Distribución binomial o de Bernoulli

Un experimento sigue el modelo de la **distribución binomial o de Bernoulli** si:

1. En cada prueba del experimento sólo son posibles **dos resultados**: el suceso A (**éxito**) y su contrario $\overline{A}$

2. La **probabilidad del suceso A es constante**, es decir, que no varía de una prueba a otra. Se representa por **p**.

3. El **resultado** obtenido en cada prueba es **independiente** de los resultados obtenidos anteriormente.

Variable aleatoria binomial

La **variable aleatoria binomial**, **X**, expresa el **número de éxitos obtenidos** en cada prueba del experimento.

La **variable binomial es una variable aleatoria discreta**, sólo puede tomar los valores 0, 1, 2, 3, 4, ..., n donde n es el número de pruebas realizadas.

Ejemplo

k = 6, al lanzar una moneda 10 veces y obtener 6 caras.

Distribución binomial

La **distribución binomial** se suele representar por **B(n, p)**.

n es el número de pruebas de que consta el experimento.

p es la probabilidad de éxito.

La p**robabilidad de** $\overline{A}$ **es 1− p**, y la representamos por **q**.

Función de probabilidad de la distribución binomial

La **función de probabilidad de la distribución binomial**, también denominada **función de la distribución de Bernoulli**, es:

$$p(X=k)=\binom{n}{k}p^k\cdot q^{n-k}$$

n es el número de pruebas.

k es el número de éxitos.

p es la probabilidad de éxito.

q es la probabilidad de fracaso.

El **número combinatorio** $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Ejemplo

La última novela de un autor ha tenido un gran éxito, hasta el punto de que el 80% de los lectores ya la han leido. Un grupo de 4 amigos son aficionados a la lectura:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que el grupo hayan leido la novela 2 personas?

n = 4

p = 0.8

q = 0.2

B(4, 0.8)

$$p(X=2) = \binom{4}{2} 0.8^2 \cdot 0.2^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 0.64 \cdot 0.04 = 0.1536$$

2. ¿Y cómo máximo 2?

$$p(X \leq 2) = p(X=0) + p(X=1) + p(X=2) =$$

$$= \binom{4}{0} 0.8^0 \cdot 0.2^4 + \binom{4}{1} 0.8^1 \cdot 0.2^3 + \binom{4}{2} 0.8^2 \cdot 0.2^2 = 0.1808$$

Media y varianza de la distribución binomial

Media

$$\mu = n \cdot p$$

Varianza

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$$

Desviación típica

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$$

Ejemplo

La probabilidad de que un artículo producido por una fabrica sea defectuoso es 0.02. Se envió un cargamento de 10.000 artículos a unos almacenes. Hallar el número esperado de artículos defectuosos, la varianza y la desviación típica.

$$\mu = 10.000 \cdot 0.02 = 200$$

$$\sigma^2 = 10.000 \cdot 0.02 \cdot 0.98 = 196$$

$$\sigma = \sqrt{196} = 14$$