Prueba inicial (Álgebra lineal)

Nombre:		**Apellidos:**
Curso:	**Grupo:**	**Fecha:**

1. Se consideran los polinomios $P(x) = 4x^3 + 4x^2 - 3x - 7$ y $D(x) = x^2 + 3x$. Halla otros dos polinomios $C(x)$ y $R(x)$ para que se verifique la igualdad $P(x) = D(x)C(x) + R(x)$ con grado$(R(x)) <$ grado$(D(x))$.

2. Efectúa y simplifica el resultado todo lo posible.

a) $\left(\dfrac{1}{x} - x\right)\left(\dfrac{1}{x} + x\right)\left(\dfrac{1}{x+1} - 1\right)$ b) $\dfrac{x^2 - x - 2}{x + 3} \cdot \dfrac{x^2 + 2x - 3}{(x-2)^3} \cdot \dfrac{(x-2)^2}{x^2 - 1}$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.

a) $3(x - 1)(x + 2) = 3x - 6$ b) $\left(x - \dfrac{4}{3}\right)\left(2x + \dfrac{1}{5}\right) = 0$

4. La ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ tiene sus coeficientes enteros, y sus raíces son:

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{7}\,i}{3}, \quad x_2 = \frac{4 - \sqrt{7}\,i}{3}$$

Calcula los coeficientes enteros de la ecuación, a, b y c, más pequeños posibles en valor absoluto.

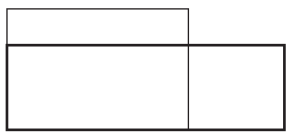
5. Opera y simplifica todo lo que puedas las siguientes expresiones algebraicas.

a) $3 \cdot (2x - 1)^2 - 3 \cdot (2x - 1) \cdot (2x + 1)$ b) $\dfrac{2x - 1}{3} + \dfrac{5x + 2}{12} - \dfrac{2x - 3}{4}$

6. Se sabe que una de las soluciones de la ecuación $x^2 - 8x + k = 0$ es $x_1 = 2$. Determina k y la otra solución.

7. El polinomio $P(x) = x^3 + ax^2 + 3x + b$ es divisible entre $(x - 2)$, y al dividirlo entre $(x - 1)$ su resto es -1. Halla el valor numérico de $P(x)$ en $x = 3$.

8. Se tiene un rectángulo de 40 cm de perímetro. Si se reduce el lado menor del rectángulo un 25% y se amplía el lado mayor un 150%, se obtiene otro rectángulo que tiene 12 cm^2 más de área. ¿Cuál es su perímetro?



9. La solución del sistema de ecuaciones lineales siguiente es $S = (-2, 5)$. Halla los valores de a y b.

$$\begin{cases} 3x - 2by + 26 = 0 \\ ax + 7y - 23 = 0 \end{cases}$$

Representa e interpreta gráficamente el sistema.

10. Dos de las soluciones del sistema de ecuaciones $\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$ son $S_1 = (1, 2, 3)$ y $S_2 = (0, 2, 4)$.

Calcula otra solución distinta y trata de expresar cómo serían las infinitas soluciones de dicho sistema.

11. Unos amigos consumen en un bar 3 refrescos y 5 cafés y por ello les cobran 13,50 €. Al día siguiente piden 4 refrescos y 2 cafés y les cobran 11 €. Un tercer día piden 5 refrescos y 3 cafés y al cobrarles 15 € reclaman la cuenta porque no están conformes. Plantea en términos de álgebra lineal el problema y justifica la reclamación que hacen.