

10 Derivadas

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

A. Calcular la derivada de una función en un punto mediante su definición como límite.

B. Determinar la pendiente de la tangente a una curva en un punto y calcular su ecuación y la de la recta normal a la función en dicho punto.

C. Determinar, mediante la aplicación de las reglas de derivar, la derivada de funciones que se obtienen operando con funciones elementales.

D. Derivar funciones que sean composición de varias funciones elementales mediante la regla de la cadena.

E. Aplicar la regla de la cadena para obtener la derivada de la función inversa.

F. Aplicar la derivación logarítmica y la implícita.

G. Hallar el valor de la diferencial de una función en un punto para un incremento conocido de la variable.

H. Obtener diferenciales de funciones y en especial de funciones que expresen magnitudes físicas.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

1. Calcula las derivadas de las siguientes funciones en los puntos indicados.

a) $f(x) = 2x^2 + x + 3$ en $x = 1$ b) $f(x) = \frac{3}{x+5}$ en $x = -2$

2. El espacio, en metros, recorrido por un móvil viene expresado por la función $s(t) = 4t^2 - t$, t en segundos.

- a) Halla la velocidad media del móvil en los dos primeros segundos de recorrido.
b) Obtén la velocidad instantánea para $t = 1$ s.

3. Obtén la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 - 3x$ en el punto de abscisa $x = 2$. ¿Cuál es la ecuación de la tangente? ¿Qué ángulo forma la tangente con el eje X ? ¿Cuál es la ecuación de la normal?

4. Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x+1}$ en el punto de abscisa $x = 0$. ¿En qué punto corta esta recta al eje X ?

5. Dadas $f(x)$ y $g(x)$ de las que se sabe $f(-2) = 3$, $g(-2) = -1$, $g'(-2) = 7$, $g'(3) = -5$, $f'(3) = 0$, $f'(-2) = 6$ y $f'(-1) = -3$, calcula:

a) $(f + g)'(3)$ c) $\left(\frac{f}{g}\right)'(-2)$ d) $(f \circ g)'(-2)$
b) $(f \cdot g)'(-2)$ e) $(g \circ f)'(-2)$

6. Si $f(x) = 1 + 2x$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = x^2 + 1$, calcula:

a) $(g \circ h)'(2)$ b) $(h \circ g \circ f)'(1)$ c) $(f \circ h \circ g)'(4)$ d) $(g \circ f \circ h)'(x)$

7. Halla la función derivada de las funciones:

a) $f(x) = (x^2 - 3x + 5)^5$ b) $g(x) = \sin^2(\ln(2x + 1))$ c) $h(x) = \sqrt{\cos(1 - 3x)}$

8. Calcula la derivada de la función inversa de $f(x) = x^3 + x - 11$ en $x = -1$.

9. Halla la derivada de las funciones siguientes aplicando la derivación logarítmica.

a) $f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$ b) $g(x) = (\sin x)^{2x+1}$ c) $h(x) = 3^{5x^2}$

10. La curva de ecuación $x^2 + 3xy + y^2 + 1 = 0$ pasa por el punto $(2, -1)$. Calcula la derivada de la función y en ese punto. ¿Cuál es la ecuación de la tangente a la curva en ese punto?

11. Calcula el diferencial de la función $y = f(x) = \sqrt{3x - 2}$ en $x = 9$ para un incremento de la variable $\Delta x = 0,2$.

12. Teniendo en cuenta que $\sqrt[3]{343} = 7$, calcula, aproximando mediante la diferencial, el valor de $\sqrt[3]{345}$.

13. Halla la función diferencial de las siguientes funciones:

a) $y = 5x^2 - 7x + 4$ b) $s = \sin t$ c) $u = \ln v$

14. La función que determina el volumen de una esfera de radio r es $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Calcula dV e interpreta el resultado obtenido.