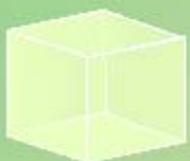
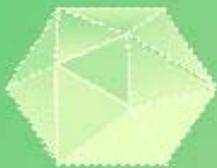
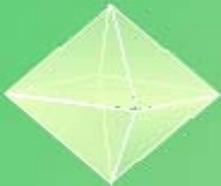
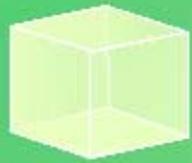


MATEMÁTICAS I:

1º BACHILLERATO

Capítulo 2: Álgebra



Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-060661

Fecha y hora de registro: 2015-01-10 17:30:14.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es



Autores: José Antonio Encabo de Lucas y Eduardo Cuchillo

Revisora: Nieves Zuasti

Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Índice

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.

1. RESOLUCION POR EL MÉTODO DE GAUSS
2. DISCUSION DE SISTEMAS APLICANDO EL METODO DE GAUSS
3. PROBLEMAS DE ECUACIONES LINEALES
4. SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES Y SU INTERPRETACIÓN GRÁFICA

Resumen

En este capítulo sobre Álgebra repasaremos conceptos relacionados con polinomios, ecuaciones e inecuaciones, para adentrarnos en los sistemas de ecuaciones, su resolución y representaciones gráficas, basándonos en el método de resolución de sistemas de ecuaciones, "*Método de Gauss*" matemático muy importante en Álgebra pues fue el primero en dar una demostración del teorema fundamental del Álgebra: "*Toda ecuación algebraica de grado n tiene n soluciones*".

Seguiremos con las inecuaciones y sistemas de inecuaciones que tienen interesantes aplicaciones.



Karl Friedrich Gauss

3. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Los sistemas de ecuaciones lineales son ecuaciones en las que todas sus incógnitas están elevadas a la unidad, no pudiendo aparecer el producto de dos de ellas.

Es un conjunto de ecuaciones que debe verificarse para los mismos valores de las incógnitas, llamadas **soluciones**.

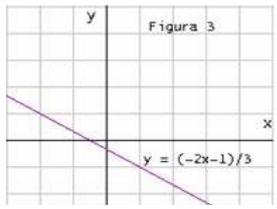
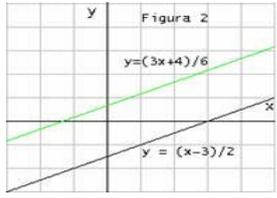
Resolver un sistema es encontrar los valores que, sustituidos en las incógnitas, cumplan todas las ecuaciones a la vez

Se clasifican atendiendo a criterios diversos: número de ecuaciones o de incógnitas, tipo de las soluciones...

Los sistemas de ecuaciones lineales atendiendo, al tipo de de solución, se clasifican en, los que tienen solución se llaman *compatibles* y los que no, *incompatible*. Los compatibles pueden ser

- **Compatible determinado:** si posee una solución
- **Compatible indeterminado:** si posee más de una solución (poseen infinitas)

Sistemas de ecuaciones y posiciones de sus rectas en el plano:

Sistema Compatible	}	Determinado	<ul style="list-style-type: none"> - Solución única - Rectas secantes 	
		Indeterminado	<ul style="list-style-type: none"> - Infinitas soluciones - Rectas coincidentes 	
Sistema Incompatible			<ul style="list-style-type: none"> - No tiene solución - Rectas paralelas 	

Vamos a repasar los tres métodos elementales de resolución de sistemas lineales con dos ecuaciones y con dos incógnitas que son:

Ejemplo

✚ Resolveremos el siguiente sistema:

$$5x - y = 3$$

$$2x + 3y = 8$$

◆ Método de sustitución:

El proceso consiste en despejar una cualquiera de las incógnitas de una cualquiera de las ecuaciones y sustituir en la otra.

Despejamos por ejemplo, la y de la primera ecuación:

$$\underline{y = 5x - 3}$$

Y sustituimos en la segunda:

$$2x + 3(5x - 3) = 8 \Rightarrow x = 1$$

Y, por tanto $y = 2$

◆ Método de Igualación:

Se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones, igualando posteriormente ambas expresiones.

Despejamos, por ejemplo, la y en ambas ecuaciones:

$$\underline{5x - y = 3}$$

$$2x + 3y = 8 \Rightarrow y = 5x - 3$$

$$y = \frac{8 - 2x}{3}$$

Igualando:

$$5x - 3 = \frac{8 - 2x}{3} \Rightarrow x = 1$$

Posteriormente, para hallar y se sustituye el valor encontrado de x en una cualquiera de las dos ecuaciones iniciales, y se calcula el correspondiente valor *de* y .

◆ Método de reducción:

Este método consiste en transformar alguna de las ecuaciones en otras equivalentes de manera que al sumarlas o restarlas se eliminen una de las incógnitas.

Multiplicando la primera ecuación por 3, obtenemos el sistema equivalente al siguiente:

$$\underline{5x - y = 3} \quad \underline{15x - 3y = 9} \Rightarrow 17x = 17 \Rightarrow x = 1$$

$$2x + 3y = 8 \Rightarrow 2(1) + 3y = 8$$

Gráficamente las ecuaciones con dos incógnitas representan en el plano una recta.

En el caso anterior, la ecuación: $y = 5x - 3$ y la ecuación: $y = \frac{8 - 2x}{3}$ son dos rectas en el plano.

Ejemplo:

Resolver analítica y gráficamente el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Dos rectas son secantes si sólo tienen un punto en común. Al resolver el sistema que forman sus ecuaciones obtenemos una solución que se corresponde con las coordenadas del punto de corte.

Analítica

Re resolvemos el sistema por reducción.

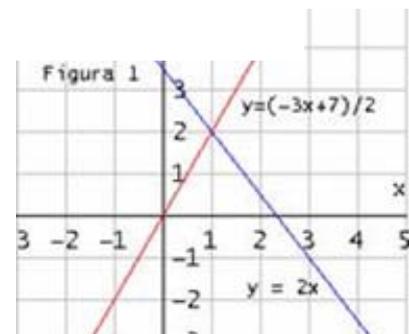
$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 1^a \\ 2^a \cdot (2) \end{matrix} \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 7x = 7 \\ x = 1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 3 \cdot 1 + 2y = 7 \\ y = 2 \end{matrix} \quad \text{Sol: } (1, 2)$$

Graficamente

Hacemos la tabla de valores de cada una de las ecuaciones.

Representamos las dos rectas que forman el sistema de ecuaciones.

$$\begin{array}{l} 1^a \quad 3x + 2y = 7 \rightarrow y = \frac{-3x + 7}{2} \rightarrow \begin{array}{l} x \quad 0 \quad 1 \\ y \quad 3,5 \quad 2 \end{array} \\ 2^a \quad y = 2x \rightarrow \begin{array}{l} x \quad 0 \quad 1 \\ y \quad 0 \quad 2 \end{array} \end{array}$$



3.1. Resolución por el método de Gauss



GAUSS: Fuente Google

El método de *Gauss* está basado en el método de reducción también llamado de cascada o triangulación.

La ventaja que tiene este método es que es fácilmente generalizable a sistemas con cualquier número de ecuaciones y de incógnitas.

Este método consiste en obtener, para un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, un sistema equivalente cuya primera ecuación

tenga tres incógnitas; la segunda, dos; y la tercera una. Se obtiene así un sistema triangular de la forma siguiente:

$$(A|I) = \left[\begin{array}{cccc|cccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{array} \right]$$

↓ Transformaciones realizadas con las operaciones a) y b)

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & b_{11} & b_{12} & b_{13} & \dots & b_{1n} \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & b_{21} & b_{22} & b_{23} & \dots & b_{2n} \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & b_{31} & b_{32} & b_{33} & \dots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \dots & b_{nn} \end{array} \right] = (I|A)$$

Recuerda que:

Un sistema equivalente a otro cuando ambos tienen las mismas soluciones.

Son sistemas cuyas ecuaciones son complicadas, en su lugar resolvemos otro sistema que tenga las mismas soluciones que el propuesto (sistema equivalente) y que sea de ecuaciones mucho más sencilla

$$\begin{cases} Ax + By + Cz = D \\ 0 + B'y + C'z = D' \\ 0 + 0 + C''z = D'' \end{cases}$$

La resolución del sistema es inmediata; en la tercera ecuación calculamos sin dificultad el valor de z , llevamos este valor de z a la segunda ecuación y obtenemos el valor de y , y con ambos valores calculamos el valor de x en la primera ecuación.

Ejemplo:

✚ Resuelve, aplicando el método de Gauss, el sistema:

$$\begin{cases} x + 4y + 3z = -1 \\ 2x - 3y - 2z = 1 \\ -x + 2y + 4z = 2 \end{cases}$$

El proceso es el siguiente:

1. Se elimina la incógnita x en las ecuaciones segunda y tercera, sumando a éstas, la primera ecuación multiplicada por 2 y 1, respectivamente, quedando el sistema:

$$\begin{array}{rcl} & & x + 4y + 3z = -1 \\ E2 - 2E1 & & 0 - 11y - 8z = 3 \\ E3 + E1 & & 0 + 6y + 7z = 1 \end{array}$$

2. Suprimimos la incógnita y de la tercera ecuación sumando a la misma, previamente multiplicada por 11, la segunda multiplicada por 6:

$$\begin{array}{r} x + 4y + 3z = -1 \\ 0 - 11y - 8z = 3 \\ 0 + 0 + 29z = 29 \end{array}$$

$11E3 + 6E2$

3. Se resuelve el sistema escalonado empezando por la tercera ecuación:

$$29z = 29 \Rightarrow z = \frac{29}{29} \Rightarrow z = 1$$

Ahora, en la segunda ecuación:

$$-11y - 8(1) = 3 \Leftrightarrow -11y = -11 \Leftrightarrow y = -1$$

Y, por último, en la primera:

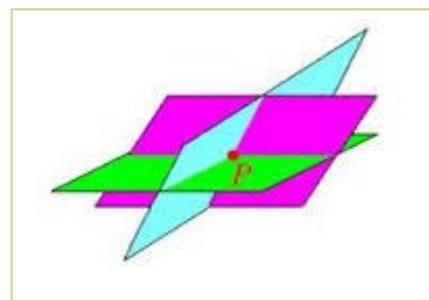
$$x + 4(-1) + 3 \cdot 1 = -1 \Leftrightarrow x = -1 + 1 = 0$$

La solución del sistema es:

$$x = 0, y = -1, z = 1$$

Geoméricamente como cada ecuación lineal con tres incógnitas representa un plano, podemos decir que los tres planos se cortan en el punto $(0, -1, 1)$ que es el único punto común a los tres.

Es un sistema **compatible determinado**.



3.2. Discusión de sistemas aplicando el método de Gauss

Discutir un sistema consiste en explicar razonadamente sus posibilidades de solución dependiendo del valor de sus coeficientes y términos independientes. En los sistemas escalonados la discusión se hace a partir de la ecuación más simple, que supondremos que es la última. Así, estudiando la tercera ecuación del sistema $[2]$, $a''_{33}z = b''_3$, se determinan las posibilidades de solución del sistema inicial, verificándose:

Partimos del sistema inicial

$$a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \quad (E1)$$

$$a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \quad (E2)$$

$$a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \quad (E3)$$

que transformamos en otro equivalente a él, de la forma:

$$a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \quad (E1)$$

$$0 + a'_{22}y + a'_{23}z = b'_2 \quad (E'2)$$

$$0 + 0 + a''_{33}z = b''_3 \quad (E''3)$$

Para ello se elimina la incógnita x de la ecuación segunda ($E2$) y ($E3$) y las incógnitas x e y de la tercera ecuación ($E3$).

Así, estudiando la tercera ecuación del sistema propuesto, $a_{33}''z = b''_3$, se determinan las posibilidades de solución del sistema inicial, verificándose:

- Si $a_{33}'' \neq 0$ el sistema es **compatible determinado**, pues siempre se puede encontrar una solución única empezando a resolver el sistema por la tercera ecuación.
- Si $a_{33}'' = 0$ y $b''_3 = 0$ el sistema es **compatible indeterminado**, pues la ecuación $E3$ desaparece (queda $0z = 0$, que se cumple para cualquier valor de z resultando así un sistema con dos ecuaciones y tres incógnitas), el sistema anterior queda:

$$\begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a'_{22}y + a'_{23}z = b'_2 \\ 0z = 0 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a'_{22}y + a'_{23}z = b'_2 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y = b_1 - a_{13}z \\ a'_{22}y = b'_2 - a'_{23}z \end{array}$$

Para resolver este sistema hemos de suponer la incógnita z conocida y hallar las otras en función de ella. (En la práctica, suele hacerse $z = k$.)

- Si $a_{33}'' = 0$ y $b''_3 \neq 0$ el sistema es **incompatible**, pues la ecuación $E3$ queda $0z = b''_3 \neq 0$, que evidentemente es absurda, pues cualquier valor de z multiplicado por 0 debe dar 0.

Ejemplo:

- ✚ Discute y halla la solución del sistema:

$$\begin{array}{l} x + 2y + 3z = 4 \\ -x + 3y - z = -2 \\ 2x - y + 4z = 6 \end{array}$$

Utilizando el método de Gauss se tiene:

$$\begin{array}{l} x + 2y + 3z = 4 \\ -x + 3y - z = -2 \\ 2x - y + 4z = 6 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} E2 + E1 \\ E3 - 2E1 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} x + 2y + 3z = 4 \\ 5y + 2z = 2 \\ -5y - 2z = -2 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} x + 2y + 3z = 4 \\ 5y + 2z = 2 \\ E3 + E2 \\ 0z = 0 \end{array}$$

Como la ecuación $E3$ se ha anulado el sistema es **compatible Indeterminado**, ya que tiene menos ecuaciones que incógnitas, tendrá infinitas soluciones, pudiendo expresarlas todas en función de una de ellas.

Este sistema es equivalente a:

$$\begin{array}{l} x + 2y + 3z = 4 \\ 5y + 2z = 2 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} x + 2y = 4 - 3z \\ 5y = 2 - 2z \end{array}$$

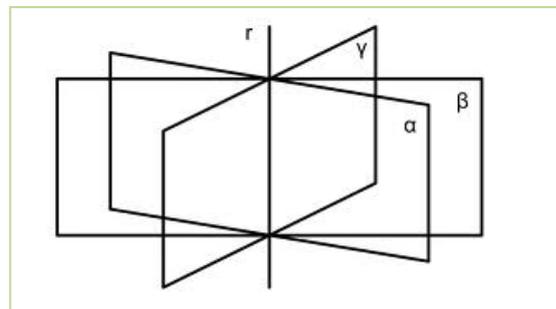
Despejando y en $E2$, resulta $y = \frac{2 - 2z}{5}$. Sustituyendo en $E1$:

$$x + 2 \cdot \left(\frac{2-2z}{5} \right) = 4 - 3z \Leftrightarrow x = 4 - \frac{4-4z}{5} - 3z \Leftrightarrow x = \frac{16-11z}{5}$$

Haciendo $z = k$, la solución es:

$$x = \frac{16-11k}{5}; y = \frac{2-2k}{5}; z = k$$

Geoméricamente, las ecuaciones del sistema anterior representan a tres planos con infinitos puntos comunes alineados según una recta.



Actividades resueltas:

✚ Resolver por el método de Gauss el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 2x - y + 3z = 1 \\ 3x + y + 4z = 5 \end{cases}$$

Eliminamos x en la 2ª y 3ª ecuaciones. Para ello hacemos: $E2 - 2E1$ y $E3 - 3E1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ -5y + z = -5 \\ -5y + z = -4 \end{cases}$$

Eliminamos y en la 3ª ecuación, para ello hacemos: $E3 - E2$:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ -5y + z = -5 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

La última ecuación $0 = 1$ es un absurdo que nos dice que el sistema es **incompatible, sin solución**.

Geoméricamente, los planos que representan a las ecuaciones no tienen ningún punto en común.



✚ Resuelve, aplicando el método de Gauss, el sistema:

$$\begin{cases} x + 4y + 3z = -1 \\ 2x - 3y - 2z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = 2 \end{cases}$$

El proceso es el siguiente:

1. Se elimina la incógnita x en las ecuaciones segunda y tercera, sumando a éstas, la primera ecuación multiplicada por -2 y 1 , respectivamente: $E2 - 2E1$; $E3 + E1$, quedando el sistema:

$$\begin{cases} x + 4y + 3z = -1 \\ 0 - 11y - 8z = 3 \\ 0 + 6y + 7z = 1 \end{cases}$$

2. Suprimimos la incógnita y de la tercera ecuación sumando a la misma, previamente multiplicada por 11, la segunda multiplicada por 6: $11E3 + 6E2$.

$$\begin{cases} x + 4y + 3z = -1 \\ 0 - 11y - 8z = 3 \\ 0 + 0 + 29z = 29 \end{cases}$$

3. Se resuelve el sistema escalonado empezando por la tercera ecuación:

$$29z = 29 \Rightarrow z = 1.$$

Ahora, en la segunda ecuación:

$$-11y - 8 \cdot 1 = 3 \Leftrightarrow -11y = 11 \Leftrightarrow y = -1$$

Y por último, en la primera:

$$x + 4 \cdot (-1) + 3(1) = -1 \Leftrightarrow x = -1 + 1 = 0.$$

La solución del sistema es:

$$x = 0, y = -1, z = 1.$$

Actividades propuestas

55. Resolver por el método de *Gauss* los sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + 2y - z = 5 \\ 5x - 3y + z = 3 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 7x + 2y - z = 0 \\ 3x + 5y + 4z = 0 \end{cases}$$

56. Resuelve y discute si es posible el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + y - 2z = 2 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

57. Discutir y resolver cuando sea posible, los siguientes sistemas lineales de ecuaciones.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 6y - 4z = -7 \\ x + 8y + 4z = 6 \\ x + y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y - 6z - 4t = 6 \\ 3x + 2y - 3z + 8t = -7 \\ 3x - y - 6z - 4t = 2 \\ 4x - y + 3z + 12t = 0 \end{cases}$$

3.3. Problemas de ecuaciones lineales

Se pueden plantear problemas de la vida diaria que se pueden resolver aplicando el método de *Gauss*, ya que dan lugar a sistemas de más de dos ecuaciones e incógnitas.

Antes de resolver un problema vamos a dar unos consejos que vendrán bien para su pronta y eficaz resolución.

Recuerda que:

En la resolución del problema no importa tanto llegar a obtener la solución del problema como el **proceso** seguido en el mismo, que es el que realmente nos ayuda a potenciar nuestra forma de pensar. Para empezar debemos familiarizarnos con el problema, comprendiendo el enunciado y adquiriendo una idea clara de los datos que intervienen en éste, las relaciones entre ellos y lo que se pide.

En la fase de familiarización con el problema se deben tener en cuenta las pautas siguientes:

Antes de hacer trata de entender

Tómate el tiempo necesario.

Actúa sin prisa y con tranquilidad

Imagínate los elementos del problema y juega con ellos

Pon en claro la situación de partida, la intermedia y a la que debes llegar.

Buscar estrategias para resolver el problema y una vez encontrada llevarla adelante.

Revisar el proceso y sacar consecuencias de él: El resultado que hemos obtenido, hacemos la comprobación y observamos que verifica las condiciones impuestas por el problema.

Ejemplo:

- ✚ Averigua cuántos hombres, mujeres y niños hay en una reunión sabiendo que: Si hubiera un niño más, habría igual número de niños que de hombres y mujeres juntos. Si hubiese 8 mujeres más, el número de éstas doblaría a la suma de hombres y niños. El triple de la cantidad de hombres más el número de mujeres es igual al número de niños más 5.

Si llamamos x al número de hombres, al de mujeres y y al de niños z , obtendremos el sistema siguiente:

$$\begin{cases} z + 1 = x + y \\ y + 8 = 2(x + z) \\ 3x + y = z + 5 \end{cases}$$

Pasamos las incógnitas al 1º miembro y obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y + 2z = 8 \\ 3x + y - z = 5 \end{cases}$$

Vamos a resolverlo aplicando el método de *Gauss*:

Eliminamos x en la 2ª y 3ª ecuación. Para ello hacemos $E2-2E1$; $E3-3E1$

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 0 - 3y + 4z = 6 \\ 0 - 2y + 2z = 2 \end{cases}$$

La 3ª ecuación es simplificable, la dividimos por 2, quedando $E3/2$:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -3y + 4z = 6 \\ -y + z = 1 \end{cases}$$

Eliminamos y en la 3ª ecuación. Para ello hacemos $-3E3+E2$:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -3y + 4z = 6 \\ z = 3 \end{cases}$$

Obtenemos así un sistema en forma escalonada muy sencillo de resolver. De la 3ª ecuación obtenemos el valor de z : $z = 3$. Sustituyendo $z = 3$ en la 2ª ecuación:

$$-3y + 4(3) = 6 \Rightarrow -3y = -6 \Rightarrow y = 2$$

Sustituyendo los valores de y y de z obtenidos en la 1ª ecuación:

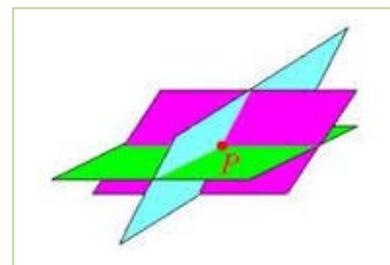
$$x + 2 - 3 = 1 \Rightarrow x = 2$$

Es un sistema **compatible determinado** con solución única:

$x = 2$ hombres, $y = 2$ mujeres, $z = 3$ niños.

Comprobamos el resultado. En efecto un niño más, 4, es igual al número de mujeres más hombres, $2 + 2$. 8 mujeres más, 10, dobla al número de hombres y niños: $2(2 + 3)$. El triple de la cantidad de hombres, 6, más el número de mujeres, $6 + 2 = 8$, es igual al número de niños más 5, $3 + 5$.

Geoméricamente son tres planos que se cortan en el punto $(2, 2, 3)$ que es el único punto común a los tres.



Actividades propuestas

58. Compramos 8 kg de café natural y 5 kg de café torrefacto, pagando 66 €. Calcula el precio del kilo de cada tipo de café, sabiendo que si mezclamos mitad y mitad resulta el kilo a 5 €.
59. Una madre tiene el doble de la suma de las edades de sus hijos. La edad del hijo menor es la mitad de la de su hermano. la suma de las edades de los niños y la de la madre es 45 años. ¿Qué edades tienen?
60. Deseamos vender un coche, un piso y una finca por un total de 300000 €. Si la finca vale cuatro veces más que el coche y el piso cinco veces más que la finca, ¿cuánto vale cada cosa?
61. Las tres cifras de un número suman 18. Si a ese número se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, se obtiene 594; la cifra de las decenas es media aritmética entre las otras dos. Halla dicho número.

RESUMEN

Noción	Descripción	Ejemplos
Polinomio	Expresión construida a partir de la suma de monomios	$-x^3 + 4x^2 + 8x + 6$ Grado 3
Grado de un polinomio	El mayor grado de sus monomios	
Suma, resta y producto de polinomios	El resultado siempre es otro polinomio	$p = -3x + 6; q = x^2 + 4.$ $p + q = x^2 - 3x + 10;$ $p - q = -x^2 - 3x + 2;$ $p \cdot q = -3x^3 + 6x^2 - 12x + 24.$
División de dos polinomios	Se obtienen otros dos polinomios, los polinomios cociente ($c(x)$) y resto ($r(x)$), ligados a los polinomios iniciales, los polinomios dividendo ($p(x)$) y divisor ($q(x)$)	$p(x) = q(x) \cdot c(x) + r(x)$
Regla de Ruffini	Nos puede ayudar a la hora de factorizar un polinomio y conocer sus raíces	
Teorema del resto	El valor numérico que adopta un polinomio $p(x)$ al particularizarlo en $x = \alpha$ coincide con el resto que aparece al dividir $p(x)$ entre $x - \alpha$.	
Raíz de un polinomio	Un número real concreto α es una raíz , o un cero , del polinomio P , si al evaluar P en $x = \alpha$ obtenemos el número 0, es decir, si $p(\alpha) = 0$	2 es raíz de $-3x + 6$. 1 y -3 son raíces de $x^2 + 2x - 3$
Factorización de un polinomio	Consiste en expresarlo como producto de otros polinomios de menor grado	$x^5 - 3x^3 - x^2 + 3 =$ $= (x^2 - 3) \cdot (x^3 - 1)$
Fracciones algebraicas	Es una fracción de expresiones polinómicas	$\frac{x^2 - 1}{x^3 + x^2 - 6x}$
Resolución de ecuaciones de 1º grado	Son igualdades algebraicas con una sola incógnita y de grado uno.	$\frac{7(x-1)}{3} + \frac{5x}{6} = 1 - \frac{x}{2}$
Resolución de ecuaciones de segundo grado	Igualdades algebraicas con una sola incógnita y elevada al cuadrado.	$-x^2 + 4x + 5$ Cuya solución es: $x_1 = -1; x_2 = 5$
Resoluciones de inecuaciones de 1º grado	Desigualdades algebraicas con una sola incógnitas de grado uno	$\frac{x-3}{3} - \frac{(x-7)}{6} > \frac{4-x}{2}$
Resolución de inecuaciones de 2º grado	Desigualdades algebraicas con una sola incógnita, elevadas al cuadrado.	$x^2 - 6x + 5 > 0$ su solución es el intervalo (1, 5).
Sistemas de ecuaciones lineales, por el método de Gauss	Los sistemas de ecuaciones lineales son ecuaciones en las que todas sus incógnitas están elevadas a la unidad, no pudiendo aparecer el producto de dos de ellas. Resolución por el método de Gauss.	$x + 4y + 3z = -1$ $2x - 3y - 2z = 1$ $-x + 2y + 4z = 2$
Sistemas de inecuaciones lineales	Los sistemas de inecuaciones lineales son inecuaciones en las que todas sus incógnitas están elevadas a la unidad.	

