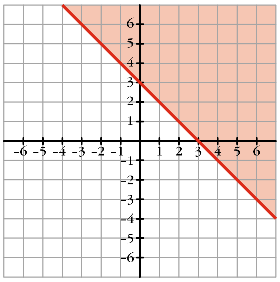
TEMA 4 – PROGRAMACIÓN LINEAL

INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

EJERCICIO 1 :
a) Halla la inecuación que corresponde al siguiente semiplano:

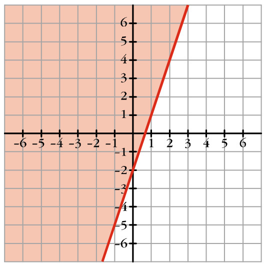


b) Representa gráficamente las soluciones de la inecuación: $\quad 3x - y \leq 2$

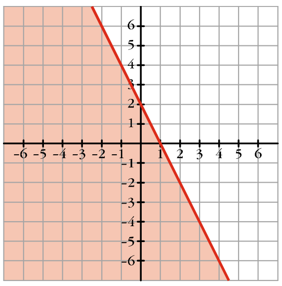
Solución:
a) Escribimos la ecuación de la recta, localizando dos puntos. Por ejemplo (0, 3) y (3, 0).

La pendiente será: $m = \dfrac{0-3}{3-0} = -1$

La ecuación de la recta es: $y - 3 = -1.(x - 0) \rightarrow y + x = 3$
Como (0, 0) no es solución de la inecuación, deducimos que ha de ser: $y + x \geq 3$
b) Representamos la recta $3x - y = 2 \rightarrow y = 3x - 2$. Pasa por los puntos (0, –2) y (1, 1).
Para ver cuál de los dos semiplanos corresponde a las soluciones de la inecuación, sustituimos, por ejemplo, (0, 0):
$3 \cdot 0 - 0 = 0 \leq 2 \rightarrow$ (0, 0) sí es solución.
Por tanto, las soluciones son todos los puntos del siguiente semiplano:



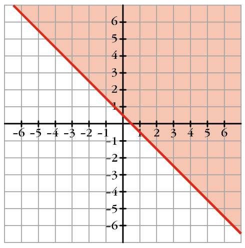
EJERCICIO 2 :
a) Representa las soluciones de la inecuación: $2x + 2y \leq 1$
b) Identifica la inecuación que corresponde al siguiente semiplano:



Solución:

a) Representamos la recta $2x + 2y = 1 \rightarrow y = \dfrac{1-2x}{2}$. Pasa por los puntos $\left(0, \dfrac{1}{2}\right)$ y $\left(1, \dfrac{-1}{2}\right)$.

Para ver cuál de los dos semiplanos corresponde a las soluciones de la inecuación, sustituimos, por ejemplo, (0, 0):
$2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0 \leq 1 \rightarrow$ (0, 0) no es solución.
Por tanto, las soluciones son todos los puntos del siguiente semiplano:



b) Escribimos la ecuación de la recta, localizando dos puntos de ella. Por ejemplo (0, 2) y (1, 0).

La pendiente será: $m = \dfrac{0-2}{1-0} = -2$

La ecuación de la recta es: $y - 2 = -2(x - 0) \rightarrow y + 2x = 2$

Como (0, 0) es solución de la inecuación, deducimos que ha de ser: $y + 2x \le 2$

SISTEMAS DE INECUACIONES CON UNA INCÓGNITA

<u>EJERCICIO 3</u> :

a) Representa gráficamente el conjunto de soluciones del siguiente sistema de inecuaciones: $\begin{cases} 6x - y \le 1 \\ x + y \ge -1 \\ y \le 2 \end{cases}$

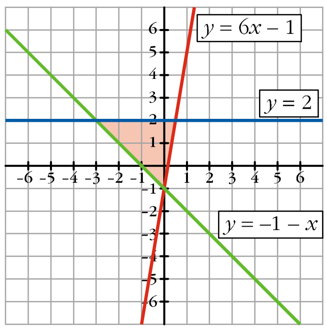
b) Di si los puntos (0, 1), (0, 0) y (0, 3) son soluciones del sistema anterior.

Solución:

a) Representamos las rectas $\begin{cases} 6x - y = 1 & \rightarrow & y = 6x - 1 \\ x + y = -1 & \rightarrow & y = -1 - x \\ y = 2 \end{cases}$

Tomamos un punto cualquiera; por ejemplo el (0, 0), para comprobar cuáles son los puntos que cumplen las desigualdades propuestas.

El recinto buscado es:



b) A la vista de la gráfica anterior, tenemos que (0, 1) sí es solución del sistema, (0, 0) también lo es, pero (0, 3) no.

<u>EJERCICIO 4</u> :

a) Representa el recinto que cumple estas restricciones: $\begin{cases} x + 3y \le 9 \\ 2x + y \le 8 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$

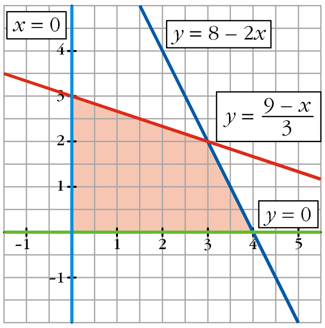
b) Da tres puntos que sean solución del sistema anterior.

Solución:

a) Representamos las rectas $\begin{cases} x + 3y = 9 & \rightarrow & y = \dfrac{9-x}{3} \\ 2x + y = 8 & \rightarrow & y = 8 - 2x \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

Tomamos un punto cualquiera, por ejemplo el (0, 0), para comprobar cuáles son los puntos que cumplen las desigualdades propuestas.

El recinto buscado es:



b) Por ejemplo: (1, 1), (2, 2) y (2, 0).

<u>EJERCICIO 5</u> :

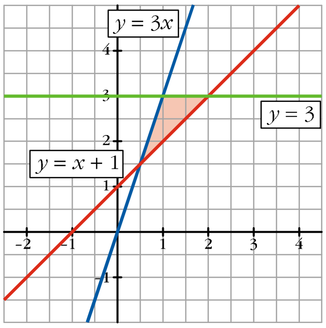
a) Dibuja el recinto formado por los puntos que cumplen las siguientes condiciones: $\begin{cases} \boldsymbol{y \le 3} \\ \boldsymbol{y - x \ge 1} \\ \boldsymbol{y - 3x \le 0} \end{cases}$

b) Indica si los puntos (0, 0), (2, 1) y (1, 2) forman parte de las soluciones del sistema anterior.

Solución:

a) Representamos las rectas $\begin{cases} y = 3 \\ y - x = 1 \quad \rightarrow \quad y = x + 1 \\ y - 3x = 0 \quad \rightarrow \quad y = 3x \end{cases}$

Tomamos un punto cualquiera; por ejemplo el (1, 0), para comprobar cuáles son los puntos que cumplen las desigualdades propuestas.
El recinto buscado es:



b) A la vista de la gráfica anterior, tenemos que (0, 0) y (2, 1) no son soluciones del sistema, pero (1, 2) sí lo es.

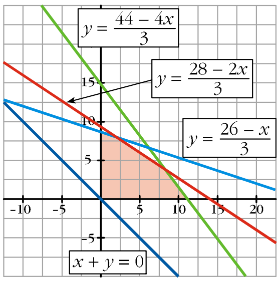
EJERCICIOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

<u>EJERCICIO 6</u> : Maximiza la función *z = x + y*, sujeta a las siguientes restricciones: $\begin{cases} \boldsymbol{x + 3y \le 26} \\ \boldsymbol{4x + 3y \le 44} \\ \boldsymbol{2x + 3y \le 28} \\ \boldsymbol{x \ge 0} \\ \boldsymbol{y \ge 0} \end{cases}$

Solución:

• Representamos las rectas $\begin{cases} x + 3y = 26 \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{26 - x}{3} \\ 4x + 3y = 44 \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{44 - 4x}{3} \\ 2x + 3y = 28 \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{28 - 2x}{3} \end{cases}$

y hallamos la región que cumple las condiciones del problema, teniendo en cuenta que $x \ge 0$ e $y \ge 0$.



- Como es una región acotada existe máximo y se alcanza en uno de sus vértices

A(0,0) z = f(A) = 0 + 0 = 0
B(11,0) z = f(B) = 11 + 0 = 11
C(8,4) z = f(C) = 8 + 4 = 12
D(2,8) z = f(D) = 2 + 8 = 10
E(0.26/3) z = f(E) = 0 + 26/3

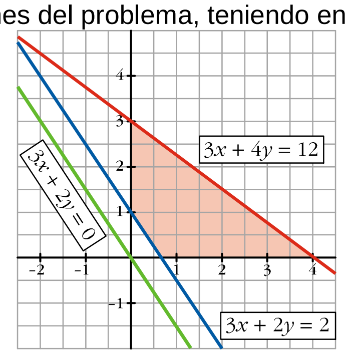
- El máximo valor de z es 12 y se alcanza en el punto C(8,4)

<u>EJERCICIO 7</u> : Halla el mínimo de la función $z = 3x + 2y$ con las siguientes restricciones: $\begin{cases} \mathbf{3x + 4y \leq 12} \\ \mathbf{3x + 2y \geq 2} \\ \mathbf{x \geq 0} \\ \mathbf{y \geq 0} \end{cases}$

Solución:

- Representamos las rectas $\begin{cases} 3x + 4y = 12 & \rightarrow \quad y = \dfrac{12 - 3x}{4} \\ 3x + 2y = 2 & \rightarrow \quad y = \dfrac{2 - 3x}{2} \end{cases}$

y hallamos la región que cumple las condiciones del problema, teniendo en cuenta que $x \geq 0$ e $y \geq 0$.



- Como es una región acotada existe mínimo y lo alcanza en uno de sus vértices:

A(2/3,0) z = f(A) = 3.(2/3) + 2.0 = 2
B(4,0) z = f(B) = 3.4 + 2.0 = 12
C(0,3) z = f(C) = 3.0 + 2.3 = 6
D(0,1) z = f(D) = 3.0 + 2.1 = 2

- El mínimo se alcanza en todos los puntos del segmento que une $(0,\,1)$ y $\left(\dfrac{2}{3},\,0\right)$. y este mínimo vale 2.

<u>EJERCICIO 8</u> :

a) Dibuja el recinto definido por: $\begin{cases} \mathbf{-2x + y \leq 3} \\ \mathbf{2x - y \leq 2} \\ \mathbf{x + 2y \leq 4} \end{cases}$

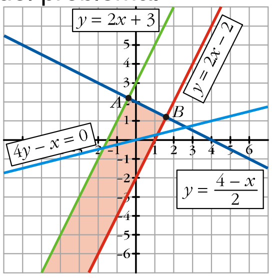
b) Halla los vértices del recinto anterior.

c) Halla el máximo de la función $z = 4y - x$, sujeta a las restricciones propuestas en a). ¿En qué punto del recinto alcanza dicho máximo?

Solución:

- Representamos las rectas $\begin{cases} -2x + y = 3 & \rightarrow \quad y = 2x + 3 \\ 2x - y = 2 & \rightarrow \quad y = 2x - 2 \\ x + 2y = 4 & \rightarrow \quad y = \dfrac{4 - x}{2} \end{cases}$

y hallamos la región que cumple las condiciones del problema.



• Los vértices del recinto son los puntos:

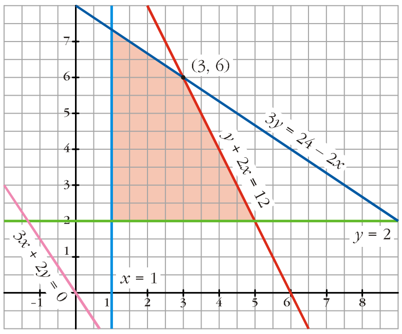
$A\left(\frac{-2}{5},\frac{11}{5}\right)$ z = f(A) = 44/5 + 2/5 = 46/5 = 9,2 $B\left(\frac{8}{5},\frac{6}{5}\right)$ z = f(B) = 24/5 – 8/5 = 16/5 = 3,2

• Como es una región no acotada habrá máximo o mínimo.
Cogemos un punto del recinto, por ejemplo el punto O(0,0) z = f(O) = 0 – 0 = 0
Como es menor que los valores en A y B, no existe mínimo y existe máximo y el máximo se alcanza en el punto $A\left(\frac{-2}{5},\frac{11}{5}\right)$ y vale 9,2

<u>EJERCICIO 9</u> : Maximiza la función *z* = 3*x* + 2*y*, sujeta a las restricciones: *x* ≥ 1, *y* ≥ 2, 3*y* ≤ 24 - 2*x*, *y* + 2*x* ≤ 12.

Solución:

• Representamos las rectas $\begin{cases} x=1;\ \ y=2 \\ 3y=24-2x \\ y+2x=12 \end{cases}$ y hallamos la región que cumple las condiciones del problema.



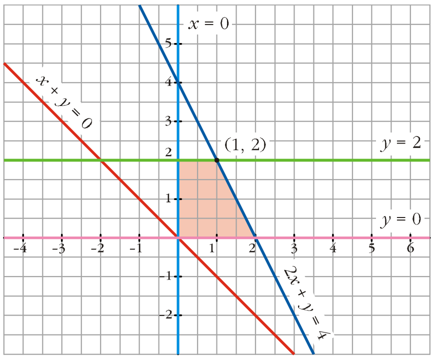
• Como es una región acotada el máximo se alcanza en uno de los vértices:
A(0,0) z = f(A) = 3.0 + 2.0 = 0
B(5,2) z = f(B) = 3.5 + 2.2 = 19
C(3,6) z = f(C) = 3.3 + 2.6 = 21
D(1,22/3) z = f(D) = 3.1 + 2.22/3 = 17,66666…..

El máximo se alcanza en el punto C(3,6) y vale 21

<u>EJERCICIO 10</u> : Determina el máximo valor de la función *F* (*x*, *y*) = *y* + *x* en el recinto: *x* ≥ 0; 0 ≤ *y* ≤ 2; 2*x* +*y* ≤ 4.

Solución:

• Representamos las rectas $\begin{cases} x=0 \\ y=0;\ \ y=2 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ y hallamos la región que cumple las condiciones del problema.



• Como la región está acotada el máximo se alcanza en uno de sus vértices:

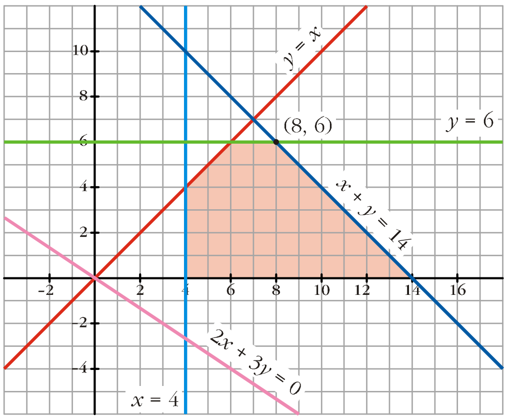
A(0,0) z = f(A) = 0 + 0
B(2,0) z = f(B) = 0 + 2 = 2
C(1,2) z = f(C) = 2 + 1 = 3
D(0,2) z = f(D) = 2 + 0 = 2

El máximo se alcanza en el punto C(1,2) y vale 3

<u>EJERCICIO 11</u> : Maximiza la función *f* (*x*, *y*) = 2*x* + 3*y* sujeta a las siguientes restricciones: $x \geq 4$, $y \leq 6$, $y \leq x$, $x + y \leq 14$, $y \geq 0$; y representa el conjunto de soluciones factibles.

Solución:

• Representamos las rectas $\begin{cases} x = 4; \;\; y = 6 \\ y = x \\ x + y = 14 \\ y = 0 \end{cases}$ y hallamos la región que cumple las restricciones del problema.



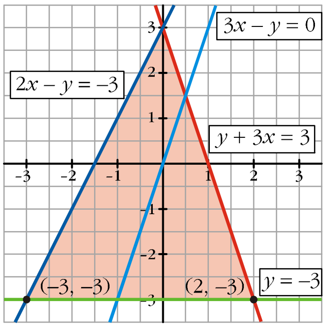
• Como la región está acotada, el máximo se alcanza en uno de sus vértices:

A(4,0) z = f(A) = 2.4 + 3.0 = 8
B(14,0) z = f(B) = 2.14 + 3.0 = 28
C(8,6) z = f(C) = 2.8 + 3.6 = 34
D(6,6) z = f(D) = 2.6 + 3.6 = 30
E(4,4) z = f(E) = 2.4 + 3.4 = 20
El máximo se alcanza en el punto C(8,6) y vale 34.

<u>EJERCICIO 12</u> : Maximiza y minimiza la función *z* = 3*x* – *y*, sujeta a las siguientes restricciones: $\begin{cases} \mathbf{2x - y \geq -3} \\ \mathbf{y + 3x \leq 3} \\ \mathbf{-y \leq 3} \end{cases}$

Solución:

• Repesentamos las rectas $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ y + 3x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$ y hallamos la región que cumple las condiciones del problema.

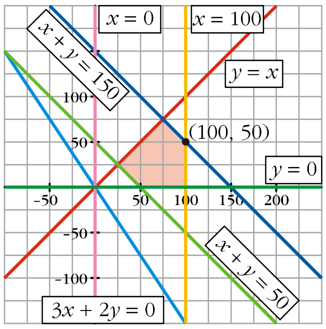


Como es una región acotada el máximo y el mínimo se alcanza en uno de sus vértices:
A(-3,-3) z = -6
B(2,-3) z = 9
C(0,3) z = -3
El mínimo se alcanza en el punto A(-3,-3) y vale z = -6
El máximo se alcanza en el punto B(2,-3) y vale z = 9

EJERCICIO 13 : Maximiza la función $z = 3x + 2y$, sujeta a estas restricciones: $\begin{cases} 50 \le x + y \le 150 \\ y \le x \\ 0 \le x \le 100 \\ y \ge 0 \end{cases}$

Solución:

• Representamos las rectas $\begin{cases} x + y = 50 \\ x + y = 150 \\ y = x \\ x = 0 \\ x = 100 \\ y = 0 \end{cases}$ y hallamos la región que cumple las condiciones del problema.



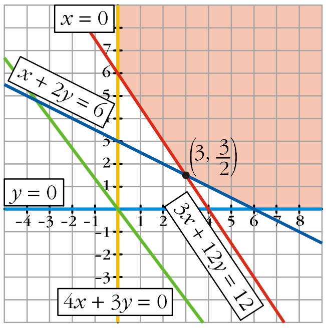
Como es una región acotada, el máximo se alcanza en uno de sus vértices
A(25,25) z = 125
B((100,0) z = 300
C(100,50) z = 400
D(75,75) z = 375
• El máximo se alcanza en el punto (100, 50) y vale $z = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 50 = 400$.

EJERCICIO 14 : Representa la región del plano delimitada por: $\begin{cases} x + 2y \ge 6 \\ 3x + 2y \ge 12 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$

¿Es posible maximizar y minimizar la función $z = 4x\ 3y$ en ella? Razona la respuesta y, en caso afirmativo, indica en qué puntos se consiguen el máximo y el mínimo.

Solución:

• Representamos las rectas $\begin{cases} x+2y=6 & \to \quad y=\dfrac{6-x}{2} \\ 3x+2y=12 & \to \quad y=\dfrac{12-3x}{2} \\ x=0 \\ y=0 \end{cases}$ y hallamos la región que cumple las condiciones del problema.



Es un recinto no acotado, por tanto hay máximo o mínimo y se alcanza en uno de sus vértices
A(6,0) z = 24
B(3,3/2) z = 16,5
C(0,6) z = 18
Tomamos otro punto del recinto: E(6,6) z = 42
Por tanto no hay máximo, y hay mínimo y se alcanza en el punto B(3,3/2) y vale z = 16,5

PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

EJERCICIO 15 : Un orfebre fabrica dos tipos de joyas. Las del tipo *A* precisan 1 g de oro y 1,5 g de plata, vendiéndolas a 40 euros cada una. Para la fabricación de las de tipo *B* emplea 1,5 g de oro y 1 g de plata, y las vende a 50 euros. El orfebre tiene solo en el taller 750 g de cada uno de los metales. Calcula cuántas joyas ha de fabricar de cada clase para obtener un beneficio máximo.

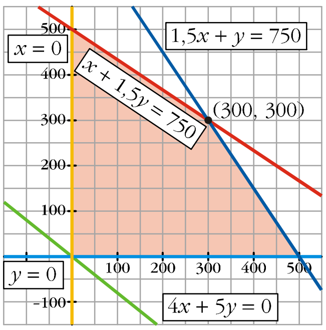
Solución:
Llamamos x al número de joyas del tipo *A* e y al número de joyas del tipo *B*. Resumimos los datos en una tabla:

	CANTIDAD	ORO	PLATA	INGRESOS
TIPO A	x	x	$1{,}5x$	$40x$
TIPO B	y	$1{,}5y$	y	$50y$
TOTAL		$x+1{,}5y$	$1{,}5x+y$	$40x+50y$

Las restricciones son: $\begin{cases} x+1{,}5y \le 750 \\ 1{,}5x+y \le 750 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$

La función que nos da los ingresos es $z = 40x + 50y$ que debemos hacer máxima.

- Dibujamos la región factible:



- Como está acotada, el máximo se alcanza en uno de sus vértices.

A(0,0) z = 40.0 + 50.0 = 0 euros
B(500,0) z = 40.500 + 50.0 = 20000 euros
C(300,300) z = 40.300 + 50.300 = 27000 euros
D(0,500) z = 40.0 + 50.500 = 35.000 euros

El máximo se alcanza en el punto C(300,300). Por tanto, ha de fabricar 300 joyas del tipo *A* y 300 del tipo *B* para obtener el máximo beneficio. Los ingresos en este caso serían 27 000 euros.

EJERCICIO 16 : Un veterinario ha recomendado que durante un mes, un animal enfermo tome diariamente para su recuperación, al menos, 4 unidades de hidratos de carbono, 23 de proteínas y 6 de grasa. En el mercado se encuentran dos marcas de pienso, *A* y *B*, con la siguiente composición:

MARCA	HIDRATOS	PROTEÍNAS	GRASA	PRECIO
A	4	6	1	1 €
B	1	10	6	1,6 €

¿Cómo deben combinarse ambas marcas para obtener la dieta deseada al mínimo precio?

Solución:
Llamamos x a la cantidad de pienso de la marca *A* e y a la cantidad de pienso de la marca *B*.
Resumimos los datos en una tabla:

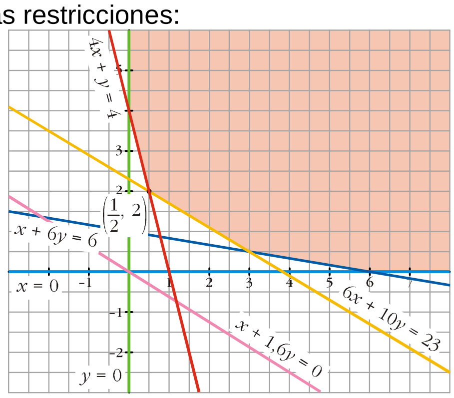
	CANTIDAD	HIDRATOS	PROTEÍNAS	GRASA	PRECIO
A	x	$4x$	$6x$	x	x
B	y	y	$10y$	$6y$	$1{,}6y$
TOTAL		$4x + y$	$6x + 10y$	$x + 6y$	$x + 1{,}6y$

Las restricciones son: $\begin{cases} x \geq 0;\ \ y \geq 0 \\ 4x + y \geq 4 \\ 6x + 10y \geq 23 \\ x + 6y \geq 6 \end{cases}$

La función que nos da el coste es z = x + 1,6y.

Debemos minimizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.

Dibujamos el recinto correspondiente a las restricciones:



- Como no es una región acotada, habrá máximo o mínimo y se alcanza en uno de los vértices:

A(0,4) z = f(A) = 0 + 1,6.4 = 6,4
B(1/2,2) z = f(B) = 0,5 + 1,6.2 = 3,7
C(3,1/2) z = f(C) = 3 + 1,6.0,5 = 3,8
D(6,0) z = f(D) = 6 + 1,6.0 = 6

Cogemos un punto del interior del recinto E(3,3) z = f(E) = 3 + 1,6.3 = 7,8
Por tanto hay mínimo pero no máximo y se alcanza en el punto B(1/2,2) y vale 3,7

Por tanto, debe utilizar media unidad de la marca A y 2 unidades de la marca B. En este caso, el coste sería de:
$z = \frac{1}{2} + 1{,}6 \cdot 2 = 0{,}5 + 3{,}2 = 3{,}7$ euros.

<u>EJERCICIO 17</u> : Un ganadero utiliza un pienso que tiene una composición mínima de 12 unidades de una sustancia A y otras 21 de una sustancia B. En el mercado solo encuentra dos tipos: uno con 2 unidades de A y 7 de B, cuyo precio es de 15 euros; y otro con 6 unidades de A y 3 de B, cuyo precio es de 25 euros. ¿Que cantidad ha de comprar de cada uno de modo que el coste sea mínimo?

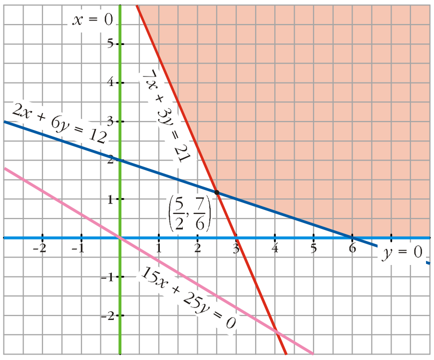
Solución:
Llamamos x a la cantidad que compra del primer tipo e y a la cantidad que compra del segundo tipo.
Resumimos los datos en una tabla:

	CANTIDAD	*A*	*B*	PRECIO
1ER TIPO	x	$2x$	$7x$	$15x$
2º TIPO	y	$6y$	$3y$	$25y$
TOTAL		$2x+6y$	$7x+3y$	$15x+25y$

Las restricciones son: $\begin{cases} x \geq 0;\;\; y \geq 0 \\ 2x+6y \geq 12 \quad \rightarrow \quad x+3y \geq 6 \\ 7x+3y \geq 21 \end{cases}$

La función que nos da el coste es $z = 15x + 25y$.
Debemos minimizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.

Dibujamos el recinto correspondiente a las restricciones:



- Como no es una región acotada, habrá máximo o mínimo y se alcanza en uno de los vértices:

A(6,0) z = f(6,0) = 90

B$\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{6}\right)$. z = f$\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{6}\right)$.= 66,67

Cogemos un punto del interior del recinto C(5,5) z = f(5,5) = 200

Por tanto hay mínimo y no máximo y se alcanza en el punto B$\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{6}\right)$.

Por tanto, ha de comprar $\frac{5}{2}$ del primer tipo y $\frac{7}{6}$ del segundo tipo. En este caso el coste sería de:

$z = 15 \cdot \frac{5}{2} + 25 \cdot \frac{7}{6} = \frac{200}{3} \approx 66{,}67$ euros.

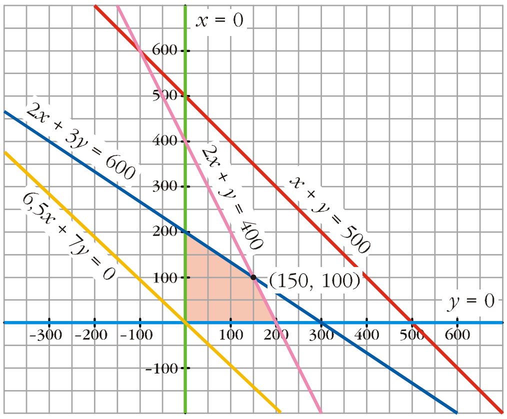
<u>EJERCICIO 18</u> : Con el comienzo del curso se van a lanzar una ofertas de material escolar. Unos almacenes quieren ofrecer 600 cuadernos, 500 carpetas y 400 bolígrafos para la oferta, empaquetándolo de dos formas distintas: en el primer bloque pondrán 2 cuadernos, 1 carpeta y 2 bolígrafos; en el segundo, pondrán 3 cuadernos, 1 carpeta y 1 bolígrafo. Los precios de cada paquete serán de 6,5 euros y 7 euros, respectivamente. ¿Cuántos paquetes les conviene hacer de cada tipo para obtener los máximos beneficios?

Solución:
Llamamos x al número de paquetes del primer tipo e y al número de paquetes del segundo tipo.
Resumimos los datos en una tabla:

	CANTIDAD	CUADERNOS	CARPETAS	BOLÍGRAFOS	PRECIO
1ER TIPO	x	$2x$	x	$2x$	$6{,}5x$
2º TIPO	y	$3y$	y	y	$7y$
TOTAL		$2x+3y$	$x+y$	$2x+y$	$6{,}5x+7y$

Las restricciones son: $\begin{cases} x \geq 0;\ \ y \geq 0 \\ 2x+3y \leq 600 \\ x+y \leq 500 \\ 2x+y \leq 400 \end{cases}$

La función que nos da los ingresos es z = 6,5x + 7y.
Debemos maximizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.
Dibujamos el recinto correspondiente a las restricciones



- Como es un región acotada existe máximo y mínimo y se alcanzan en uno de sus vértices:

A(0,0) z = 0
B(200,0) z = 1300
C(150, 100). z = 1675
D(0,200) z = 1400
El máximo se alcanza en el punto C(150,100)
Por tanto, deben hacer 150 paquetes del primer tipo y 100 paquetes del segundo tipo. En este caso, los ingresos serían de: z = 6,5 · 150 + 7 · 100 = 975 + 700 = 1 675 euros

<u>EJERCICIO 19</u> : En una urbanización se van a construir casas de dos tipos; *A* y *B*. La empresa constructora dispone para ello de un máximo de 18 millones de euros, siendo el coste de cada tipo de casa de 300 000 euros y 200 000 euros, respectivamente. El Ayuntamiento exige que el número total de casas no sea superior a 80. Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de una casa de tipo *A* es de 40 000 euros y de 30 000 euros por una del tipo *B*, ¿cuántas casas deben construirse de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

Solución:
Llamamos x al número de casas de tipo *A* e y al número de casas de tipo *B*.
Resumimos los datos en una tabla:

	CANTIDAD	COSTE	BENEFICIO
TIPO *A*	x	$300\,000x$	$40\,000x$
TIPO *B*	y	$200\,000y$	$30\,000y$
TOTAL	$x+y$	$300\,000x+200\,000y$	$40\,000x+30\,000y$

Las restricciones son: $\begin{cases} x \geq 0;\ \ y \geq 0 \\ 300\,000x+200\,000y \leq 18\,000\,000 \quad \to \quad 3x+2y \leq 180 \\ x+y \leq 80 \end{cases}$

La función que nos da los beneficios es: z = 40 000x + 30 000y. Debemos maximizar esta función sujeta a las restricciones anteriores.
Dibujamos el recinto correspondiente a las restricciones

- El máximo se alcanza en el punto de corte de las rectas $\left.\begin{matrix} x+y=80 \\ 3x+2y=180 \end{matrix}\right\}$, es decir, en el punto (20, 60).

Por tanto, se deben construir 20 casas de tipo *A* y 60 casas de tipo *B*. En este caso, el beneficio sería de:
$z = 20 \cdot 40\,000 + 60 \cdot 30\,000 = 800\,000 + 1\,800\,000 = 2\,600\,000$ euros.

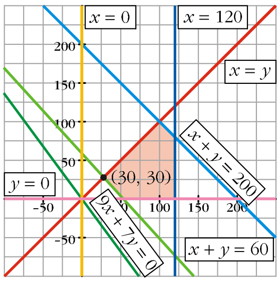
0 + 7·30) = 48 000 litros.

<u>EJERCICIO 20</u> : Una compañía aérea tiene dos aviones, *A* y *B*, para cubrir un determinado trayecto. El avión *A* debe hacer más veces el trayecto que el avión *B*, pero no puede sobrepasar 120 viajes. Entre los dos aviones deben hacer más de 60 vuelos, pero menos de 200. En cada vuelo, *A* consume 900 litros de combustible y *B* 70 litros. ¿Cuántos vuelos debe hacer cada avión para que el consumo de combustible sea mínimo?

Solución:
Llamamos x al número de vuelos del avión *A* e y al número de vuelos del avión *B*.

Las restricciones son: $\begin{cases} x \geq y \\ x \leq 120 \\ x + y \geq 60 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

La función que nos da el consumo total es $z = 900x + 700y$. Debemos minimizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.
Dibujamos el recinto correspondiente a las restricciones



El recinto está acotado, por tanto existe mínimo y se alcanza en uno de sus vértices:

A(60,0)	z = 54.000	B(120,0)	z = 108.000	C(120,80)	z = 164.000
D(120,120)	z = 192.000	E(30,30)	z = 48.000		

El mínimo se alcanza en el punto E(30,30) y vale z = 48.000
Por tanto, *A* debe hacer 30 vuelos y *B* otros 30 para minimizar el consumo de combustible. En este caso, el consumo sería de $z = 48.000$ litris