

## PROBLEMAS MÉTRICOS.

### ÁNGULOS

**ANGULO ENTRE DOS RECTAS**

$$\cos(r_1, r_2) = \cos(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = \frac{\left| \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 \right|}{\left| \vec{v}_1 \right| \left| \vec{v}_2 \right|}$$

**ANGULO ENTRE DOS PLANOS**

$$\cos(\Pi_1, \Pi_2) = \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{\left| \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \right|}{\left| \vec{n}_1 \right| \left| \vec{n}_2 \right|}$$

**ÁNGULO ENTRE RECTA Y PLANO**

$$\sin(r, \Pi) = \cos(\vec{v}_r, \vec{n}_\Pi) = \frac{\left| \vec{v}_r \cdot \vec{n}_\Pi \right|}{\left| \vec{v}_r \right| \left| \vec{n}_\Pi \right|}$$

### DISTANCIA ENTRE PUNTOS, RECTAS Y PLANOS

**DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS: A(x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>,z<sub>1</sub>) , B(x<sub>2</sub>,y<sub>2</sub>,z<sub>2</sub>)**

$$d(A, B) = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

**DISTANCIA ENTRE UN PUNTO Y UNA RECTA**

$$d(P, r) = \frac{\left| \vec{PP_r} \times \vec{v}_r \right|}{\left| \vec{v}_r \right|}$$

**DISTANCIA ENTRE UN PUNTO Y UN PLANO: P(x<sub>0</sub>,y<sub>0</sub>,z<sub>0</sub>), Π: Ax + By + Cz + D = 0**

$$d(P, \Pi) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

**DISTANCIA ENTRE DOS RECTAS**

$$d(r, s) = \frac{|\left[ \vec{v}_r, \vec{v}_s, \vec{P_r P_s} \right]|}{\left| \vec{v}_r \times \vec{v}_s \right|}$$

**DISTANCIA ENTRE UNA RECTA Y UN PLANO**

$$d(r, \Pi) = d(P_r, \Pi)$$

**DISTANCIA ENTRE DOS PLANOS**

$$d(\Pi_1, \Pi_2) = d(P_1, \Pi_2)$$

$$\text{Si } \begin{cases} \pi_1 : Ax + By + Cz + D = 0 \\ \pi_2 : Ax + By + Cz + D' = 0 \end{cases} \Rightarrow d(\pi_1, \pi_2) = \frac{|D - D'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$