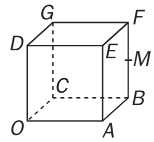
4 Vectores en el espacio

CRITERIOS DE EVALUACIÓN / ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

A. Expresar un vector como combinación lineal de otros vectores dados.

1. En el cubo de la figura, M es el punto medio de $\overrightarrow{BF}$. Expresa los vectores $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{GE}$, $\overrightarrow{FO}$ y $\overrightarrow{DM}$ como combinación lineal de los vectores $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$ y $\vec{d}=\overrightarrow{OD}$.



2. El vector $\vec{a}=(-2,\ -11,\ 1)$ es combinación lineal de los vectores $\vec{b}=(2, -3,\ 5)$ y $\vec{c}=(4, 1, k)$. ¿Cuál es el valor de k?

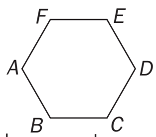
B. Determinar la dependencia o independencia lineal de un conjunto de vectores.

3. Sabiendo que los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente independientes, justifica que los vectores $\vec{u}-\vec{v}$, $\vec{v}-\vec{w}$ y $\vec{w}-\vec{u}$ son linealmente dependientes y que los vectores $\vec{u}-\vec{v}$, $\vec{v}-\vec{w}$ y $\vec{w}+\vec{u}$ son linealmente independientes.

4. ¿Para qué valores del parámetro k los vectores $(1, k, 1)$, $(k, 1, 1)$ y $(1, 1, k)$ son linealmente dependientes?

C. Multiplicar escalarmente dos vectores tanto en la forma geométrica como en la analítica.

5. El lado del hexágono regular de la figura mide $\sqrt{3}$. Calcula los productos escalares $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{CF}$.



6. Si $\vec{x}\cdot\vec{x}=2$, $\vec{x}\cdot\vec{y}=-1$ y $\vec{y}\cdot\vec{y}=3$, y se tienen los vectores $\vec{a}=\vec{x}+2\vec{y}$, $\vec{b}=3\vec{x}-\vec{y}$, calcula: $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{a}\cdot\vec{a}$, $|\vec{b}|$ y el coseno del ángulo que forman $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

D. Determinar condiciones de ortogonalidad de dos vectores dependientes de un parámetro.

7. Halla dos vectores ortogonales a $\vec{x}=(-1, -2, 4)$ y a $\vec{y}=(1, 1, -2)$ de módulo $\sqrt{20}$.

8. Se consideran los vectores $\vec{u}=(-2k, k, 5)$ y $\vec{v}=(1, 1, -1)$. Calcula el valor del parámetro k para que los vectores $\vec{u}+2\vec{v}$ y $\vec{v}$ sean ortogonales.

E. Saber hallar el ángulo de dos vectores y determinar vectores ortogonales a uno dado.

9. Halla tres vectores unitarios, ortogonales al vector $\vec{a}=(-3, 5, 1)$, de modo que los tres tengan distinta dirección. Comprueba que son linealmente dependientes.

10. Dados los vectores $\vec{a}=(-3, 5, 1)$, $\vec{b}=(2, -3, 5)$ y $\vec{c}=(4, 1, 1)$, calcula el ángulo que forman las siguientes parejas de vectores: $\vec{a}$ y $\vec{b}$, $\vec{a}$ y $\vec{c}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$, $\vec{a}+\vec{b}$ y $\vec{c}-\vec{a}$

F. Calcular correctamente productos vectoriales y productos mixtos con unos vectores conocidos.

11. Dados los vectores $\vec{x}=(-4, 3, 0)$, $\vec{y}=(1, -3, 3)$, $\vec{z}=(5, -2, -1)$, halla:

a) $(\vec{x}\times\vec{y})\times\vec{z}$ b) $\vec{x}\times(\vec{y}\times\vec{z})$ c) $[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}]$ d) $|(\vec{x}\times\vec{y})\times\vec{z}|$ e) $|\vec{x}\times(\vec{y}\times\vec{z})|$

12. Demuestra que $(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}-\vec{v})=\vec{u}\times(-2\vec{v})$ para todo $\vec{u}, \vec{v}\in V^3$.

13. El producto mixto de los vectores $\vec{x}=(-1, 0, 3)$, $\vec{y}=(-2, -3, 1)$, y $\vec{z}=(k, 2, -1)$ es 2009. ¿Cuál es el valor de k?

G. Aplicar el producto vectorial para determinar una dirección ortogonal al plano vectorial V^2 determinado por dos vectores.

14. Con los vectores $\vec{u}=(1, 1, -2)$ y $\vec{v}=(2, -1, 0)$ se determina un espacio vectorial de dimensión 2 (plano vectorial V^2). Calcula un vector $\vec{w}$ que sea base de un espacio vectorial de dimensión 1 (recta vectorial V^1) de manera que los espacios V^2 y V^1 sean ortogonales.

Demuestra que el vector $\vec{w}$ hallado es ortogonal a todos los vectores $\vec{x}=\lambda\vec{u}+\mu\vec{v}$, $(\lambda, \mu\in R)$.

15. Sean $\vec{u}=(-2, 2, 1)$, $\vec{v}=(1, -4, 3)$, y $\vec{w}=(10, 7, 6)$. V^2 es el espacio vectorial de base $\{\vec{u}, \vec{v}\}$. V^1 es el espacio vectorial de base $\{\vec{w}\}$. Comprueba que todos los vectores de V^2 son ortogonales a los de V^1.

Demuestra que los espacios vectoriales $V^2=\{\vec{x}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}\}$ y $V^1=\{\vec{y}=\lambda\vec{w}\}$ son ortogonales.