

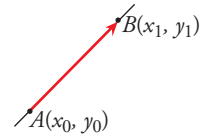
3. Un enfoque distinto: la ecuación de la recta con vectores

ECUACIONES DE RECTAS. PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

Una recta queda determinada por dos puntos. A partir de ellos, como ya sabemos, se obtiene la pendiente,

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, \text{ y, con ellos, la ecuación de la recta: } y = y_0 + m(x - x_0)$$

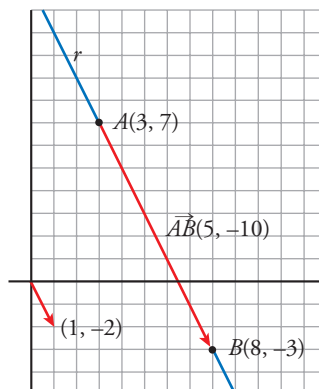
El vector \vec{AB} que une los dos puntos se llama **vector dirección** de la recta.



Por ejemplo, la recta r que pasa por $A(3, 7)$ y $B(8, -3)$ tiene como vector dirección a $\vec{AB}(5, -10)$ o cualquier otro vector paralelo a él, como el $(1, -2)$.

La pendiente de esta recta es: $m = \frac{-3 - 7}{8 - 3} = \frac{-10}{5} = -2$

Su ecuación es: $y = 7 - 2(x - 3)$, es decir, $y = -2x + 13$



Vector dirección de una recta es cualquier vector paralelo a ella. Si A y B son puntos de la recta, \vec{AB} es un vector dirección de ella.

Si $\vec{d}(a, b)$ es un vector dirección de r , su pendiente es: $m = \frac{b}{a}$

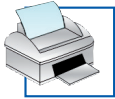
Ahora te mostramos tres ejemplos:

EJEMPLO 1

Hallar la ecuación de la recta que pasa por $A(-2, 3)$ y $B(6, 7)$.

Un vector dirección es $\vec{AB}(8, 4)$. Otro vector dirección: $\vec{d}(2, 1)$

Pendiente: $m = \frac{1}{2}$ Ecuación: $y = 3 + \frac{1}{2}(x + 2) \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4$



3. Un enfoque distinto: la ecuación de la recta con vectores

EJEMPLO 2

Hallar la ecuación de la recta que pasa por $(5, -3)$ y tiene por vector dirección $\vec{d}(3, 2)$.

Su pendiente es: $m = \frac{2}{3}$ Su ecuación es: $y = -3 + \frac{2}{3}(x - 5)$

EJEMPLO 3

Hallar las rectas paralelas a $r: 2x + 5y - 4 = 0$ que pasan por $(0, 0)$ y $(4, -3)$.

Puesto que las rectas que nos piden son paralelas a r (tienen su misma pendiente), empezamos hallando la pendiente de r . Recordemos que la pendiente de una recta es el coeficiente de la x cuando se despeja la y :

$$2x + 5y - 4 = 0 \rightarrow y = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5} \quad \text{Pendiente: } m = -\frac{2}{5}$$

$$s_1: \text{pasa por } (0, 0) \text{ y su pendiente es } -\frac{2}{5} \rightarrow y = -\frac{2}{5}x$$

$$s_2: \text{pasa por } (4, -3) \text{ y su pendiente es } -\frac{2}{5} \rightarrow y = -3 - \frac{2}{5}(x - 4)$$

ACTIVIDADES

1 Halla la ecuación de la recta que pasa por:

a) $A(1, 3), B(5, 5)$

b) $A(1, 6), B(8, -2)$

2 Halla la ecuación de la recta que pasa por $(7, -5)$ y tiene por vector dirección $(7, -4)$.

3 Halla la recta paralela a $5x - 6y + 14 = 0$ que pasa por $(0, -3)$.

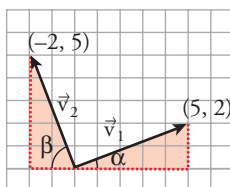
4 Halla la recta paralela a $5y - 10 = 0$ que pasa por $(2, 4)$.



3. Un enfoque distinto: la ecuación de la recta con vectores

VECTOR PERPENDICULAR A OTRO

Los vectores $\vec{v}_1(5, 2)$ y $\vec{v}_2(-2, 5)$ son perpendiculares. Se justifica observando que los dos triángulos sombreados son iguales y, por tanto, $\alpha + \beta = 90^\circ$.



En general:

Los vectores de coordenadas (a, b) y $(-b, a)$ son perpendiculares

RECTA PERPENDICULAR A OTRA

Un vector dirección de una recta r_1 es $\vec{d}_1 = (a, b)$.

Si r_2 es perpendicular a r_1 , un vector dirección de r_2 es $\vec{d}_2 = (-b, a)$.

Las pendientes de r_1 y r_2 son, respectivamente, $m_1 = \frac{b}{a}$ y $m_2 = \frac{-a}{b}$.

El producto de sus pendientes es -1 : $m_1 \cdot m_2 = \frac{b}{a} \cdot \frac{-a}{b} = -1$

Las pendientes, m_1 y m_2 , de dos rectas perpendiculares se relacionan así:

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ o, lo que es lo mismo, } m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

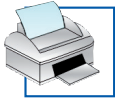
Por ejemplo:

EJEMPLO 1

Hallar la ecuación de la recta r que pasa por $A(4, 7)$ y es perpendicular al vector $\vec{v}(3, -5)$.

El vector $\vec{d}(5, 3)$ es perpendicular a \vec{v} y, por tanto, es un vector dirección de r . La pendiente de r es $m = \frac{3}{5}$.

Su ecuación es $y = 7 + \frac{3}{5}(x - 4) \rightarrow y = \frac{3}{5}x + \frac{23}{5}$



3. Un enfoque distinto: la ecuación de la recta con vectores

EJEMPLO 2

Obtener varios vectores perpendiculares a $\vec{v}(2, 3)$.

$(-3, 2)$ es perpendicular a \vec{v} . También lo son $(3, -2)$, $(-6, 4)$, $(6, -4)$...

EJEMPLO 3

Dar la ecuación de la recta r , perpendicular a $s: 5x - 3y + 15 = 0$, que pasa por $(-7, 2)$.

Pendiente de $s: y = \frac{5}{3}x + \frac{15}{3} \rightarrow m_1 = \frac{5}{3}$

Pendiente de $r: m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{3}{5}$

Ecuación de $r: y = 2 - \frac{3}{5}(x + 7) \rightarrow y = -\frac{3}{5}x - \frac{11}{5}$

ACTIVIDADES

5 Da tres vectores perpendiculares a $(-6, 1)$.

6 Halla la ecuación de la recta que pasa por $P(2, -5)$ y es perpendicular al vector $\vec{v}(5, 7)$.

7 La recta r pasa por $(3, 0)$ y la recta s , por $(-5, 3)$. Ambas son perpendiculares a $4x + 2y - 7 = 0$. Halla sus ecuaciones.

Ecuación de r :

Ecuación de s :