

## TEMA 6 – DERIVADAS. TÉCNICAS DE DERIVACIÓN

### Derivadas aplicando la definición

**EJERCICIO 1** Calcular, aplicando la definición, las derivadas de las funciones que se citan a continuación en los puntos indicados:

a) $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$	en $x = -1$	b) $f(x) = \frac{x}{2-x}$	en $x = 1$
c) $f(x) = x^2 + x$	en $x = 0$	d) $f(x) = x^2 - 3x$	en $x = 1$
e) $f(x) = x^3 - x^2 + x$	en $x = 0$	f) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2}$	en $x = 3$
g) $f(x) = 2x^2 - x + 2$	en $x = 1$		

**EJERCICIO 2 :**

- a) Calcular la derivada de la función  $f(x) = x^3 - 3$  en el punto  $x = -1$   
 b) Ecuación de la recta tangente a esa función en el punto  $x = -1$

**EJERCICIO 3 :**

- a) Calcular la derivada de la función  $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$  aplicando la definición de derivada.  
 b) ¿ Cuándo vale  $f'(1)$  ?

**EJERCICIO 4 :** Sea  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ .

- a) Obtener su derivada en  $x = 2$  utilizando la definición de derivada de una función en un punto.  
 b) Calcular su derivada directamente (sin utilizar la definición) y comprueba que se obtiene el mismo resultado que en el apartado a).

**EJERCICIO 5 :**

- a) Calcular la derivada de la función  $f(x) = x^2 + 3x$  aplicando la definición de derivada.  
 b) ¿ Cuándo vale  $f'(1)$  ?

**EJERCICIO 6** Calcular la función derivada, aplicando la definición, de :

a) $f(x) = x^2 - 2$	b) $f(x) = x^3 - 3x$	c) $f(x) = \frac{1}{2x+1}$	d) $f(x) = 9 - x^2$	e) $f(x) = \frac{2x}{x-2}$
---------------------	----------------------	----------------------------	---------------------	----------------------------

### Cálculo de derivadas

**EJERCICIO 7** Calcular las siguientes derivadas:

1) $y = 5$	14) $y = 2 \cdot \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right)$	25) $y = \frac{2}{x^3 + 2}$
2) $y = x$	15) $y = \frac{1}{x^5} - \frac{1}{x^3}$	26) $y = \frac{x^3 - 3}{\frac{5}{2}}$
3) $y = 3x$	16) $y = \frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{x}$	27) $y = \frac{1}{3x^2 + 1}$
4) $y = x^5$	17) $y = (x^2 - 1) \cdot (x^3 + 3x)$	28) $y = \frac{1}{1 - 3x^3}$
5) $y = 3 \cdot x^6$	18) $y = (x^2 - 1) \cdot (x^3 + 3x)$	29) $y = \frac{x^2 - 2}{x^3 + 3x^2}$
6) $y = \frac{3}{5} \cdot x^{10}$	19) $y = \frac{x^2 - 1}{x + 4}$	30) $y = \frac{x^3}{x - 3}$
7) $y = \frac{3x^2}{4}$	20) $y = \frac{1}{x}$	31) $y = (3x^3 - 2x + 7)^7$
8) $y = 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 7$	21) $y = \frac{x^2 - x + 3}{5}$	32) $y = 3 \cdot (x^2 - x + 1)^3$
9) $y = \frac{1}{x^4}$	22) $y = x^2 \cdot \frac{1}{x^3} + \frac{3x}{1+x} + \frac{4-x}{x}$	33) $y = (2x^4 - 4x^2 - 3)^5$
10) $y = 5 \cdot \left( \frac{1}{x^3} + x^{-2} \right)$	23) $y = (x^3 + 1) \cdot (x + 2)$	34) $y = (2x^3 + x)^4$
11) $y = 6x^3 + 5x^2 - 1$	24) $y = (x^3 + 2) \cdot x^{-2}$	35) $y = 5 \cdot (x^3 - 3x)^4$
12) $y = \frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 - 8x$		
13) $y = \frac{1}{x^2} + x^{-3} + 2 \cdot x^{-1}$		

$$36) y = \frac{(x^4 - 5x)^2}{(x^3 - 3x)^5}$$

$$37) y = \frac{(x^3 - 2x)^3 \cdot (2x^4 - x^2)^2}{(x^3 - 2x)^3}$$

$$38) y = \frac{(2x^4 - x^2)^2}{(2x^4 - x^2)^2}$$

$$39) y = \sqrt[3]{x}$$

$$40) y = \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$41) y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

$$42) y = \sqrt{\frac{x+2}{3}}$$

$$43) y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$$

$$44) y = \sqrt[5]{x^3 - 7x}$$

$$45) y = \sqrt{\frac{x+3}{x-1}}$$

$$46) y = 5x^3 + \sqrt[3]{x} + 1$$

$$47) y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$$

$$48) y = (x - \sqrt{1-x^2})^2$$

$$49) y = \frac{x^3}{\sqrt{x}}$$

$$50) y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$51) y = 5 \cdot (x^3 - 2x^2 + x)^4$$

$$52) y = \frac{4-6x}{(2x^4 - 3)^6}$$

$$53) y = e^{\sqrt{x}}$$

$$54) y = \frac{1}{e^{2x}}$$

$$55) y = x^2 \cdot e^{3x}$$

$$56) y = \frac{x}{e^x}$$

$$57) y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$58) y = \frac{x^2 - x}{e^x}$$

$$59) y = \log_3 x$$

$$60) y = \log_2 x^3$$

$$61) y = \log x$$

$$62) y = \text{Ln}(x^2 - 1)$$

$$63) y = \log_2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x + 1}$$

$$64) y = \text{Ln} \frac{e^{3x}}{\sqrt{x}}$$

$$65) y = \log \sqrt{\frac{x}{1-x^2}}$$

$$66) y = \frac{\text{Lnx}}{x^5}$$

$$67) y = \text{Ln}[x^3 \cdot (x + 2)]$$

$$68) y = \text{Ln} \sqrt[3]{1+x^2}$$

$$69) y = \text{Ln} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

$$70) y = \text{Ln} \frac{x^2 + 3}{2x - 1}$$

$$71) y = (\log x + 1) \cdot \sqrt{x^2 + 1}$$

$$72) y = \text{tag} 2x$$

$$73) y = \text{sen} 2x$$

$$74) y = \text{sen} x^2$$

$$75) y = \text{sen}^2 x$$

$$76) y = \text{sen}^2 2x$$

$$77) y = \text{sen}^2 x^2$$

$$78) y = \text{sen}^5 2x^3$$

$$79) y = 5 \cdot \text{sen}^3 2x^4$$

$$80) y = e^{\cos x}$$

$$81) y = \text{sen}^2 x + \cos^2 x$$

$$82) y = \sqrt{\frac{1 + \text{sen} x}{1 - \text{sen} x}}$$

$$83) y = \text{tag}(x + 3)^2$$

$$84) y = \text{tag}^2(x + 3)$$

$$85) y = \text{Ln} \left( \cos \frac{x^2}{2} \right)$$

$$86) y = \text{tag}(1 - 2x)$$

$$87) y = \text{tag} \left( x + \frac{1}{x} \right)$$

$$88) y = \frac{\cos \text{ec} x}{\sec x}$$

$$89) y = \text{sen} \sqrt{x}$$

$$90) y = \text{sen}(x + e^x)$$

$$91) y = \text{Ln} \left[ \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} \right]$$

$$92) y = (\log x + 1) \cdot \sqrt{x^2 + 1}$$

$$93) y = \cos x \cdot (1 - \cos x)$$

$$94) y = \frac{\text{sen} x + \cos x}{\text{sen} x - \cos x}$$

$$95) y = \text{Ln}(x^2 \cdot \text{sen} 2x)$$

$$96) y = \frac{x \cdot \text{sen}^2 x}{e^x - 1}$$

$$97) y = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

$$98) y = \frac{-\cos 2x}{2}$$

$$99) y = \text{Ln}(\text{tag} 2x)$$

$$100) y = \text{Ln}(\text{sen} x)$$

$$101) y = \text{sen}^3(x+1)$$

$$102) y = \sec^2 x$$

$$103) y = \sqrt{x} \text{sen} \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}$$

$$104) y = \text{sen}[\cos(\text{tag} x)]$$

$$105) y = \text{Ln} \sqrt{\frac{\cos x}{\text{sen} x}}$$

$$106) y = \text{Ln} \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$$

$$107) y = \text{Ln}(\text{tag}^2 \sqrt{x})$$

$$108) y = \text{Ln} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

$$109) y = \text{Ln} \frac{(x-1)^2}{2x-3}$$

$$110) y = \text{Ln}(\text{sen}^2 x)$$

$$111) y = \text{Ln}(\text{sen}^2 x \cdot \cos^3 x)$$

$$112) y = \text{sen}^2 x - \cos^2 x$$

$$113) y = \text{sen}(x+1)^3$$

$$114) y = \text{Ln} \sqrt{\frac{1 + \text{tg}(x/2)}{1 - \text{tg}(x/2)}}$$

$$115) y = \frac{1 + \text{tg} x}{1 - \text{tg} x}$$

$$116) y = \text{Ln} \sqrt{\frac{1 + \text{sen} 2x}{1 - \text{sen} 2x}}$$

$$117) y = \text{Ln} [(x+1)/(x-1)]^2$$

$$118) y = \text{Ln} \left[ \sqrt{\frac{x^3 + 1}{x^3 - 1}} \right]$$

$$119) y = \text{Ln} \left( \frac{2x-1}{3x-1} \right)^3$$

$$120) y = \sqrt{\frac{\text{Lnx}}{\text{sen} x}}$$

## Continuidad y derivabilidad

### EJERCICIO 8 :

a) Estudiar la continuidad de la siguiente función, indicando los tipos de discontinuidad que presenta en los puntos donde no sea continua.

$$f(x) = \begin{cases} 1/x & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 2 & \text{si } 3 < x < 5 \\ x-3 & \text{si } 5 \leq x \end{cases}$$

b) Estudiar su derivabilidad

c) Representarla gráficamente.

### EJERCICIO 9 :

a) Determinar los valores de a y b y el valor de f(0) para que la función f(x), que se define a continuación, pueda ser continua:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a} & \text{si } x < 0 \\ be^x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \frac{x^2 - x}{x-1} & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

b) ¿ Es derivable en  $x = 1$  ?

### EJERCICIO 10 :

a) Estudiar la continuidad de la siguiente función, indicando los tipos de discontinuidad que presenta en los puntos donde no sea continua.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+2} & \text{si } -3 \leq x < 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x < \pi/6 \\ 1 - \text{sen } x & \text{si } \pi/6 \leq x < \pi/2 \\ \frac{x - \frac{\pi}{2}}{e^x - 1} & \text{si } \pi/2 \leq x < 3 \end{cases}$$

b) Estudiar su derivabilidad

**EJERCICIO 11 :** Hallar “a” y “b” de modo que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot (x-1)^2 & \text{si } x \leq 0 \\ \text{sen}(b+x) & \text{si } 0 < x < \pi \\ \frac{\pi}{x} & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

**EJERCICIO 12 :** Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x+2 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ -x^2 + 7x - 7 & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$

y calcular una expresión de su derivada en los puntos donde sea derivable.