5 Planos y rectas en el espacio

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN
A. Dividir un segmento en partes iguales.	**1.** Determina cuatro puntos, P_1, P_2, P_3 y P_4, que dividan al segmento de extremos $A(7, -3, 8)$ y $B(-8, 2, -2)$ en cinco partes iguales. **2.** Si $M(3, 5, -1)$ es el punto medio del segmento AB y $B(10, 6, 3)$, ¿cuál es A?
B. Hallar las coordenadas del baricentro de un triángulo.	**3.** Los vértices de un triángulo son $A(1, 2, 3)$, $B(7, 0, -4)$ y $C(-2, 4, -2)$. Determina: a) Las coordenadas del punto medio, M, del lado AB. b) Las coordenadas del baricentro, G, del triángulo. c) ¿Qué relación hay entre los vectores $\overrightarrow{CG}$ y $\overrightarrow{GM}$?
C. Conocer y saber hallar las distintas ecuaciones de una recta, pasar de unas a otras y determinar con ellas puntos de la recta y su vector director.	**4.** Expresa de forma paramétrica, continua e implícita la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-2, 3, 1)$ y tiene la dirección del vector $\vec{u} = (1, 1, 2)$. **5.** Dada la recta de ecuación $\begin{cases} x + y - 2z = 7 \\ 2x - y - z = -1 \end{cases}$, determina: a) Sus ecuaciones paramétricas. b) Las coordenadas de un punto de la recta y de su vector director.
D. Saber determinar un plano de distintas formas y saber hallar en cada caso su ecuación.	**6.** Calcula la ecuación general del plano que contiene a los puntos $A(0, -1, 5)$, $B(2, 1, -1)$ y $C(1, 2, 1)$. **7.** Halla la ecuación del plano que contiene a la recta $r\colon \frac{x+2}{5} = \frac{y}{-2} = z - 3$ y al punto $P(6, 5, -2)$.
E. Hallar la ecuación de un plano del que se conoce un punto y la dirección del vector normal.	**8.** Los vectores directores de un plano son $\vec{u} = (1, -1, 5)$ y $\vec{v} = (0, 2, -3)$, y $A(3, 3, 3)$ es un punto del mismo. Halla el vector normal del plano, y con él y el punto A, la ecuación general del plano. **9.** Halla la ecuación del plano que corta perpendicularmente a la recta $r\colon (1 - \lambda, 2\lambda, 3 + \lambda)$ y pasa por el origen de coordenadas.
F. Saber hallar proyecciones de puntos sobre rectas y de puntos y rectas sobre planos.	**10.** Calcula la longitud del segmento $A'B'$ que se obtiene al proyectar el segmento de extremos $A(2, -2, 2)$ y $B(-3, 8, -1)$ sobre el plano $\pi\colon x + y - z + 5 = 0$. **11.** Halla la proyección del punto $P(5, 2, 2)$ sobre la recta $r\colon x + 2 = \frac{y}{0} = \frac{z-3}{2}$. **12.** Determina las ecuaciones paramétricas de la proyección ortogonal del eje X sobre el plano $x - y - 3z - 5 = 0$.
G. Resolver problemas de paralelismo, perpendicularidad e intersección de rectas y planos.	**13.** Halla la ecuación de la recta paralela a los planos $\pi\colon 3x - y + z = -4$, $\sigma\colon x + y = 0$ y que pasa por el punto $A(5, 4, 3)$. Expresa la ecuación en forma continua. **14.** Determina la ecuación de la recta que pasa por $P(1, 0, -1)$ y corta perpendicularmente a la recta $s\colon \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -3 + \lambda \end{cases}$.
H. Efectuar el estudio de la posición relativa entre dos rectas, entre una recta y un plano, y entre dos o tres planos.	**15.** Las rectas de ecuaciones $r_1\colon \begin{cases} x - y - z = -4 \\ -x + 2y - z = 3 \end{cases}$ y $r_2\colon \begin{cases} y - 2z = -1 \\ x - 2z = 1 \end{cases}$ se cortan en un punto P. Halla las coordenadas de P y la ecuación del plano que contiene a las dos rectas. **16.** Se considera la recta $r\colon \begin{cases} x + my + z = 1 \\ x + y - z = -2 \end{cases}$ y el plano $\pi\colon x + 7 - z = n$. Estudia su posición relativa según los valores de los parámetros m y n, es decir: a) ¿Para qué valores de m se cortan? b) ¿Para qué valores de m y n está la recta contenida en el plano? c) ¿Para qué valores de m y n son paralelos? d) ¿Para qué valores de m y n se cortan en el punto $P(1, 1, 4)$?