TEMA 9 – INICIACIÓN A LAS INTEGRALES

CÁLCULO DE INTEGRALES

<u>EJERCICIO 1</u> : Calcular las siguientes integrales:

a) $\int (2x^3 - 3x + 5)dx$

b) $\int \frac{x^3 - 5x}{2\sqrt{x}} \cdot dx$

c) $\int \frac{\text{senx} - \cos x}{\text{senx} + \cos x} \cdot dx$

d) $\int \text{tgx} \cdot dx$

e) $\int \frac{x \cdot dx}{\cos^2 x^2}$

f) $\int \frac{2x}{1 + x^2} \cdot dx$

g) $\int 1 + \frac{10x + 4}{25x^2 + 20x} \cdot dx$

h) $\int \frac{8x^2}{(x^3 + 2)^3} \cdot dx$

i) $\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3 + 2}} \cdot dx$

j) $\int (x^3 + 2)^2 \cdot 3x^2 \cdot dx$

k) $\int (x^3 + 2)^{1/2} \cdot x^2 \cdot dx$

l) $\int 3x \cdot \sqrt{1 - 2x^2} \cdot dx$

m) $\int (e^x + 1)^3 \cdot e^x \cdot dx$

n) $\int \left(x^2 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1 \right) dx$.

ñ) $\int e^{4x} dx$

o) $\int \frac{x + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x^3}} dx$.

p) $\int \frac{dx}{3x + 1}$

q) $\int \frac{x^3}{x^4 + 3} dx$.

r) $\int (e^x + 1)^3 e^x dx$

s) $\int \frac{5 + 8x}{x^2} dx$.

t) $\int e^{-2x+3} dx$

u) $\int \frac{x}{(x^2 + 1)^2} dx$.

v) $\int (2x + 1)(x^2 + x - 6)^5 dx$

w) $\int \frac{-3x^3}{1 + x^4} dx$.

x) $\int (x^2 + 4x)(x^2 - 1) dx$

y) $\int \sqrt[5]{1 + 2x}\, dx$

z) $\int \frac{3 + 4x}{\sqrt[5]{x}} dx$.

1) $\int 7\text{sen}3x \cos 3x dx$

2) $\int x\text{senx}^2 dx$.

3) $\int x^5 e^{-3x^6} dx$

4) $\int \frac{3x^4 + x + 4}{\sqrt{x}} dx$.

5) $\int \frac{5 \ln x}{x} dx$

6) $\int \frac{10x - 5}{x^2 - x - 2} dx$.

7) $\int \frac{\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x^2}}{x} dx$

8) $\int 7xe^{3x^2 + 4} dx$

9) $\int \frac{3}{(1 + 4x)^5} dx$.

10) $\int \frac{7\text{senx} \cos x}{1 + 5\text{sen}^2 x} dx$

11) $\int \frac{7x + 4}{\sqrt{5x}} dx$.

12) $\int \frac{4\cos 3x}{9 + \text{sen}3x} dx$

Solución:

a) $\int (2x^3 - 3x + 5)dx = 2\int x^3 \cdot dx - 3\int x \cdot dx + 5\int dx + C = 2 \cdot \frac{x^4}{4} - 3 \cdot \frac{x^2}{2} + 5x + C = \frac{x^4}{2} - \frac{3x^2}{2} + 5x + C$

b) $\int \frac{x^3 - 5x}{2\sqrt{x}} \cdot dx = \frac{1}{2}\int \frac{x^3}{x^{1/2}} \cdot dx - \frac{5}{2}\int \frac{x}{x^{1/2}} \cdot dx + C = \frac{1}{2}\int x^{5/2} \cdot dx - \frac{5}{2}\int x^{1/2} \cdot dx + C = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^{7/2}}{7/2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{x^{3/2}}{3/2} + C =$

$= \frac{1}{7} \cdot \sqrt{x^7} - \frac{5}{3} \cdot \sqrt{x^3} + C = \frac{1}{7} \cdot x^3 \cdot \sqrt{x} - \frac{5}{3} \cdot x \cdot \sqrt{x} + C$

c) $\int \frac{\text{senx} - \cos x}{\text{senx} + \cos x} \cdot dx = \int \frac{-(\cos x - \text{senx})}{\text{senx} + \cos x} \cdot dx = -\int \frac{\cos x - \text{senx}}{\text{senx} + \cos x} \cdot dx = -\ln|(\text{senx} + \cos x)| + C$.

d) $\int \text{tgx} \cdot dx = \int \frac{\text{senx}}{\cos x} \cdot dx = -\int \frac{-\text{senx}}{\cos x} \cdot dx = -\ln|\cos x| + C$.

e) $\int \frac{x \cdot dx}{\cos^2 x^2} = \frac{1}{2}\int \frac{1}{\cos^2 x^2} \cdot 2x \cdot dx = \frac{1}{2} \text{tgx}^2 + C$.

f) $I=\int \frac{2x}{1+x^2}\cdot dx=\ln(1+x^2)+C.$

g) $\int 1+\frac{10x+4}{25x^2+20x}\cdot dx=\int 1\cdot dx+\int\frac{10x+4}{5(5x^2+4x)}\cdot dx=x+\frac{1}{5}\ln(5x^2+4x)+C.$

h) $\int\frac{8x^2}{(x^3+2)^3}\cdot dx=\frac{8}{3}\int(x^3+2)^{-3}\cdot 3x^2\cdot dx=\frac{8}{3}\cdot\frac{(x^3+2)^{-2}}{-2}=-\frac{4}{3}\cdot(x^3+2)^{-2}+C.$

i) $\int\frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}}\cdot dx=\frac{1}{3}\int(x^3+2)^{-1/4}\cdot 3x^2\cdot dx=\frac{1}{3}\cdot\frac{(x^3+2)^{3/4}}{3/4}=\frac{4}{9}\cdot(x^3+2)^{3/4}+C.$

j) $\int(x^3+2)^2\cdot 3x^2\cdot dx=\frac{1}{3}(x^3+2)^3+C.$

k) $\int(x^3+2)^{1/2}\cdot x^2\cdot dx=\frac{1}{3}\int(x^3+2)^{1/2}\cdot 3x^2\cdot dx=\frac{1}{3}\cdot\frac{(x^3+2)^{3/2}}{3/2}=\frac{2}{9}(x^3+2)^{3/2}+C.$

l) $\int 3x\cdot\sqrt{1-2x^2}\cdot dx=\frac{-3}{4}\int(1-2x^2)^{1/2}\cdot(-4x)\cdot dx=\frac{-3}{4}\cdot\frac{(1-2x^2)^{3/2}}{3/2}=\frac{-1}{2}(1-2x^2)^{3/2}+C.$

m) $\int(e^x+1)^3\cdot e^x\cdot dx=\frac{(e^x+1)^4}{4}+C$

n) $\int\left(x^2-x^{-\frac{1}{3}}+1\right)dx=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}+x+C$

ñ) $\int e^{4x}dx=\frac{e^{4x}}{4}+C.$

o) $\int\frac{x+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x^3}}x=\int\left(x^{\frac{1}{4}}+x^{-\frac{5}{12}}\right)dx=\frac{4}{5}\sqrt[4]{x^5}+\frac{12}{7}\sqrt[12]{x^7}+C.$

p) $\int\frac{dx}{3x+1}=\frac{\ln(3x+1)}{3}+C.$

q) $\int\frac{x^3}{x^4+3}dx=\frac{1}{4}\ln(x^4+3)+C.$

r) $\int(e^x+1)^3e^xdx=\frac{(e^x+1)^4}{4}+C.$

s) $\int\frac{5+8x}{x^2}dx=\int\left(\frac{5}{x^2}+\frac{8}{x}\right)dx=-\frac{5}{x}+8\ln x+C.$

t) $\int e^{-2x+3}dx=-\frac{e^{-2x+3}}{2}+C.$

u) $\int\frac{x}{(x^2+1)^2}dx=-\frac{1}{2(x^2+1)}+C.$

v) $\int(2x+1)(x^2+x-6)^5dx=\frac{(x^2+x-6)^6}{6}+C.$

w) $\int\frac{-3x^3}{1+x^4}dx=-\frac{3}{4}\ln(1+x^4)+C.$

x) $\int(x^2+4x)(x^2-1)dx=\int(x^4+4x^3-x^2-4x)dx=\frac{1}{5}x^5+x^4-\frac{1}{3}x^3-2x^2+C.$

y) $\int(1+2x)^{\frac{1}{5}}dx=\frac{1}{2}\frac{5}{6}(1+2x)^{\frac{6}{5}}+k=\frac{5\sqrt[5]{(1+2x)^6}}{12}+C.$

z) $\int \frac{3+4x}{\sqrt[5]{x}}dx = \int \left(3x^{-1/5} + 4x^{4/5}\right)dx = \frac{15}{4}\sqrt[5]{x^4} + 5\sqrt[5]{x^9} + C.$

1) $\int 7\text{sen}3x\cos 3x dx = \frac{7}{3}\text{sen}^2 3x + k = -\frac{7}{3}\cos^2 3x + C.$

2) $\int x\,\text{sen}x^2 dx = -\frac{\cos x^2}{2} + C.$

3) $\int x^5 e^{-3x^6} dx = -\frac{e^{-3x^6}}{18} + C.$

4) $\int \frac{3x^4 + x + 4}{\sqrt{x}}dx = \int \left(3x^{7/2} + x^{1/2} + 4x^{-1/2}\right)dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^9} + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 8\sqrt{x} + C.$

5) $\int \frac{5\ln x}{x}dx = 5\int \frac{1}{x}\text{Ln}x dx = 5\frac{\ln^2 x}{2} + C = \frac{5\ln^2 x}{2} + C$

6) $\int \frac{10x-5}{x^2-x-2}dx = 5\int \frac{2x-1}{x^2-x-2}dx = 5\ln\left|x^2 - x - 2\right| + C.$

7) $\int \frac{\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x^2}}{x}dx = \int \left(x^{-1/2} + 2x^{-1/3}\right)dx = 2\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2} + C.$

8) $\int 7xe^{3x^2+4}dx = \frac{7}{6}e^{3x^2+4} + C.$

9) $\int \frac{3}{(1+4x)^5}dx = -\frac{3}{16(1+4x)^4} + C.$

10) $\int \frac{7\text{sen}x\cos x}{1+5\text{sen}^2 x}dx = \frac{7}{10}\ln\left(1+5\text{sen}^2 x\right) + C.$

11) $\int \frac{7x+4}{\sqrt{5x}}dx = \int \left(\frac{7}{\sqrt{5}}x^{1/2} + \frac{4}{\sqrt{5}}x^{-1/2}\right)dx = \frac{14}{3\sqrt{5}}\sqrt{x^3} + \frac{8}{\sqrt{5}}\sqrt{x} + C.$

12) $\int \frac{4\cos 3x}{9+\text{sen}3x}dx = \frac{4}{3}\ln\left|9+\text{sen}3x\right| + C.$

CÁLCULO DE INTEGRALES DEFINIDAS

EJERCICIO 2 : **Calcula las siguientes integrales:**

a) $\int_{-2}^{3}(3x^2 - x)dx$ **b)** $\int_0^1 \frac{2}{x+3}dx$ **c)** $\int_{-1}^{0} e^{3x+3}dx$

Solución:

a) $\int_{-2}^{3}(3x^2 - x)dx = 3\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\Big]_{-2}^{3} = x^3 - \frac{x^2}{2}\Big]_{-2}^{3} = \left[27 - \frac{9}{2}\right] - [-8-2] = 27 - \frac{9}{2} + 10 = 37 - \frac{9}{2} = \frac{65}{2}$

b) $\int_0^1 \frac{2}{x+3}dx = 2\int_0^1 \frac{1}{x+3}dx = 2\text{Ln}|x+3|\Big]_0^1 = 2\text{Ln}4 - 2\text{Ln}3 = \text{Ln}\frac{16}{9}$

c) $\int_{-1}^{0} e^{3x+3}dx = \frac{1}{3}\int_{-1}^{0} 3e^{3x+3}dx = \frac{1}{3}e^{3x+3}\Big]_{-1}^{0} = \frac{1}{3}e^3 - \frac{1}{3}e^0 = \frac{1}{3}e^3 - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}(e^3 - 1)$

EJERCICIO 3 : **Dada la función f(x) =** $\begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \le 0 \\ x - 1 & \text{si } 0 < x \le 1 \\ 2x - 2 & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$ **Calcula:**

a) $\int_0^1 f(x)dx$ **b)** $\int_1^3 f(x)dx$ **c)** $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

Solución:

a) $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (x-1)dx = \left. \frac{x^2}{2} - x \right]_0^1 = \left[\frac{1}{2} - 1\right] - [0] = -\frac{1}{2}$

b) $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^3 (2x-2)dx = \left. 2\frac{x^2}{2} - 2x \right]_1^3 = \left. x^2 - 2x \right]_1^3 = [9-6] - [1-2] = 3+1 = 4$

c) $\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 (x^2-1)dx + \int_0^1 (x-1)dx = \left. \frac{x^3}{3} - x \right]_{-1}^0 + \left. \frac{x^2}{2} - x \right]_0^1 = [0-0] - \left[-\frac{1}{3} + 1\right] + \left[\frac{1}{2} - 1\right] - [0-0] =$

$-\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{7}{6}$

CÁLCULO DE ÁREAS

EJERCICIO 4 :

Calcula el área del recinto limitado por la curva $y = -x^2 + x - 2$ y el eje X en el intervalo [0, 2].

Solución:

- Puntos de corte con el eje $x: -x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{-2} \rightarrow$ No corta al eje X.
- Solo hay un recinto: [0, 2]
- $G(x) = \int (-x^2 + x - 2) = \frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x$
- $G(0) = 0$; $G(2) = \frac{-14}{3}$
- Área $= |G(2) - G(0)| = \frac{14}{3} u^2$

EJERCICIO 5 : Calcula el área del recinto limitado entre las curvas $y = x^3 - x$ e $y = 2 - 2x^2$.

Solución:

- $x^3 - x - (2 - 2x^2) = x^3 - x - 2 + 2x^2 = x^3 + 2x^2 - x - 2$
- $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = -2,\ x_2 = -1,\ x_3 = 1$
- Hay dos recintos: I [–2, –1]; II [–1, 1]
- $G(x) = \int (x^3 + 2x^2 - x - 2) = \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x$
- $G(-2) = \frac{2}{3}$; $G(-1) = \frac{13}{12}$; $G(1) = \frac{-19}{12}$
- Área del recinto $I = |G(-1) - G(-2)| = \frac{5}{12}$

  Área del recinto $II = |G(1) - G(-1)| = \frac{8}{3}$
- Área total $= \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = \frac{37}{12} u^2$

EJERCICIO 6 : Halla el área comprendida entre las curvas $y = 3x^3$ e $y = 2x^3 + 9x$.

Solución:

- $3x^3 - (2x^3 + 9x) = 3x^3 - 2x^3 - 9x = x^3 - 9x$
- $x^3 - 9x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow x_1 = -3;\ x_2 = 0;\ x_3 = 3$
- Hay dos recintos: I [–3, 0]; II [0, 3]
- $G(x) = \int (x^3 - 9x) = \frac{x^4}{4} - \frac{9x^2}{2}$

- $G(-3)=\frac{-81}{4}$; $G(0)=0$; $G(3)=\frac{-81}{4}$
- Área del recinto $\text{I}=\left|G(0)-G(-3)\right|=\frac{81}{4}$

  Área del recinto $\text{II}=\left|G(3)-G(0)\right|=\frac{81}{4}$
- Área total $=\frac{81}{4}+\frac{81}{4}=\frac{81}{2}\ u^2$

EJERCICIO 7 : Calcula el área comprendida entre la curva $y=x^2+4x+3$ y el eje X en el intervalo [–2, 0].

Solución:

- Puntos de corte en el eje *X*: $x^2+4x+3=0 \rightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{-4\pm 2}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1=-3 \\ x_2=-1 \end{cases}$

Solo nos sirve $x=-1$, pues $x=-3$ no pertenece al intervalo $[-2, 0]$
- Hay dos recintos: I [–2, –1] ; II [–1, 0]
- $G(x)=\int (x^2+4x+3)=\frac{x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}+3x=\frac{x^3}{3}+2x^2+3x$
- $G(-2)=\frac{-2}{3}$; $G(-1)=\frac{-4}{3}$; $G(0)=0$
- Área del recinto $\text{I}=\left|G(-1)-G(-2)\right|=\frac{2}{3}$

  Área del recinto $\text{II}=\left|G(0)-G(-1)\right|=\frac{4}{3}$
- Área total $=\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\frac{6}{3}=2\ u^2$

EJERCICIO 8 : Halla el área del recinto limitado por la curva $y=x^3-x^2-12x$ y el eje X.

Solución:

- Puntos de corte con el eje *X*: $x^3-x^2-12x=0 \rightarrow x(x^2-x-12)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{2}=\frac{1\pm 7}{2} \rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$

  $x_1=-3,\quad x_2=0,\quad x_3=4$
- Hay dos recintos: I [–3, 0]; II [0, 4]
- $G(x)=\int (x^3-x^2-12x)=\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-\frac{12x^2}{2}=\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-6x^2$
- $G(-3)=\frac{-99}{4}$; $G(0)=0$; $G(4)=\frac{-160}{3}$
- Área del recinto $\text{I}=\left|G(0)-G(-3)\right|=\frac{99}{4}$

  Área del recinto $\text{II}=\left|G(4)-G(0)\right|=\frac{160}{3}$
- Área total $=\frac{99}{4}+\frac{160}{3}=\frac{937}{12}u^2$

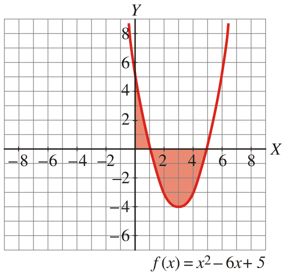
EJERCICIO 9 :

a) Dibuja la gráfica de la función: $f(x) = x^2 - 6x + 5$

b) Halla el área limitada por la función y el eje *X* en el intervalo [0, 5].

Solución:

a) Es una parábola:



b)

- Puntos de corte con el eje *X*: $x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36-20}}{2} = \dfrac{6 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 5 \end{cases}$
- Hay dos recintos: I [0, 1]; II [1, 5]
- $G(x) = \int (x^2 - 6x + 5) = \dfrac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x$
- $G(0) = 0; \quad G(1) = \dfrac{7}{3}; \quad G(5) = \dfrac{-25}{3}$
- Área del recinto $\text{I} = |G(1) - G(0)| = \dfrac{7}{3}$
- Área del recinto $\text{II} = |G(5) - G(1)| = \dfrac{32}{3}$
- Área total $= \dfrac{7}{3} + \dfrac{32}{3} = \dfrac{39}{3} = 13\ \text{u}^2$

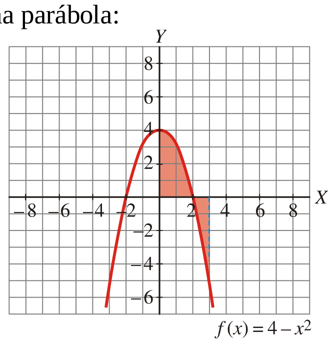
EJERCICIO 10 :

a) Dibujala gráficadela función $f(x) = 4 - x^2$.

b) Obtén el área del recinto limitado por la función y el eje *X* en el intervalo [0, 3].

Solución:

a) Es una parábola:



b)

- Puntos de corte con el eje *X*: $4 - x^2 = 0 \rightarrow x_1 = -2,\ x_2 = 2$ (solo nos sirve $x = 2$).
- Hay dos recintos: I [0, 2] ; II [2, 3]
- $G(x) = \int (4 - x^2) = 4x - \dfrac{x^3}{3}$
- $G(0) = 0; \quad G(2) = \dfrac{16}{3}; \quad G(3) = 3$
- Área del recinto $\text{I} = |G(2) - G(0)| = \dfrac{16}{3}$

  Área del recinto $\text{II} = |G(3) - G(2)| = \dfrac{7}{3}$
- Área total $= \dfrac{16}{3} + \dfrac{7}{3} = \dfrac{23}{3}\ \text{u}^2$

EJERCICIO 11 :

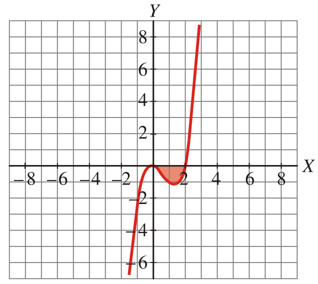
a) Representa gráficamente : $f(x) = x^3 - 2x^2$.

b) Calcula el área comprendida entre la función $f(x)$ y el eje X.

Solución:

a)

- $f(x) = x^2(x-2)$
- Corta al eje X en $(0, 0)$ y en $(2, 0)$.
- $f'(x) = 3x^2 - 4x = x(3x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{Punto } (0, 0) \\ x = \frac{4}{3} \rightarrow \text{Punto } \left(\frac{4}{3}, \frac{-32}{27}\right) \end{cases}$
- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$



$f(x) = x^3 - 2x^2$

b)

- Puntos de corte con el eje X: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$
- Hay un recinto: $[0, 2]$
- $G(x) = \int (x^3 - 2x^2) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3}$
- $G(0) = 0$; $G(2) = \frac{-4}{3}$
- $\text{Área} = |G(2) - G(0)| = \frac{4}{3}\,u^2$

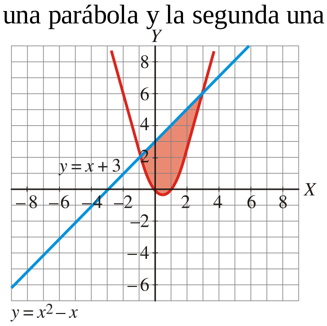
EJERCICIO 12 :

a) Representa gráficamente las funciones: $y = x^2 - x$ e $y = x + 3$

b) Halla el área del recinto limitado entre las dos curvas.

Solución:

a) La primera es una parábola y la segunda una recta:



b)

- Vemos en la gráfica que se cortan en $(-1, 2)$ y en $(3, 6)$. Comprobémoslo:

$$x^2 - x - (x+3) = x^2 - x - x - 3 = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

- Solo hay un recinto: $[-1, 3]$
- $G(x) = \int (x^2 - 2x - 3) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x$
- $G(-1) = \frac{5}{3}$; $G(3) = -9$
- $\text{Área} = |G(3) - G(-1)| = \frac{32}{3}\,u^2$

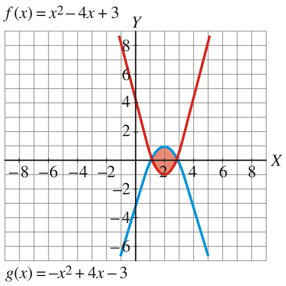
EJERCICIO 13 :

a) Representa gráficamente el recinto limitado entre las curvas $f(x) = x^2 - 4x + 3$ y $g(x) = -x^2 + 4x - 3$.

b) Halla el área de dicho recinto.

Solución:

a) Son dos parábolas. Observamos que: $g(x) = -f(x)$



b)

- Vemos en la gráfica que las dos parábolas se cortan en (1, 0) y en (3, 0). Lo comprobamos:

$x^2 - 4x + 3 - (-x^2 + 4x - 3) = x^2 - 4x + 3 + x^2 - 4x + 3 = 2x^2 - 8x + 6$

$$2x^2 - 8x + 6 = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

- Sólo hay un recinto: [1, 3]
- $G(x) = \int (2x^2 - 8x + 6) = \frac{2x^3}{3} - 4x^2 + 6x$
- $G(1) = \frac{8}{3}; \quad G(3) = 0$
- $\text{Área} = |G(3) - G(1)| = \frac{8}{3} u^2$