Septiembre de 2006

OPCIÓN A

1.A.- Calcular $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+2x}$

$$I=\int\frac{dx}{x^2+2x}=\int\frac{dx}{(x+2)x}=\int\frac{-\frac{1}{2}}{x+2}\,dx+\int\frac{\frac{1}{2}}{x}\,dx=-\frac{1}{2}\int\frac{1}{x+2}\,dx+\frac{1}{2}\int\frac{1}{x}\,dx=-\frac{1}{2}\int\frac{1}{t}\,dt+\frac{1}{2}\cdot\ln|x|$$

$$x+2=t\Rightarrow dx=dt$$

$$\frac{A}{x+2}+\frac{B}{x}=\frac{1}{(x+2)x}\Rightarrow Ax+B(x+2)=1\Rightarrow\begin{cases}x=-2\Rightarrow A(-2)+B(-2+2)=1\Rightarrow -2A=1\Rightarrow A=-\frac{1}{2}\\ x=0\Rightarrow A0+B(0+2)=1\Rightarrow 2B=1\Rightarrow B=\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$I=-\frac{1}{2}\cdot\ln|t|+\frac{1}{2}\cdot\ln|x|=-\frac{1}{2}\cdot\ln|x+2|+\frac{1}{2}\cdot\ln|x|=\frac{1}{2}\cdot\left(\ln|x|-\ln|x+2|\right)=\frac{1}{2}\cdot\ln\left|\frac{x}{x+2}\right|=\ln\left|\sqrt{\frac{x}{x+2}}\right|+K$$

$$\int_1^2\frac{dx}{x^2+2x}=\left[\ln\left|\sqrt{\frac{x}{x+2}}\right|\right]_1^2=\left(\ln\left|\sqrt{\frac{2}{2+2}}\right|-\ln\left|\sqrt{\frac{1}{1+2}}\right|\right)=\left(\ln\left|\sqrt{\frac{1}{2}}\right|-\ln\left|\sqrt{\frac{1}{3}}\right|\right)=\ln\sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}}=\ln\sqrt{\frac{3}{2}}$$

2.A.- a) Calcular los valores de **a** y **b** para que la función: $\begin{cases} 3x+2 & si \quad x<0 \\ x^2+2a.\cos x & si \quad 0 \le x < \pi \\ ax^2+b & si \quad x \ge \pi \end{cases}$

sea continua para todo valor de **x**

b) Estudiar la derivabilidad de **f(x)** para los valores de **a** y **b** hallados en el apartado anterior

$a)$

$$Continuidad \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 3.0+2=2 \\ f(0)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0^2+2a.\cos 0 = 2a.1 \end{cases} \Rightarrow 2a=2 \Rightarrow a=1 \\ \begin{cases} f(\pi)=\lim\limits_{x\to \pi^-} f(x) = \pi^2+2.1.\cos \pi = \pi^2+2.(-1)=\pi^2-2. \\ \lim\limits_{x\to \pi^+} f(x) = 1.\pi^2+b=\pi^2+b \end{cases} \Rightarrow \pi^2-2=\pi^2+b \Rightarrow b=-2 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} 3x+2 & si \quad x<0 \\ x^2+2\cos x & si \quad 0\le x<\pi \\ x^2-2 & si \quad x \ge \pi \end{cases}$$

$b)$

$$f'(x)=\begin{cases} 3 & si \quad x<0 \\ 2x-2sen\ x & si \quad 0\le x<\pi \\ 2x & si \quad x\ge \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} f'(0^-)=3 \\ f'(0^+)=2.0-2.sen\ 0 = 0-2.0=0 \end{cases} \Rightarrow 3\ne 0 \Rightarrow No\ es\ derivable \\ \begin{cases} f'(\pi^-)=2.\pi-2.sen\ \pi = 2\pi-2.0=2\pi \\ f'(\pi^+)=2.\pi \end{cases} \Rightarrow 2\pi=2\pi \Rightarrow Es\ derivable \end{cases}$$

No es derivable en x = 0

Es derivable en x = p

3.A.- Dada las matrices : $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Comprobar que **det(A²) = {det(A)}²** y que **det(A + I) = det(A) + det(I)**

b) Sea **M** una matriz cuadrada de orden 2.¿Se puede asegurar que **det(M²) = {det(M)}²**?. Razona la respuesta

c) Encontrar todas las matrices cuadradas **M**, de orden 2, tales que: **det(M + I) = det(M) + det(I)**

$a)$

$$\left\{\begin{array}{l} \det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{vmatrix} = -9+8 = -1 \Rightarrow |A|^2 = (-1)^2 = 1 \\ A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |A^2| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \end{array}\right. \Rightarrow |A^2| = |A|^2$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+I = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -8 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow |A+I| = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -8 & -2 \end{vmatrix} = -8+8 = 0 \\ \left\{\begin{array}{l} |A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{vmatrix} = -9+8 = -1 \\ |I| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \end{array}\right. \Rightarrow |A| + |I| = -1+1 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow |A+I| = |A| + |I|$$

$b)$

$$\left\{\begin{array}{l} M^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix} \Rightarrow |M^2| = \begin{vmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{vmatrix} \\ |M| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc \Rightarrow |M|^2 = (ad-bc)^2 \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} |M^2| = (a^2+bc)(bc+d^2) - (ab+bd)(ac+cd) = \\ |M|^2 = (ad-bc)^2 = a^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} |M^2| = a^2bc + a^2d^2 + b^2c^2 + bcd^2 - a^2bc - abcd - abcd - bcd^2 = a^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd \\ |M|^2 = (ad-bc)^2 = a^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$|M^2| = |M|^2 \Rightarrow \textit{Para cualquier valor}$$

Continuación del problema 3.A.-

$c)$

$$\left\{\begin{array}{l} M+I=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a+1 & b \\ c & d+1 \end{pmatrix}\Rightarrow |M+I|=(a+1).(d+1)-bc=ad+a+d-bc \\ \qquad\qquad\qquad \left\{\begin{array}{l} |M|=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc \\ |I|=\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}=1 \end{array}\right. \Rightarrow |M|+|I|=ad-bc+1 \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$ad+a+d-bc=ad-bc+1\Rightarrow a+d=1\Rightarrow d=a-1\Rightarrow M=\begin{pmatrix} a & b \\ c & a-1 \end{pmatrix}\Rightarrow \forall a,b,c\in\Re$$

4.A.- Se consideran los puntos **A(0 , 1 , 0)** y **B(1 , 0 , 1)**. Se pide:

a) Escribir la ecuación que deben de verificar los puntos **X(x , y , z)** que equidistan de **A** y **B**

b) Determinar la ecuación que verifican los puntos **X(x , y , z)** cuya distancia a **A** es igual a la distancia de **A** a **B**

c) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta formada por los puntos **C(x , y , z)** del plano **x + y + z = 3** tales que el triángulo **ABC** es rectángulo con el ángulo recto en el punto **A**

$a)$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AX} = (x\,,\,y\,,\,z) - (0\,,1\,,0) = (x\,,\,y-1\,,\,z) \\ \overrightarrow{BX} = (x\,,\,y\,,\,z) - (1\,,0\,,1) = (x-1\,,\,y\,,\,z-1) \end{cases} \Rightarrow \left|\overrightarrow{AX}\right| = \left|\overrightarrow{BX}\right| \Rightarrow$$

$$\sqrt{x^2 + (y-1)^2 + z^2} = \pm\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2} \Rightarrow x^2 + (y-1)^2 + z^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + 1 - 2y + z^2 = x^2 + 1 - 2x + y^2 + z^2 + 1 - 2z \Rightarrow 1 - 2y = 1 - 2x + 1 - 2z \Rightarrow$$

$$\pi \equiv 2x - 2y + 2z - 1 = 0$$

$b)$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AX} = (x\,,\,y-1\,,\,z) \\ \overrightarrow{AB} = (1\,,0\,,1) - (0\,,1\,,0) = (1\,,-1\,,1) \end{cases} \Rightarrow \left|\overrightarrow{AX}\right| = \left|\overrightarrow{AB}\right| \Rightarrow \sqrt{x^2 + (y-1)^2 + z^2} = \pm\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \Rightarrow$$

$$x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 + 1 - 2y + z^2 = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2 = 0$$

$c)$

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AC} = (x\,,\,y\,,\,z) - (0\,,1\,,0) = (x\,,\,y-1\,,\,z) \\ \overrightarrow{AB} = (1\,,0\,,1) - (0\,,1\,,0) = (1\,,-1\,,1) \end{cases} \Rightarrow (1\,,-1\,,1).(x\,,\,y-1\,,\,z) = 0 \Rightarrow x - (y-1) + z = 0$$

$$\pi \equiv x - y + z + 1 = 0$$

$$\text{Recta } r \equiv \begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x + 2z - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 - z \Rightarrow 2 - z + y + z - 3 = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow$$

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 1 \\ z = \lambda \end{cases}$$

OPCIÓN B

1.B.- a) Resolver el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x+y-3z=0 \\ 2x+3y-z=5 \end{cases}$

b) Hallar la solución del sistema anterior tal que la suma de los valores correspondientes a cada una de las tres incógnitas sea igual a 4

$a)$

$$\begin{cases} -2x-2y+6z=0 \\ 2x+3y-z=5 \end{cases} \Rightarrow y+5z=5 \Rightarrow y=-5z+5 \Rightarrow x+5-5z-3z=0 \Rightarrow x=-5+8z \Rightarrow$$

$$Solución(-5+8\lambda\ ,\ 5-5\lambda\ ,\ \lambda)$$

$b)$

$$-5+8\lambda+5-5\lambda+\lambda=4 \Rightarrow 4\lambda=4 \Rightarrow \lambda=1 \Rightarrow Solución(-5+8.1\ ,\ 5-5.1\ ,\ 1) \Rightarrow$$

$$Solución(3\ ,\ 0\ ,\ 1)$$

2.B.- a) Hallar todas las matrices : $A=\begin{pmatrix} a & a \\ 0 & b \end{pmatrix}$ distintas de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ tales que **A^t = A**

b) Para una cualquiera de las matrices **A**, obtenidas en el aparatado anterior a), calcular **M = A + A^2 + ... + A^{10}**

$a)$

$$\begin{cases} A=\begin{pmatrix} a & a \\ 0 & b \end{pmatrix} \\ A^t=\begin{pmatrix} a & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow A=A^t \Rightarrow \begin{cases} a=a \\ a=0 \Rightarrow A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \Rightarrow \forall b\in\Re \Rightarrow \\ b=b \end{cases}$$

$b)$

$$A^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^3=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b^3 \end{pmatrix}\cdots\cdots A^{10}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b^{10} \end{pmatrix}$$

$$\text{Pr}\,ogresión\ geométrica \Rightarrow b\ ,\ b^2\ ,\ b^3\ ,\ \ldots,\ b^9\ ,\ b^{10} \Rightarrow S_{1-10}=\frac{a_{10}.r-a_1}{r-1}=\frac{b^{10}.b-b}{b-1}=\frac{\left(b^{10}-1\right).b}{b-1} \Rightarrow$$

$$M=A+A^2+\cdots+A^{10}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\left(b^{10}-1\right).b}{b-1} \end{pmatrix}$$

3.B.- Dada la función: $f(x) = xe^{2x}$ se pide:

a) Dibujar su gráfica indicando su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión

b) Calcular el área comprendida entre el eje **OX** y la gráfica de **f(x)** entre **- 1 < x < 1**

$a)$

$$\begin{cases} Dom(x) = \forall x \in \Re \\ Dom\left(e^{2x}\right) = \forall x \in \Re \end{cases} \Rightarrow Dom(f) = \forall x \in \Re$$

Asíntotas verticales

No existen

Asíntotas horizontales

$$y = \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} xe^{2x} = \infty.\infty = \infty \Rightarrow \nexists \text{ asíntota horizontal} \Rightarrow x \to \infty$$

$$y = \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} xe^{2x} = \lim_{x\to\infty}(-x)e^{2(-x)} = -\lim_{x\to\infty}\frac{x}{e^{2x}} = -\frac{\infty}{\infty} = \xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}} = -\lim_{x\to\infty}\frac{1}{2e^{2x}} =$$

$$y = -\frac{1}{\infty} = 0 \Rightarrow \exists\ y = 0 \Rightarrow x \to -\infty$$

Asíntotas oblicuas

$$m = \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty}\frac{xe^{2x}}{x} = \lim_{x\to\infty} e^{2x} = \infty \Rightarrow \nexists \text{ asíntota oblicua} \Rightarrow x \to \infty$$

$$m = \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\frac{xe^{2x}}{x} = \lim_{x\to-\infty} e^{2x} = \lim_{x\to\infty} e^{2(-x)} = \lim_{x\to\infty} e^{-2x} = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{e^{2x}} = \frac{1}{\infty} = 0 \Rightarrow$$

$$\nexists \text{ asíntota oblicua} \Rightarrow x \to -\infty$$

$$f'(x) = e^{2x} + xe^{2x}.2 = e^{2x}(1+2x)$$

Crecimiento y decrecimiento $(Monotonía)$

$$Crecimiento \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow e^{2x}\left(1+2x^2\right) > 0 \Rightarrow \begin{cases} e^{2x} > 0 \Rightarrow \forall x \in \Re \\ 1+2x > 0 \Rightarrow 2x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{2} \Rightarrow \forall x \in \Re / x > -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Decrecimiento $\forall x \in \Re / x < -\frac{1}{2}$ **Crecimiento** $\forall x \in \Re / x > -\frac{1}{2}$

Mínimo en $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot e^{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2}\cdot e^{-1} = -\frac{1}{2e}$ **(de decrecimiento pasa a crecimiento)**

Continuación del Problema 3.B.-

$a)$*Continuación*

$$f''(x) = 2e^{2x}(1+2x) + 2e^{2x} = 2e^{2x}(1+2x+1) = 2e^{2x}(2+2x) = 4e^{2x}(1+x)$$

Concavidad y convexidad

$$Concavidad \Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow 4e^{2x}(1+x) > 0 \Rightarrow \begin{cases} 4 > 0 \Rightarrow \forall x \in \Re \\ e^{2x} > 0 \Rightarrow \forall x \in \Re \\ 1 + x > 0 \Rightarrow x > -1 \Rightarrow \forall x \notin \Re / x > -1 \end{cases}$$

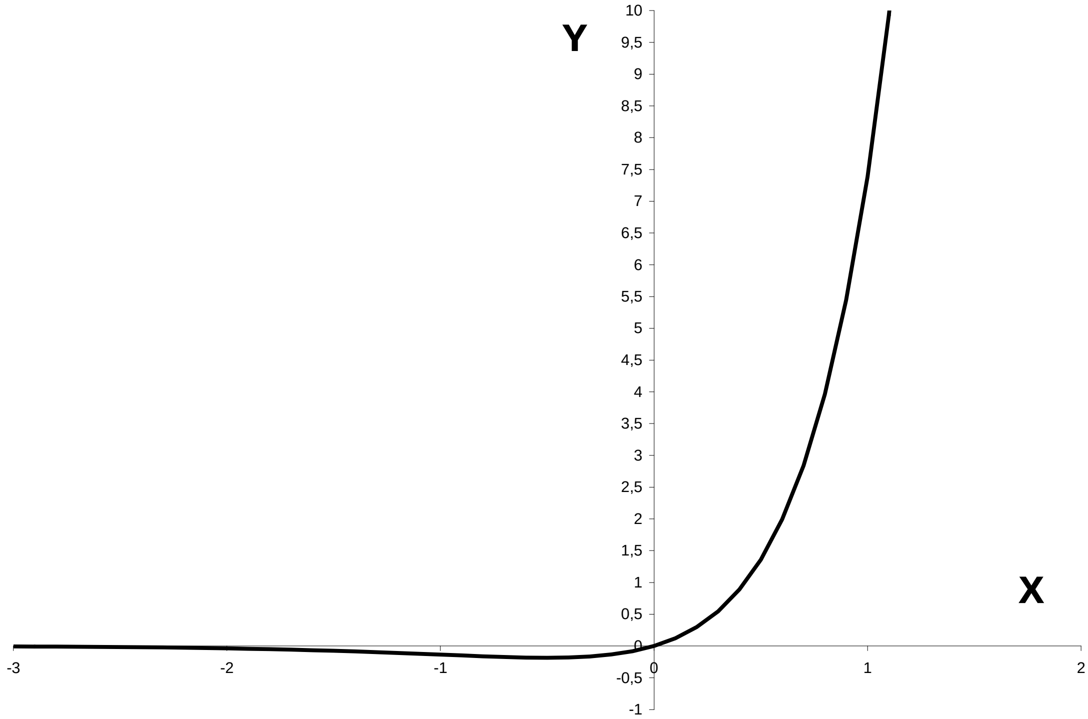
Convexidad $\forall x \in \Re / x < -1$ **Concavidad** $\forall x \in \Re / x > -1$

Punto de inflexión $x = -1 \Rightarrow f(-1) = (-1).e^{2.(-1)} = -e^{-2} = -\frac{1}{e^2} \Rightarrow \left(-1\,,\, -\frac{1}{e^2}\right)$

Puntos de corte

$$Cuando\ x = 0 \Rightarrow f(0) = 0.e^{2.0} = 0.1 = 0 \Rightarrow (0\,,\,0)$$

Gráfica de la función



Continuación del Problema 3.B.-

$b)$

$$\int xe^{2x}dx = x\cdot\frac{1}{2}\cdot e^{2x} - \int\frac{1}{2}\cdot e^{2x}dx = \frac{1}{2}\cdot xe^{2x} - \frac{1}{2}\int e^{2x}dx = \frac{1}{2}\cdot xe^{2x} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot e^{2x} = \frac{1}{2}\cdot e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

$$Por\ \ partes\begin{cases} x = u \Rightarrow dx = du \\ e^{2x}dx = dv \Rightarrow v = \int e^{2x}dx = \int e^{t}\,\dfrac{dt}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot e^{t} = \dfrac{1}{2}\cdot e^{2x}\end{cases}$$

$$2x = t \Rightarrow 2dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$$

$$A = -\int_{-1}^{0} xe^{2x}dx + \int_{0}^{1} xe^{2x}dx = \int_{0}^{-1} xe^{2x}dx + \int_{0}^{1} xe^{2x}dx = \frac{1}{2}\cdot\left[e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)\right]_{0}^{-1} + \frac{1}{2}\cdot\left[e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)\right]_{0}^{1}$$

$$A = \frac{1}{2}\cdot\left[e^{2.(-1)}\left((-1)-\frac{1}{2}\right) - e^{2.0}\left(0-\frac{1}{2}\right)\right] + \frac{1}{2}\cdot\left[e^{2.1}\left(1-\frac{1}{2}\right) - e^{2.0}\left(0-\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$A = \frac{1}{2}\cdot\left[e^{-2}\left(-\frac{3}{2}\right) - e^{0}\left(-\frac{1}{2}\right)\right] + \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot e^{2} - e^{0}\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = \frac{1}{2}\cdot\left[\left(-\frac{3}{2e^{2}}\right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot e^{2} + \frac{1}{2}\right]$$

$$A = \frac{1}{2}\cdot\left(1 + \frac{1}{2}\cdot e^{2} - \frac{3}{2e^{2}}\right) = \frac{1}{4}\cdot\left(2 + e^{2} - \frac{3}{e^{2}}\right) = \frac{e^{4}+2e^{2}-3}{4e^{2}}\,u^{2}$$

4.B Un plano **p** corta a los ejes coordenados en los puntos **A(1 , 0 , 0)** , **B(0 , l , 0)** y **C(0 , 0 , 4)**.
Se pide:

a) Hallar el valor de **l > 0** de manera que el volumen del tetraedro **OABC** (donde **O** es el origen), sea **2**

b) Para el valor de **l** obtenido en el apartado a), calcular la longitud de la altura del tetraedro **OABC** correspondiente al vértice **O**

$a)$

$$V = \frac{1}{6}\cdot \overrightarrow{OA}.\left|\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC}\right| \Rightarrow \overrightarrow{OA}.\left|\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC}\right| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 4\lambda \Rightarrow$$

$$2 = \frac{1}{6}\cdot 4\lambda \Rightarrow 4\lambda = 12 \Rightarrow \lambda = 3$$

$b) Dis\tan cia\ de\ O\ al\ \ plano\ \pi\ \ formado\ \ por\ los\ \ puntos\ \ A\ , B\ \ y\ C$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (0\ ,3\ ,0) - (1\ ,0\ ,0) = (-1\ ,3\ ,0) \\ \overrightarrow{AC} = (0\ ,0\ ,4) - (1\ ,0\ ,0) = (-1\ ,0\ ,4) \\ \overrightarrow{AG} = (x\ ,y\ ,z) - (1\ ,0\ ,0) = (x-1\ ,y\ ,z) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ -1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 12(x-1) + 3z + 4y = 0 \Rightarrow$$

$$\pi \equiv 12x + 4y + 3z - 12 = 0$$

$$d_{O\pi} = \frac{|12.0 + 4.0 + 3.0 - 12|}{\sqrt{12^2 + 4^2 + 3^2}} = \frac{|-12|}{\sqrt{144+16+9}} = \frac{12}{\sqrt{169}} = \frac{12}{13}\ u$$