TEMA 7 – APLICACIONES DE LA DERIVADA

RECTA TANGENTE

EJERCICIO 1 : Escribe la ecuación de la recta tangente a la curva $y=\sqrt{x^2+5}$ en $x_0=2$.

EJERCICIO 2 : Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y=\sqrt{x^2+3x+6}$ en el punto de abscisa $x_0 = 2$.

EJERCICIO 3 : Escribe las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $f(x) = 4x^3 – 2x + 1$ que son paralelas a la recta $y = 10x + 2$.

EJERCICIO 4 : Obtén la ecuación de la recta tangente a la curva $y=\frac{x-2}{x+1}$ en el punto de corte con el eje de abscisas.

EJERCICIO 5 : Dada la función $f(x)=e^{3x^2-3}$, escribe la ecuación de su recta tangente en el punto de abscisa $a=-1$.

EJERCICIO 6 : Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = 2x^2 – 3x + 1$, que es paralela a la recta $2x+3y-1=0$.

EJERCICIO 7 : Halla en qué punto (o puntos) la recta tangente a la curva $y = x^3 – 3x + 1$ es paralela al eje de abscisas, y encuentra la ecuación de esa (o esas) recta (rectas).

ESTUDIO DE FUNCIONES

EJERCICIO 8 : Halla los intervalos de crecimiento y los máximos y mínimos de las funciones:

a) $f(x)=\frac{x^2-2x+2}{2x-2}$ b) $f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$ c) $f(x)=\frac{4x-12}{(x-2)^2}$

EJERCICIO 9 : Halla los máximos, mínimos y puntos de inflexión de las funciones:

a) $f(x) = (x-2)^2 (x + 1)$ b) $f(x)=\frac{x^4}{12}-\frac{x^3}{9}-x^2+1$

Di dónde es creciente, decreciente, cóncava y convexa.

EJERCICIO 10 : Considera la función: $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x + 1$

a) Estudia su crecimiento y halla sus máximos y mínimos.

b) Estudia su curvatura y obtén sus puntos de inflexión.

PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

EJERCICIO 11 : La producción de cierta hortaliza en un invernadero ($Q(x)$ en kg) depende de la temperatura (x en °C) según la expresión: $Q(x) = (x + 1)^2 (32 – x)$

a) Calcula razonadamente cuál es la temperatura óptima a mantener en el invernadero.

b) ¿Qué producción de hortaliza se obtendría?

EJERCICIO 12 : Un agricultor estima que si vende el kilogramo de cebollas a x céntimos de euro, entonces su beneficio por kilogramo sería igual a $b(x) = 100x – x^2 – 2\,475$.

a) ¿Qué niveles de precios suponen beneficios para el agricultor?

b) ¿Cuál es el precio que maximiza el beneficio del agricultor?

c) Si dispone de 50 000 kg de cebollas, ¿cuál es el beneficio total máximo?

EJERCICIO 13 : Un heladero ha comprobado que, a un precio de 50 céntimos de euro la unidad, vende una media de 200 helados diarios. Por cada céntimo que aumenta el precio, vende dos helados menos al día. Si el coste por unidad es de 40 céntimos, ¿a qué precio de venta es máximo el beneficio diario que obtiene el heladero? ¿Cual será ese beneficio?

EJERCICIO 14 : La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 1 dm. Hacemos girar el triángulo alrededor de uno de sus catetos. Determina la longitud de los catetos de forma que el cono engendrado de esta forma tenga volumen máximo.

EJERCICIO 15 : Una huerta tiene actualmente 24 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que, por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima? ¿Cuál será esa producción?

EJERCICIO 16 : Un depósito abierto de latón con base cuadrada y capacidad para 4 000 litros, ¿qué dimensiones debe tener para que su fabricación sea lo más económica posible?

CÁLCULO DE PARÁMETROS

EJERCICIO 17 : Hallar un polinomio de segundo grado ($P(x) = ax^2 + bx + c$ que pase por el origen de coordenadas y por el punto (5,10), y que tenga un mínimo en $x = -\frac{1}{2}$

EJERCICIO 18 : La ecuación de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$ es $3x - 2y + 6 = 0$. Calcula $f(1)$ y $f'(1)$.

EJERCICIO 19 : Dada la función $f(x) = x^2 + ax + b$. Hallar los valores de a y b, sabiendo que la recta $y = 5x - 14$ es tangente a la gráfica de f en A(4,6)

EJERCICIO 20 : La gráfica de la función $f(x) = ax + b/x$ tiene tangente horizontal en A(2,4). Halla los valores de a y b.

EJERCICIO 21 : Dada la función: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, calcula los valores de a, b y c para que la función tenga un mínimo en $x = 1$ y un punto de inflexión en el origen de coordenadas.