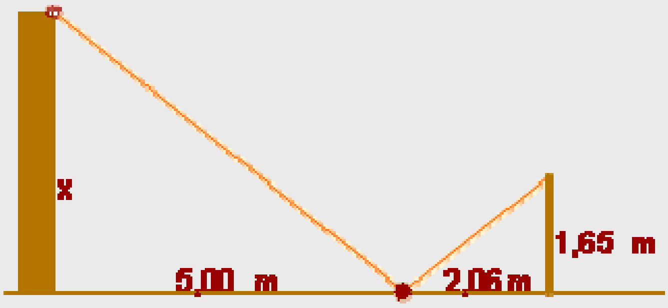
$$\frac{2,28}{1,2}=1,9;\quad \frac{3,61}{1,9}=1,9$$

Los lados son proporcionales, pero los ángulos no son iguales. *No son semejantes*.



EJERCICIOS resueltos

6. Un observador, cuya altura desde sus ojos al suelo es 1,65 m, ve reflejada en un espejo la parte más alta de un edificio. El espejo se encuentra a 2,06 m de sus pies y a 5m del edificio. Halla la altura del edificio.

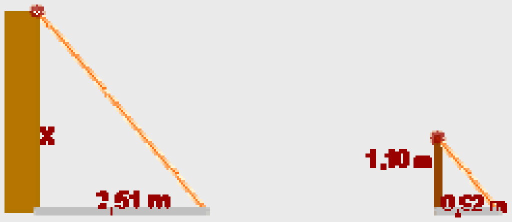


Los dos triángulos son semejantes, sus lados son proporcionales:

$$\frac{\mathbf{x}}{1{,}65}=\frac{5}{2{,}06};\quad \mathbf{x}\cdot 2{,}06=5\cdot 1{,}65;$$

$$\mathbf{x}=\frac{5\cdot 1{,}65}{2{,}06}=4\,\mathbf{m}$$

7. Un muro proyecta una sombra de 2,51 m al mismo tiempo que una vara de 1,10 m proyecta una sombra de 0,92 m. Calcula la altura del muro.



Los dos triángulos son semejantes, sus lados son proporcionales:

$$\frac{\mathbf{x}}{1{,}10}=\frac{2{,}51}{0{,}92};\quad \mathbf{x}\cdot 0{,}92=1{,}10\cdot 2{,}51;$$

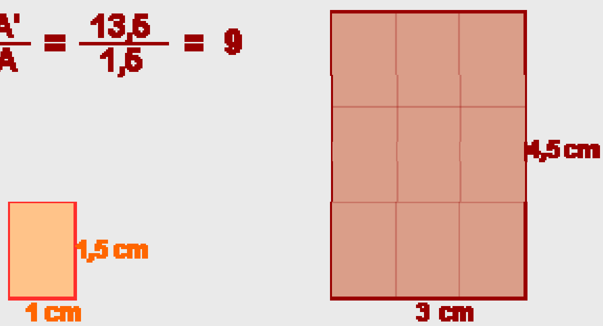
$$\mathbf{x}=\frac{1{,}10\cdot 2{,}51}{0{,}92}=3\,\mathbf{m}$$

8. Un rectángulo de 1 cm x 1,5 cm tiene una superficie de 1x1,5=1,5 cm^2. ¿Qué superficie tendrá un rectángulo el triple de ancho y el triple de largo?

Los dos rectángulos son semejantes y la razón de semejanza es r=3. La razón entre las áreas es r^2=9, por lo que el rectángulo grande tiene 9 veces más superficie que el pequeño:

A'= 9· A= 9·1,5=**13,5 cm^2**

$$\frac{A'}{A}=\frac{13{,}5}{1{,}5}=9$$



A = 1·1,5 = 1,5 cm^2

A' = 3·4,5 = 13,5 cm^2

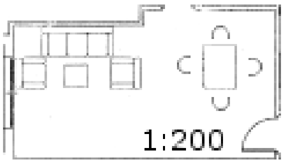
3. Ampliación y reducción de figuras

Ampliación, reducción y escala

La semejanza de figuras nos permite hacer representaciones de objetos reales a un tamaño más grande (**ampliaciones**) o más pequeño (**reducciones**)

En las representaciones de objetos la razón de semejanza recibe el nombre de **factor de escala**.

El factor de escala es 200, el salón en la realidad es 200 veces más grande que en el plano.

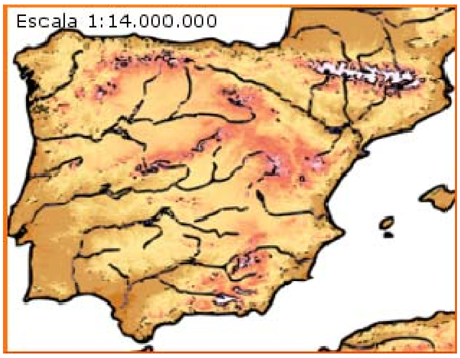


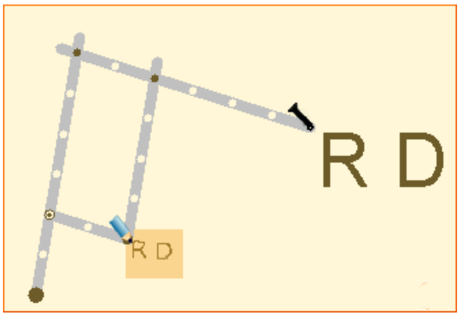
La **escala** se expresa en forma de cociente:

1:200

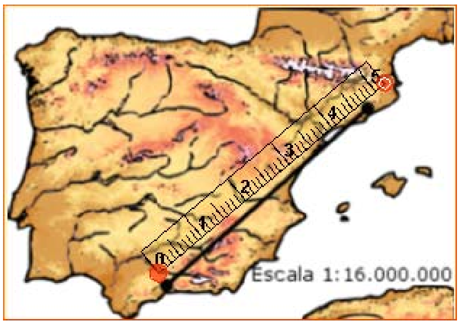
En este caso, 200 es la razón de semejanza o **factor de escala**. La figura representada será 200 veces más grande que la real. En un plano a escala 1:200 **cada centímetro equivale a 200 centímetros en la realidad.**

En este mapa la escala utilizada es 1:14.000.000, lo que significa que **cada cm equivale a 14.000.000 cm. en la realidad; es decir, 140 Km.**

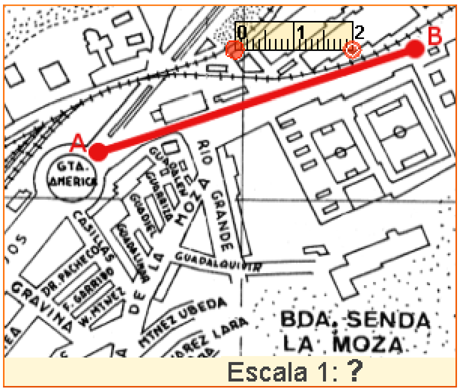




El pantógrafo permite reproducir dibujos, o hacer grabaciones, en tamaños mayores o menores que el original.



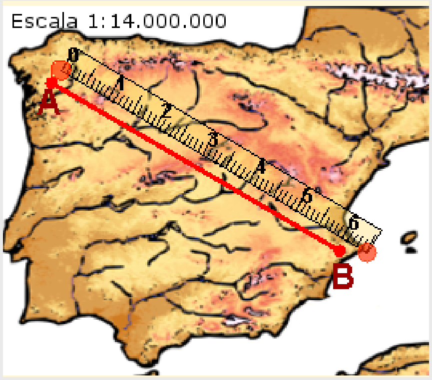
Conociendo la escala es muy fácil calcular las distancias reales. En este caso hay 4,7 cm en el mapa entre los dos puntos marcados, que equivalen a 4,7 cm · 16.000.000 = = 75.200.000 cm = 752 Km. reales.



Aunque no conozcamos la escala, podríamos calcular la distancia real aproximada que hay entre A y B. Bastaría con medir en el plano algún objeto cuyas dimensiones reales se conozcan. El campo de futbol grande podría tener unos 100 m de largo en la realidad...

EJERCICIOS resueltos

9. Calcula la distancia real entre A y B.



La distancia entre real entre A y B será:

6,1 cm · 14.000.000 = 85.400.000 cm =

= **854 Km.**

10. Calcula la escala del mapa sabiendo que el campo de fútbol mide 101 m de largo en la realidad ¿Qué distancia aproximada hay entre A y B en la realidad, si en el plano es de 5,2 cm?

La longitud en el plano del campo es 1,1 cm, que equivalen a 101 m = 10100 cm reales.

$$\frac{1{,}1\,\textbf{cm en el plano}}{10100\,\textbf{cm reales}} = \frac{1\,\textbf{cm en el plano}}{\textbf{x cm reales}}$$

$$1{,}1 \cdot \mathbf{x} = 10100 \cdot 1;\ \mathbf{x} = \frac{10100 \cdot 1}{1{,}1} = 10.000$$

La escala es **1:10.000.** La distancia de A a B: 5,2·10.000 = 52.000 cm = **520 m** aprox.

11. En un plano cuya escala es 1:40, ¿qué medidas tendrá una mesa rectangular de 0,96 m x 0,72 m?

Las longitudes en el plano serán 40 veces más pequeñas que en la realidad. Las medidas de la mesa son 96 cm x 72 cm, que en el plano serán:

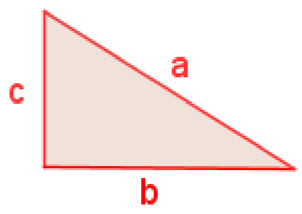
$$\frac{96}{40} = \textbf{2,4 cm} \qquad \frac{72}{40} = \textbf{1,8 cm}$$

12. Una maqueta de un coche, a escala 1:50, tiene 8 cm de longitud, 3,5 cm de anchura y 2,8 cm de altura. Calcula las dimensiones reales del coche.

Longitud: 8 cm · 50 = 400 cm = **4 m**
Anchura: 3,5 cm · 50 = 175 cm = **1,75 m**
Anchura: 2,8 cm · 50 = 140 cm = **1,40 m**

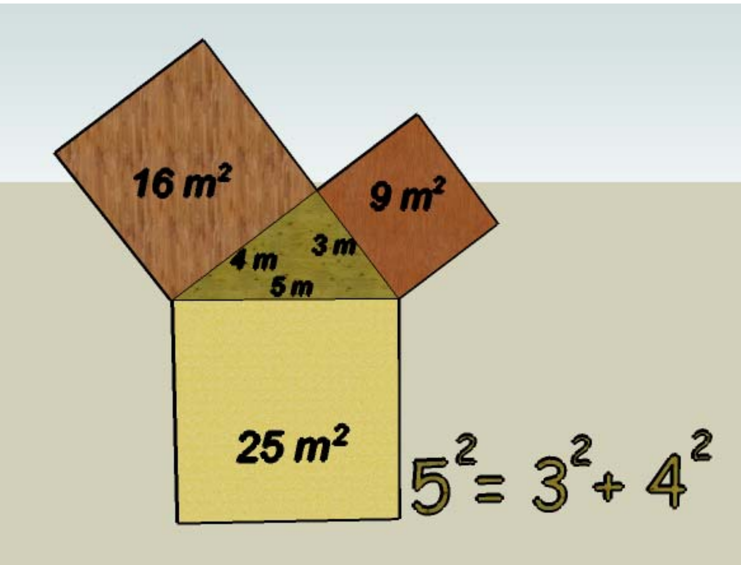
4. Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras da una relación entre la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo:



$$a^2 = b^2 + c^2$$

En todo triángulo rectángulo se verifica que **el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.**

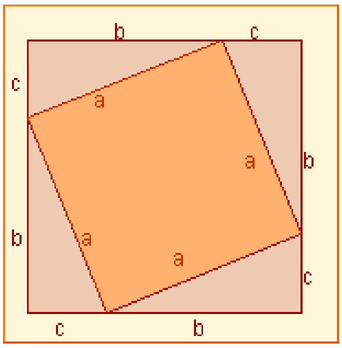


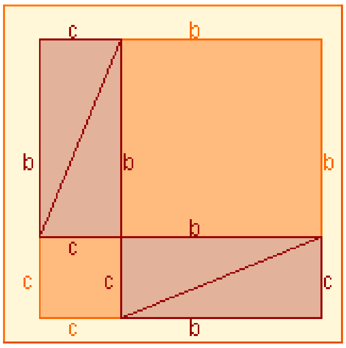
Aplicaciones

El Teorema de Pitágoras tiene muchas aplicaciones; entre otras, se verán en los ejercicios resueltos:

- Representación gráfica de números irracionales.
- Cálculo de la diagonal de un rectángulo.
- Cálculo de la altura de un triángulo isósceles.
- Cálculo de la apotema de un hexágono regular.

Demostración.





Los dos cuadrados son iguales: ambos tienen de lado *b+c.*

La superficie de color rojo es la misma en ambos cuadrados: cuatro triángulos iguales. Por tanto la superficie restante, la naranja, debe ser la misma en ambos cuadrados. La superficie naranja en el primero es:

$$a^2$$

La superficie naranja en el segundo es:

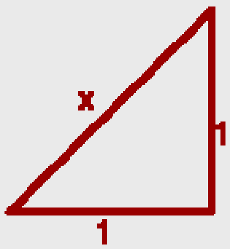
$$b^2 + c^2$$

Conclusión:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

EJERCICIOS resueltos

13. $\sqrt{2}$ =1,414213562373095048801... ¿Se puede dibujar un segmento que mida exactamente $\sqrt{2}$?



Sí, se puede. Sólo tenemos que representar dos segmentos perpendiculares, de longitud 1, y formar con ellos un triángulo rectángulo. La hipotenusa mide exactamente $\sqrt{2}$:

$$x^2 = 1^2 + 1^2; \quad x^2 = 1 + 1 = 2$$

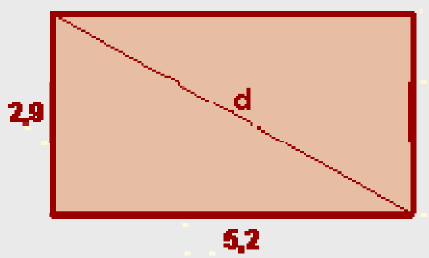
$$\mathbf{x} = \sqrt{2}$$

14. Calcula la diagonal del rectángulo.

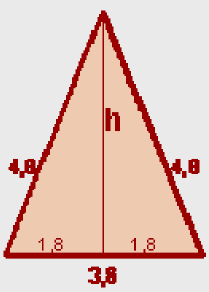
$$d^2 = 2{,}9^2 + 5{,}2^2; \quad d^2 = 8{,}41 + 27{,}04$$

$$d^2 = 35{,}45; \quad d = \sqrt{35{,}45}$$

d = 5,95



15. Calcula la altura de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 4,8 y el otro 3,6.



$$h^2 + 1{,}8^2 = 4{,}8^2; \quad h^2 = 4{,}8^2 - 1{,}8^2$$

$$h^2 = 23{,}04 - 3{,}24 = 19{,}80$$

$$h = \sqrt{19{,}80}$$

h = 4,44

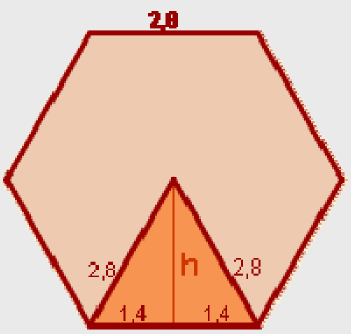
16. Halla la diagonal de un hexágono regular cuyo lado mide 2,8.

$$h^2 + 1{,}4^2 = 2{,}8^2; \quad h^2 = 2{,}8^2 - 1{,}4^2$$

$$h^2 = 7{,}84 - 1{,}96 = 5{,}88$$

$$h = \sqrt{5{,}88}$$

h = 2,42



EJERCICIOS resueltos

17. El interior de la señal de tráfico es un triángulo isósceles de 74 cm de lado. La línea que separa la zona blanca de la negra es una altura. ¿Cuánto mide esa altura?

$$h^2+37^2=74^2\ ;\ h^2=74^2-37^2$$
$$h^2=5476-1369=4107$$
$$h=\sqrt{4107}$$

h = 64,09 cm

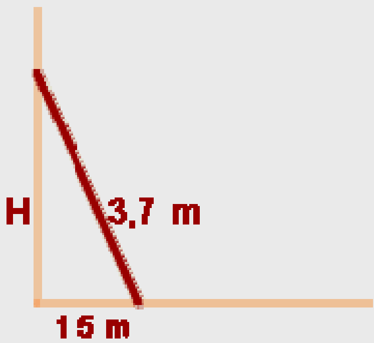
18. En una urbanización se han protegido 310 ventanas cuadradas de 126 cm de lado con una cinta adhesiva especial, como se ve en la figura. ¿Cuántos metros de cinta se han empleado?

La diagonal de la ventana mide:

$$d^2=126^2+126^2;\ d^2=31752$$
$$d=\sqrt{31752}=178{,}19\,\text{cm}$$

Cinta total: 178,19 · 310 = 55238,9 cm =552,39 m

19. Una escalera de 3,7 m de longitud se encuentra apoyada en una pared, quedando el pie a 1,5 m de la misma. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared?



$$H^2+1{,}5^2=3{,}7^2\ ;\ H^2=3{,}7^2-1{,}5^2$$
$$H^2=13{,}69-2{,}25=11{,}44$$
$$H=\sqrt{11{,}44}$$

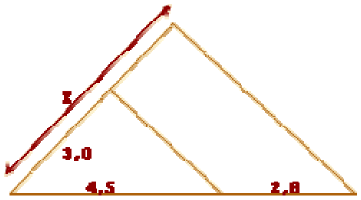
H = 3,38 m

Para practicar

1. Dibuja un segmento de 8 cm de longitud y divídelo en 7 partes iguales.

2. ¿Cuánto medirá un segmento que sea cuarto proporcional a tres segmentos de longitudes 3, 4 y 5 cm?

3. Calcula el valor de x:



4. Los lados de un rectángulo miden 4 cm y 6 cm. ¿Cuánto medirán los lados de un rectángulo semejante al anterior si la razón de semejanza, del segundo al primero, es r=1,3?

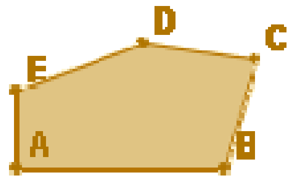
5. El lado de un triángulo equilátero mide 4 cm y el de otro triángulo equilátero 6 cm. ¿Son semejantes ambos triángulos? ¿Por qué? En caso afirmativo, calcula la razón de semejanza.

6. Los lados de un triángulo miden 3 cm, 7 cm y 8 cm. ¿Cuánto medirán los lados de un triángulo semejante al anterior si la razón, del primero al segundo, es r=2?

7. En una fotocopiadora hacemos una ampliación de una hoja al 135%. En dicha hoja aparecía un círculo de 4,8 cm de diámetro. Calcula el diámetro del círculo en la ampliación. Halla la razón de semejanza del círculo grande con respecto al pequeño.

8. Un cuadrilátero tiene de lados 3, 4, 7 y 8 cm. El lado menor de otro cuadrilátero semejante a él mide 32 cm. Calcula la razón de semejanza del cuadrilátero grande respecto al pequeño y la medida de los otros lados.

9. Construye un polígono semejante al de la figura, tomando como razón de semejanza r=1,5.



10. Los lados de un triángulo miden 2, 5 y 7 cm y los de otro 4, 10 y 13 cm. ¿Son semejantes? En caso afirmativo, calcula la razón de semejanza.

11. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 30° y un lado de 56 cm. Otro triángulo rectángulo tiene un ángulo 60° y un lado de 34 cm. ¿Son semejantes ambos triángulos?

12. Di si son semejantes dos triángulos ABC y A'B'C' con los siguientes datos:

    a) Â = 30°, AB=4 cm, AC=5cm, Â' =30°, A'B'=12 cm, A'C' = 15 cm.

    b) AB=7cm, BC=4cm, AC=9cm, A'B'=14 cm, B'C'=8 cm, A'C'=18 cm.

13. Un muro proyecta una sombra de 32 m al mismo tiempo que un bastón de 1,2 m proyecta una sombra de 97 cm. Calcula la altura del muro.

14. Un observador, cuya altura hasta los ojos es de 1,67 m, observa, erguido, en un espejo la parte más alta de un objeto vertical. Calcula la altura de éste, sabiendo que el espejo se encuentra situado a 10 m de la base del edificio y a 3 m del observador.

15. Un círculo tiene una superficie de 34 m^2, ¿Qué superficie tendrá un círculo el triple de ancho que el anterior?

16. Si con pizza de 23 cm de diámetro puede comer una persona, ¿cuántas podrían comer con una pizza de 32,5 cm?

17. ¿Dos triángulos equiláteros son siempre semejantes? ¿Y dos triángulos isósceles? Razona la respuesta.

18. Dos hexágonos regulares, ¿son semejantes? ¿Y dos polígonos regulares con el mismo número de lados?

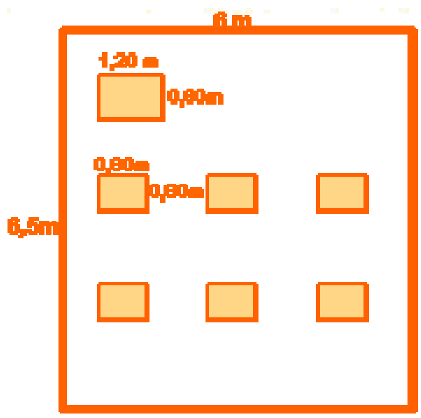
19. En un mapa a escala 1:150.000, la distancia entre dos puntos es de 3,5 cm. ¿Cuál es distancia real entre ellos?

20. Dos pueblos, que en la realidad están a 36 km de distancia, se sitúan en un mapa a 7,2 cm. ¿Cuál es la escala del mapa?

21. En un plano a escala 1:75, ¿qué dimensiones tendrá una mesa de 2,25 m x 1,5 m?

22. En un plano se ha representado con 3,5 cm una distancia real de 1,75 m. ¿Cuál es la escala del plano?

23. En la figura se indican las dimensiones reales de una clase. Haz un plano de la misma a escala 1:120.



24. Una maqueta de una casa, a escala 1:200, tiene una longitud de 3,5 cm, una anchura de 2,7 cm y una altura de 2 cm. ¿Cuáles son las medidas reales de dicha casa?

25. En un plano, a escala 1:500, una parcela tiene una superficie de 12 cm^2. ¿Qué superficie tendrá en la realidad dicha parcela?

26. Calcula la distancia real que habrá entre dos ciudades que están a 4,5 cm de distancia en un mapa en el que otras dos ciudades, que distan 39 km en la realidad, aparecen a 7,8 cm.

27. Calcula la altura que alcanzarían 8 señales de tráfico apiladas como en la figura, si cada una de ellas es un octógono regular de 31 cm de lado y 40,5 cm de radio.

28. Calcula el perímetro de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 50 cm, y uno de sus catetos 40 cm.

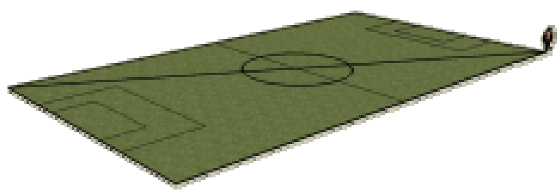
29. Determina, sin dibujarlo, si un triángulo cuyos lados miden 7, 8 y 9 cm es rectángulo.

30. Halla la apotema de un hexágono de 5 cm de lado.

31. Calcula la altura de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 16 cm y el lado desigual 10 cm.

32. Halla la medida de la diagonal de un rectángulo de lados 6 y 8 cm.

33. Un futbolista entrena corriendo la diagonal del terreno de juego de un campo de fútbol, ida y vuelta, 30 veces todos los días. ¿Qué distancia total recorre? El terreno de juego tiene unas medidas de 105 x 67 m.



Para saber más

La **torre Eiffel** fue construida con 18000 piezas de hierro forjado y originalmente medía 300 m y pesaba 7300 toneladas. Es una **estructura muy ligera**, una maqueta exacta de la torre, también de hierro, de **2 m de altura** pesaría sólo:

$(2/300)^3 \cdot 7300 =$

0,00216 TN=

2,16 Kg.

La sandía superior cuesta 2,50 €. La sandía inferior es justamente el **doble de ancha** que la superior. ¿Cuánto cuesta? ¿Costará 5 €, o será más cara?

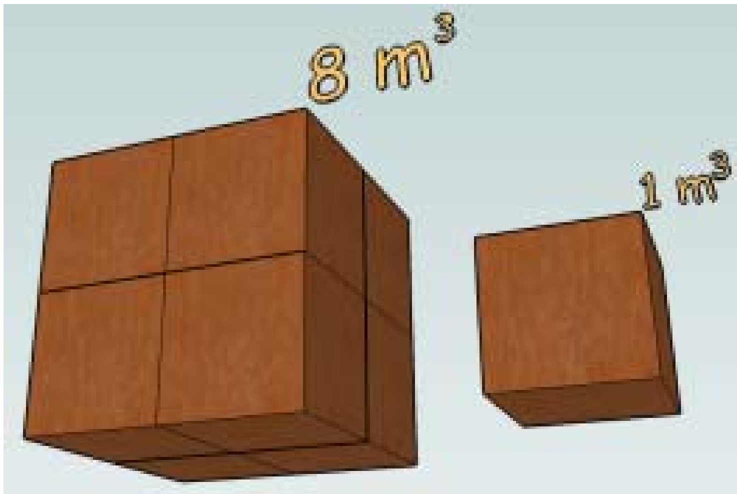
Una sandía el **doble de ancha** tiene 2^3 = **8 veces más volumen**. No costaría 5 €, sino 8·2,50= **20 €**

Relación entre los volúmenes de cuerpos semejantes

Los dos cuerpos de la imagen son semejantes. **La razón de semejanza es r=2.** Cualquier segmento en el cubo grande será el doble de grande que su correspondiente en el pequeño. ¿Qué relación hay entre sus volúmenes? Como puedes observar, **el volumen del cubo grande** no es el doble que el del pequeño sino **8 veces mayor** que el de éste.

r=2

$$R\ vol = r^3 = 2^3 = 8$$



Razón entre volúmenes

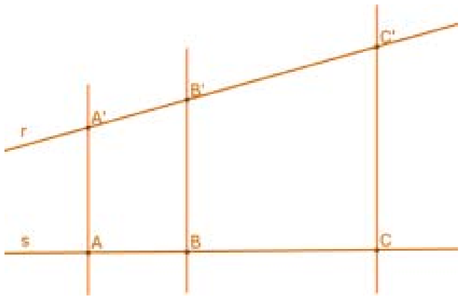
=

(Razón de semejanza)³

Recuerda lo más importante

Teorema de Tales

Si varias rectas paralelas son cortadas por dos secantes r y s, **los segmentos que determinan dichas paralelas en la recta r son proporcionales a los segmentos que**



$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}$$

Figuras semejantes

Dos figuras son **semejantes** si sus segmentos correspondientes, o asociados, son proporcionales y sus ángulos iguales. Es decir; o son iguales, **o tienen "la misma forma" y sólo se diferencian en su tamaño**.

Cada longitud en una de las figuras se obtiene multiplicando la longitud correspondiente en la otra por un número fijo que se llama **razón de semejanza.**

En las representaciones de objetos esta razón se llama **factor de escala**

Criterios de semejanza de triángulos

1. Tienen dos ángulos iguales.

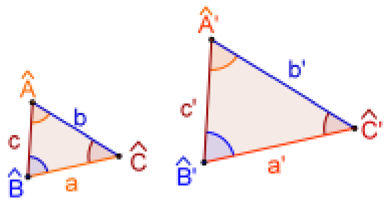
$\hat{A}=\hat{A}'$ y $\hat{B}=\hat{B}'$

2.- Sus lados son proporcionales.

$$\frac{a'}{a}=\frac{b'}{b}=\frac{c'}{c}$$

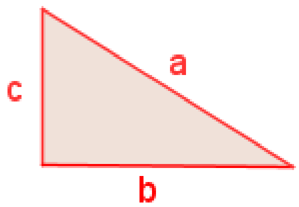
3.- Tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido igual.

$\frac{b'}{b}=\frac{c'}{c}$ y $\hat{A}=\hat{A}'$



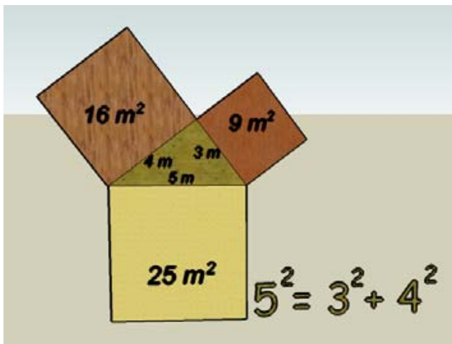
Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras da una relación entre la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo:

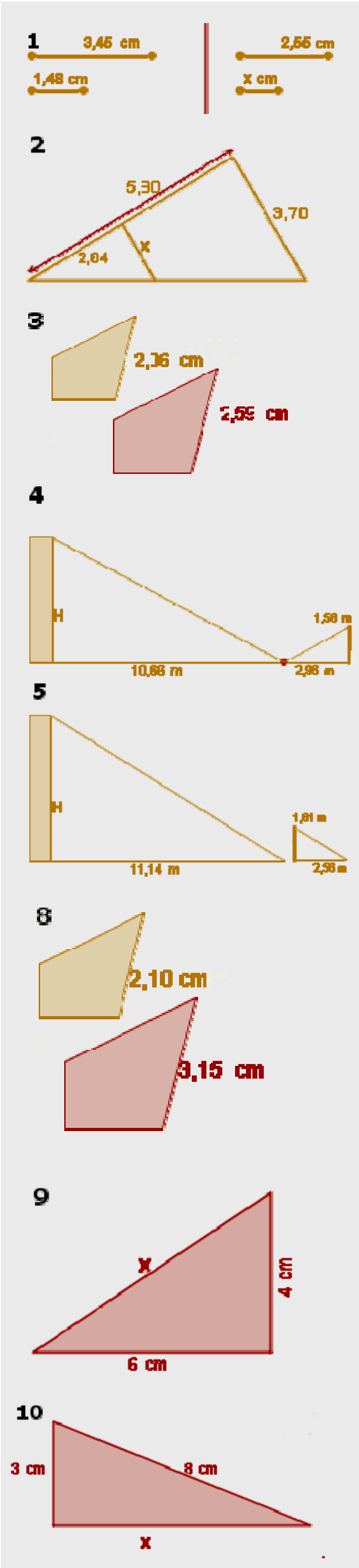


$$a^2 = b^2 + c^2$$

En todo triángulo rectángulo se verifica que **el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.**



Autoevaluación



1. Calcula el valor de x para que los dos segmentos sean proporcionales.

2. Calcula, de forma razonada, el valor de x.

3. Los dos polígonos de la imagen son semejantes. Calcula la razón de semejanza.

4. Un observador, erguido, ve reflejada en un espejo, que está situado en el suelo, la parte más alta de un edificio. Calcula la altura del edificio sabiendo que la altura del observador, desde sus ojos al suelo, es 1,58 m, el espejo está situado a 2,96 m del observador y a 10,66 m del edificio.

5. Determina la altura del edificio sabiendo que proyecta una sombra de 11,14 m al mismo tiempo que un bastón de 1,61 m proyecta una sombra de 2,56 m.

6. En un mapa, a escala 1:10000, la distancia entre dos pueblos es 10,6 cm. ¿A qué distancia, en Km., están en la realidad?

7. La distancia en un mapa entre dos pueblos, que en la realidad están a 22,4 Km., es de 11,2 cm. ¿Cuál es la escala del mapa?

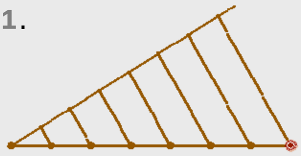
8. Las dos figuras de la imagen son semejantes. ¿Cuál es la razón entre sus áreas?

9. Usando el teorema de Pitágoras, calcula la longitud de la hipotenusa del triángulo que aparece en la imagen.

10. El triángulo de la imagen es rectángulo. Calcula x.

Soluciones de los ejercicios para practicar

1.



2. 6,67cm

3. 4,87

4. 5,2 x 7,8 cm

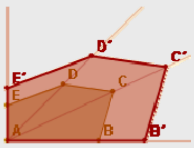
5. Sí. Tienen sus ángulos iguales. r=1,5

6. 1'5, 3'5 y 4 cm

7. 6,48 cm,r=1,35

8. r=10,67. 42'67, 74'69 y 85'36 cm

9.



10. No. Sus lados no son propor-cionales.

11. Sí. Tienen sus ángulos iguales.

12. a) Sí, crit. 3

b) Sí, crit. 2.

13. 39,59 m.

14. 5,57 m

15. 306 m^2

16. 2 personas

17. Sí, tienen sus ángulos iguales. No, no tienen por qué cumplir los criterios.

18. Sí, porque tienen los lados prop. y los ángulos iguales.

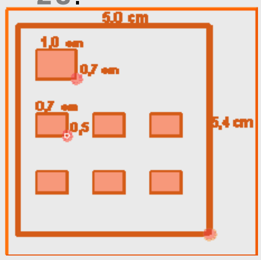
19. 5,25 Km

20. 1:500.000

21. 3x2 cm

22. 1:50

23.



24. 7 x 5,4 x 4 m

25. 300 m^2

26. 22,5 Km

27. 5,98 m

28. 120 cm

29. No, porque sus lados no verifican el teorema de Pitágoras.

30. 4,33 cm

31. 15,2 cm

32. 10 cm

33. 7.47 Km

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. 1'09 cm
2. 1'69
3. 1'26
4. 5'69 m
5. 7'01 m
6. 1'06 Km
7. 1:20.000
8. 2'25
9. 7'21 cm
10. 7'42 cm

No olvides enviar las actividades al tutor ▶