

**INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos, la 3ª y la 4ª sobre 2 puntos. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} xe^{2x} & \text{si } x < 0, \\ \frac{\ln(x+1)}{x+1} & \text{si } x \geq 0, \end{cases}$  donde  $\ln$  significa logaritmo neperiano, se pide:

- a) (1 punto) Estudiar la continuidad y derivabilidad de  $f(x)$  en  $x = 0$ .
- b) (1 punto) Calcular  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- c) (1 punto) Calcular  $\int_{-1}^0 f(x) dx$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dadas las rectas  $r_1 \equiv \begin{cases} 6x - y - z = 1, \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$  y  $r_2 \equiv \begin{cases} 3x - 5y - 2z = 3, \\ 3x + y + 4z = 3, \end{cases}$  se pide:

- a) (1 punto) Estudiar la posición relativa de  $r_1$  y  $r_2$ .
- b) (1 punto) Calcular la distancia entre las dos rectas.
- c) (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a  $r_1$  y al punto  $P(1, 2, 3)$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 2 puntos.

Se dispone de tres aleaciones A, B y C que contienen, entre otros metales, oro y plata en las proporciones indicadas en la tabla adjunta.

	Oro (%)	Plata (%)
A	100	0
B	75	15
C	60	22

Se quiere obtener un lingote de 25 gramos, con una proporción del 72% de oro y una proporción del 16% de plata, tomando  $x$  gramos de A,  $y$  gramos de B y  $z$  gramos de C. Determínense las cantidades  $x, y, z$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 2 puntos.

Dados dos sucesos,  $A$  y  $B$ , de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que  $p(A) = \frac{4}{9}$ ,  $p(B) = \frac{1}{2}$  y  $p(A \cup B) = \frac{2}{3}$ , se pide:

- a) (1 punto) Comprobar si los sucesos  $A$  y  $B$  son independientes o no.
- b) (1 punto) Calcular  $p(\bar{A}|B)$ , donde  $\bar{A}$  denota el suceso complementario de  $A$ .

## OPCIÓN B

### **Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.**

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y la matriz identidad  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , se pide:

- (0.5 puntos) Calcular la matriz  $B = (A - I)(2I + 2A)$ .
- (1.5 puntos) Determinar el rango de las matrices  $A - I$ ,  $A^2 - I$  y  $A^3 - I$ .
- (1 punto) Calcular la matriz inversa de  $A^6$ , en caso de que exista.

### **Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.**

Se considera la función  $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 + 1}$  y se pide:

- (1 punto) Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .
- (1 punto) Estudiar la existencia de asíntotas horizontales y verticales de la función  $f$  y, en su caso, determinarlas.
- (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y sus extremos relativos en el caso de que existan.

### **Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.**

Sea  $r$  la recta que pasa por los puntos  $P_1(3, 2, 0)$  y  $P_2(7, 0, 2)$ . Se pide:

- (1 punto) Hallar la distancia del punto  $Q(3, 5, -3)$  a la recta  $r$ .
- (1 punto) Hallar el punto de corte de la recta  $r$  con el plano perpendicular a  $r$  que pasa por el punto  $Q$ .

### **Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.**

Se considera el triángulo cuyos vértices son los puntos  $A(1, 3, -1)$ ,  $B(3, 1, 0)$  y  $C(2, 5, 1)$  y se pide:

- (1 punto) Determinar razonadamente si el triángulo es equilátero, isósceles o escaleno.
- (1 punto) Obtener las medidas de sus tres ángulos.

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

**Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

En todos los ejercicios, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones, cualquier argumento válido o razonamiento que conduzca a la solución del problema será valorado con la puntuación correspondiente.

#### OPCIÓN A

##### Ejercicio 1.

- a) Continuidad: 0.5 puntos. Derivabilidad: 0.5 puntos (en ambos casos se repartirá en procedimiento: 0.25, cálculos: 0.25).
- b) Para cada uno de los dos límites, se asignarán 0.25 puntos por saber qué límite hay que calcular y 0.25 puntos por el cálculo correcto.
- c) Plantear la integral a calcular: 0.25 puntos. Obtener la primitiva: 0.5 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos.

##### Ejercicio 2.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

##### Ejercicio 3.

Planteamiento del sistema: 1 punto. Resolución: 1 punto.

##### Ejercicio 4.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

#### OPCIÓN B

##### Ejercicio 1.

- a) Procedimiento: 0.25 puntos. Resultado 0.25 puntos.
- b) Por cada rango: 0.5 puntos (repartidos en 0.25, por calcular la matriz y 0.25 por obtener el rango).
- c) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.

##### Ejercicio 2.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos. Es necesario justificar la no existencia de asíntotas verticales y el hecho de que la horizontal lo es solamente en  $+\infty$ .
- c) Calcular la derivada: 0.25 puntos. Hallar correctamente el único punto crítico: 0.25 puntos. Determinar el crecimiento y decrecimiento: 0.5 puntos.

##### Ejercicio 3.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

##### Ejercicio 4.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.