Resolución de triángulos.

063 Resuelve los siguientes triángulos.

a) $a = 10$ cm, $b = 14$ cm, $c = 8$ cm
b) $b = 6$ cm, $c = 9$ cm, $\widehat{A} = 39°\ 12'$
c) $a = 7$ cm, $\widehat{B} = 38°\ 49'$, $\widehat{C} = 66°\ 40'$
d) $a = 8$ cm, $b = 10$ cm, $\widehat{B} = 36°\ 38'$
e) $a = 2,1$ cm; $b = 1,4$ cm; $c = 1,8$ cm
f) $a = 9$ cm, $c = 5$ cm, $\widehat{B} = 103°\ 27'$
g) $b = 8,3$ cm; $c = 9,1$ cm; $\widehat{C} = 112°\ 50'$
h) $c = 6$ cm, $\widehat{A} = 27°\ 42'$, $\widehat{B} = 98°\ 20'$

a) Aplicamos el teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \widehat{A} \rightarrow \cos \widehat{A} = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc} = \frac{-100 + 196 + 64}{2 \cdot 14 \cdot 8} = 0,7143$$

$\widehat{A} = 44°\ 24'\ 55,1''$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \widehat{B} \rightarrow \cos \widehat{B} = \frac{-b^2 + a^2 + c^2}{2ac} = \frac{-196 + 100 + 64}{2 \cdot 10 \cdot 8} = -0,2$$

$\widehat{B} = 101°\ 32'\ 13''$

$\widehat{C} = 180° - 44°\ 24'\ 55,1'' - 101°\ 32'\ 13'' = 34°\ 2'\ 51,85''$

b) Aplicamos el teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \widehat{A} \rightarrow a^2 = 6^2 + 9^2 - 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \cos 39°\ 12' \rightarrow a = 5,77 \text{ cm}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \widehat{B} \rightarrow \cos \widehat{B} = \frac{-b^2 + a^2 + c^2}{2ac} = \frac{-36 + 33,3 + 81}{2 \cdot 5,77 \cdot 9} = 0,7534$$

$\widehat{B} = 41°\ 4'\ 14,51'' \rightarrow \widehat{C} = 180° - 39°\ 12' - 41°\ 4'\ 14,51'' = 99°\ 43'\ 45,49''$

c) $\widehat{A} = 180° - 38°\ 49' - 66°\ 40' = 74°\ 31°$

Aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{b}{\operatorname{sen} \widehat{B}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \frac{b}{\operatorname{sen} 38°\ 49'} = \frac{7}{\operatorname{sen} 74°\ 31'} \rightarrow b = 4,55 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{\operatorname{sen} \widehat{C}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \frac{c}{\operatorname{sen} 66°\ 40'} = \frac{7}{\operatorname{sen} 74°\ 31'} \rightarrow c = 6,67 \text{ cm}$$

d) Aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{b}{\operatorname{sen} \widehat{B}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \frac{10}{\operatorname{sen} 36°\ 38'} = \frac{8}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \operatorname{sen} \widehat{A} = 0,4774$$

$\widehat{A} = 28°\ 30'\ 45,7''$

$\widehat{C} = 180° - 36°\ 38' - 28°\ 30'45,7'' = 114°\ 51'\ 14,3''$

$$\frac{c}{\operatorname{sen} \widehat{C}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \frac{c}{\operatorname{sen} 114°\ 51'\ 14,3''} = \frac{8}{\operatorname{sen} 28°\ 30'\ 45,7''} \rightarrow c = 15,21 \text{ cm}$$

e) Aplicamos el teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \widehat{A} \rightarrow \cos \widehat{A} = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc} = \frac{-4,41 + 1,96 + 3,24}{2 \cdot 1,4 \cdot 1,8} = 0,1567$$

$\widehat{A} = 80°\ 58'\ 54,9''$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \widehat{B} \rightarrow \cos \widehat{B} = \frac{-b^2 + a^2 + c^2}{2ac} = \frac{-1,96 + 4,41 + 3,24}{2 \cdot 2,1 \cdot 1,8} = 0,7606$$

$\widehat{B} = 40°\ 29'\ 4,08''$

$\widehat{C} = 180° - 40°\ 29'\ 4,08'' = 58°\ 32'\ 1,02''$

f) Aplicamos el teorema del coseno:

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \widehat{B} \rightarrow b = \sqrt{81 + 25 - 90 \cdot \cos 103° \, 27'} = 11{,}27 \text{ cm}$

Aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{b}{\operatorname{sen} \widehat{B}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \frac{11{,}27}{\operatorname{sen} 103° \, 27'} = \frac{9}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \operatorname{sen} \widehat{A} = 0{,}7767$$

$\widehat{A} = 50° \, 57' \, 26{,}6'' \rightarrow \widehat{C} = 180° - 50° \, 57' \, 26{,}6'' - 103° \, 27' = 25° \, 35' \, 33{,}4''$

g) Aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{c}{\operatorname{sen} \widehat{C}} = \frac{b}{\operatorname{sen} \widehat{B}} \rightarrow \frac{9{,}1}{\operatorname{sen} 112° \, 50'} = \frac{8{,}3}{\operatorname{sen} \widehat{B}} \rightarrow \operatorname{sen} \widehat{B} = 0{,}8406$$

$\widehat{B} = 57° \, 12' \, 18{,}2'' \rightarrow \widehat{A} = 180° - 112° \, 50' - 57° \, 12' \, 18{,}2'' = 9° \, 57' \, 41{,}8''$

$$a = \frac{9{,}1 \cdot \operatorname{sen} 91° \, 57' \, 41{,}8''}{\operatorname{sen} 112° \, 50'} = 1{,}71 \text{ cm}$$

h) $\widehat{C} = 180° - 27° \, 42' - 98° \, 20' = 53° \, 58'$

Aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{c}{\operatorname{sen} \widehat{C}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \frac{6}{\operatorname{sen} 53° \, 58'} = \frac{a}{\operatorname{sen} 27° \, 42'} \rightarrow a = 3{,}45 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{\operatorname{sen} \widehat{C}} = \frac{b}{\operatorname{sen} \widehat{B}} \rightarrow \frac{6}{\operatorname{sen} 53° \, 58'} = \frac{b}{\operatorname{sen} 98° \, 20'} \rightarrow b = 7{,}34 \text{ cm}$$

064 **Encuentra las soluciones para estos triángulos.**

a) $a = 12$ cm, $b = 7$ cm, $c = 6$ cm
b) $a = 8$ cm, $c = 9$ cm, $\widehat{A} = 42° \, 55'$
c) $a = 10$ cm, $c = 9$ cm, $\widehat{A} = 72° \, 55'$
d) $b = 6$ cm; $c = 4{,}5$ cm; $\widehat{C} = 38° \, 26'$
e) $c = 12$ cm, $\widehat{A} = 92°$, $\widehat{B} = 26° \, 28'$
f) $a = 11$ cm, $b = 12$ cm, $\widehat{A} = 27° \, 36'$

a) Aplicamos el teorema del coseno:

$$\cos \widehat{A} = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc} = \frac{-144 + 49 + 36}{2 \cdot 7 \cdot 6} = -0{,}7024$$

$\widehat{A} = 134° \, 37' \, 6''$

$$\cos \widehat{B} = \frac{-b^2 + a^2 + c^2}{2ac} = \frac{-49 + 144 + 36}{2 \cdot 12 \cdot 6} = 0{,}9097$$

$\widehat{B} = 24° \, 31' \, 58{,}8''$

$\widehat{C} = 180° - 24° \, 31' \, 58{,}8'' - 134° \, 37' \, 6'' = 20° \, 50' \, 55{,}2''$

b) Aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{c}{\operatorname{sen} \widehat{C}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \frac{9}{\operatorname{sen} \widehat{C}} = \frac{8}{\operatorname{sen} 42° \, 55'} \rightarrow \operatorname{sen} \widehat{C} = 0{,}7661$$

$\widehat{C} = 50° \, 2''$ $\qquad \widehat{B} = 180° - 42° \, 55' - 50° \, 2'' = 87° \, 4' \, 58''$

$$\frac{b}{\operatorname{sen} \widehat{B}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \frac{b}{\operatorname{sen} 87° \, 4' \, 58''} = \frac{8}{\operatorname{sen} 42° \, 55'} \rightarrow b = 11{,}73 \text{ cm}$$

c) Aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{c}{\operatorname{sen} \widehat{C}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \frac{9}{\operatorname{sen} \widehat{C}} = \frac{10}{\operatorname{sen} 72° \, 55'} \rightarrow \operatorname{sen} \widehat{C} = 0{,}8603$$

$\widehat{C} = 59° \, 20' \, 57{,}2''$ $\qquad \widehat{B} = 180° - 59° \, 20' \, 57{,}2'' - 72° \, 55' = 47° \, 44' \, 2{,}76''$

$$\frac{b}{\operatorname{sen} \widehat{B}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \widehat{A}} \rightarrow \frac{b}{\operatorname{sen} 47° \, 44' \, 2{,}76''} = \frac{10}{\operatorname{sen} 72° \, 55'} \rightarrow b = 7{,}74 \text{ cm}$$

d) Aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{c}{sen\,\widehat{C}} = \frac{b}{sen\,\widehat{B}} \rightarrow \frac{4,5}{sen\,38°\,26'} = \frac{6}{sen\,\widehat{B}} \rightarrow sen\,\widehat{B} = 0,8288$$

$\widehat{B} = 55°\,58'\,34,2''$

$\widehat{A} = 180° - 55°\,58'\,34,2'' - 38°\,26' = 85°\,35'\,25,8''$

$$\frac{c}{sen\,\widehat{C}} = \frac{a}{sen\,\widehat{A}} \rightarrow \frac{4,5}{sen\,38°\,26'} = \frac{a}{sen\,85°\,35'\,25,8''} \rightarrow a = 7,22 \text{ cm}$$

e) $\widehat{C} = 180° - 92° - 26°\,28' = 61°\,32'$

Aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{c}{sen\,\widehat{C}} = \frac{b}{sen\,\widehat{B}} \rightarrow \frac{12}{sen\,61°\,32'} = \frac{b}{sen\,26°\,28'} \rightarrow b = 6,08 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{sen\,\widehat{C}} = \frac{a}{sen\,\widehat{A}} \rightarrow \frac{12}{sen\,61°\,32'} = \frac{a}{sen\,92°} \rightarrow a = 13,64 \text{ cm}$$

f) Aplicamos el teorema del seno:

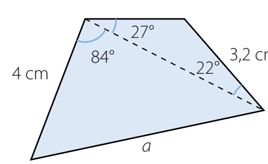
$$\frac{b}{sen\,\widehat{B}} = \frac{a}{sen\,\widehat{A}} \rightarrow \frac{12}{sen\,\widehat{B}} = \frac{11}{sen\,27°\,36'} \rightarrow sen\,\widehat{B} = 0,5054$$

$\widehat{B} = 30°\,21'\,31,8''$

$\widehat{C} = 180° - 30°\,21'\,31,8'' - 27°\,36' = 122°\,2'\,28,2''$

$$\frac{c}{sen\,\widehat{C}} = \frac{a}{sen\,\widehat{A}} \rightarrow \frac{c}{sen\,122°\,2'\,28,2''} = \frac{11}{sen\,27°\,36'} \rightarrow c = 20,13 \text{ cm}$$

065 **Obtén el valor de *a* en la siguiente figura.**



Calculamos el ángulo desconocido del triángulo menor:

$180° - 27° - 22° = 131°$

Aplicamos el teorema del seno para conocer la longitud de la diagonal:

$$\frac{b}{sen\,\widehat{B}} = \frac{c}{sen\,\widehat{C}} \rightarrow \frac{b}{sen\,131°} = \frac{3,2}{sen\,27°} \rightarrow b = 5,32 \text{ cm}$$

Utilizamos el teorema del coseno para calcular el valor de *a*:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\,\widehat{A} \rightarrow a^2 = 5,32^2 + 4^2 - 2 \cdot 5,32 \cdot 4 \cdot cos\,84° \rightarrow a = 6,31 \text{ cm}$

El valor de *a* es 6,31 cm.

066 **En una pared hay dos argollas distantes 8 m entre sí. Un niño ata cada extremo de una cuerda a las argollas y se aleja de la pared hasta que la cuerda queda tensa. En ese momento, la cuerda forma ángulos de 50° y 37° con la pared.**

a) ¿Cuánto mide la cuerda?

b) ¿A qué distancia está el niño de la pared?

La altura del lado conocido divide al triángulo inicial en dos triángulos rectángulos. Aplicamos la definición de tangente en los ángulos conocidos y formamos un sistema de ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} tg\ 50° = \dfrac{h}{x} \\ tg\ 37° = \dfrac{h}{8-x} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to h = x \cdot tg\ 50° \\ \to h = (8-x) \cdot tg\ 37° \end{array}\Bigg\} \to x = \frac{8 \cdot tg\ 37°}{tg\ 37° + tg\ 50°} = 3{,}1\ \text{m}$$

$h = 3{,}1 \cdot tg\ 50° = 3{,}69$ m

El niño está a una distancia de 3,69 m de la pared.

$$sen\ 50° = \frac{3{,}69}{BA} \to BA = \frac{3{,}69}{sen\ 50°} = 4{,}82\ \text{m}$$

$$sen\ 37° = \frac{3{,}69}{CA} \to CA = \frac{3{,}69}{sen\ 37°} = 6{,}13\ \text{m}$$

Calculamos la longitud de la cuerda:

$8 + 4{,}82 + 6{,}13 = 18{,}95$ m

La cuerda mide 18,95 m.

067 **Dos exploradores se han perdido y deciden seguir caminos distintos para conseguir ayuda. Para saber dónde está el otro en cada momento mantienen un rumbo fijo y sus trayectorias forman un ángulo de 54°. Si uno camina a 5 km/h y el otro lo hace a 4 km/h, ¿a qué distancia se encuentran al cabo de 2 horas? ¿Y después de 6 horas?**

Después de 2 horas, los exploradores y el punto de origen forman un triángulo del que conocemos dos lados, de 10 y 8 km, respectivamente, y el ángulo comprendido es de 54°.

Aplicamos el teorema del coseno para calcular el lado que falta:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\ \widehat{A} \to a^2 = 10^2 + 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot cos\ 54° \to a = 8{,}36$ km

Al cabo de 2 horas están a 8,36 km de distancia.

Después de 6 horas, los exploradores han recorrido 30 y 24 km, respectivamente.

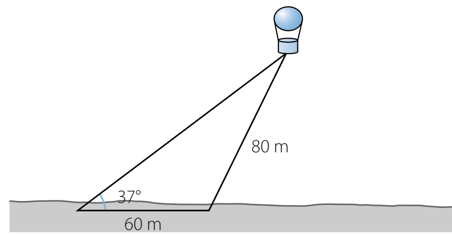
El triángulo formado es semejante al anterior, ya que están en posición de Tales.

Calculamos la distancia a la que se encuentran los exploradores:

$8{,}36 \cdot 3 = 25{,}08$ km

Después de 6 horas están a 25,08 km de distancia.

068 Un globo aerostático se encuentra sujeto al suelo, mediante dos cables de acero, en dos puntos que distan 60 m. El cable más corto mide 80 m y el ángulo que forma el otro cable con el suelo es de 37°.



Calcula.

a) La medida del otro cable.

b) La distancia del globo al suelo.

a) $\dfrac{c}{sen\,\widehat{C}} = \dfrac{a}{sen\,\widehat{A}} \rightarrow \dfrac{60}{sen\,\widehat{C}} = \dfrac{80}{sen\,37°} \rightarrow sen\,\widehat{C} = 0{,}4514$

$\widehat{C} = 26°\,49'\,51{,}8''$ $\quad \widehat{B} = 180° - 26°\,49'\,51{,}8'' - 37° = 116°\,10'\,8{,}2''$

Aplicamos el teorema del seno para calcular la medida del otro cable:

$\dfrac{b}{sen\,\widehat{B}} = \dfrac{a}{sen\,\widehat{A}} \rightarrow \dfrac{b}{sen\,116°\,10'\,8{,}2''} = \dfrac{80}{sen\,37°} \rightarrow b = 119{,}31$ m

La medida del otro cable es 119,31 m.

b) Calculamos la distancia del globo al suelo:

$sen\,37° = \dfrac{h}{119{,}31} \rightarrow h = 71{,}8$ m

El globo está a 71,8 m de altura.

069 Los segmentos que unen los vértices de un triángulo con su circuncentro dividen la circunferencia circunscrita en 3 partes.

a) Si el radio de dicha circunferencia mide 4 cm y dos de los arcos tienen una amplitud de 128° y 83°, ¿cuánto mide el otro arco?

b) Calcula la medida de los lados y los ángulos del triángulo.

a) Calculamos el tercer arco: 360° − 128° − 83° = 149°

b) Tenemos tres triángulos isósceles cuyos lados iguales miden 4 cm y los ángulos comprendidos miden 128°, 83° y 149°, respectivamente.

Aplicamos el teorema del coseno para calcular los lados del triángulo original:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\,\widehat{A} \rightarrow a^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot cos\,128° \rightarrow a = 7{,}19$ cm

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos\,\widehat{B} \rightarrow b^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot cos\,83° \rightarrow b = 5{,}3$ cm

$c^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos\,\widehat{C} \rightarrow c^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot cos\,149° \rightarrow c = 7{,}71$ cm

Los lados del triángulo miden 7,19; 5,3 y 7,71 cm, respectivamente.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\,\widehat{A}$

$\rightarrow cos\,\widehat{A} = \dfrac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc} = \dfrac{-51{,}7 + 28{,}09 + 59{,}44}{2 \cdot 5{,}3 \cdot 7{,}71} = 0{,}4384$

$\widehat{A} = 63°\,59'\,49{,}7''$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos\,\widehat{B}$

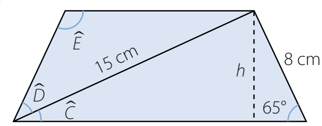
$\rightarrow cos\,\widehat{B} = \dfrac{-b^2 + a^2 + c^2}{2ac} = \dfrac{-28{,}09 + 51{,}7 + 59{,}44}{2 \cdot 7{,}19 \cdot 7{,}71} = 0{,}749$

$\widehat{B} = 41°\,29'\,46{,}2''$

$\widehat{C} = 180° - 63°\,59'\,49{,}7'' - 41°\,29'\,46{,}2'' = 74°\,30'\,24{,}1''$

070 **Uno de los ángulos de un trapecio isósceles mide 65°, los lados iguales miden 8 cm y su diagonal es de 15 cm. Determina su área.**

Con el teorema del seno calculamos la base mayor:



$$\frac{8}{sen\,\widehat{C}} = \frac{15}{sen\,65°} \rightarrow sen\,\widehat{C} = 0{,}4834$$

$\widehat{C} = 28°\ 54'\ 19{,}3''$

$\widehat{B} = 180° - 28°\ 54'\ 19{,}3'' - 65° = 86°\ 5'\ 40{,}7''$

$$\frac{b}{sen\,\widehat{B}} = \frac{a}{sen\,\widehat{A}} \rightarrow \frac{b}{sen\,86°\ 5'\ 40{,}7''} = \frac{15}{sen\,65°} \rightarrow b = 16{,}51 \text{ cm}$$

$65° = \widehat{C} + \widehat{D} \rightarrow \widehat{D} = 65° - 28°\ 54'\ 19{,}3'' = 36°\ 5'\ 40{,}7''$

La suma de los ángulos de un cuadrilátero es 360°; por tanto, como el trapecio es isósceles, los otros dos ángulos iguales miden:

$$\widehat{E} = \frac{360° - 130°}{2} = 115°$$

Aplicamos el teorema del seno para calcular la base menor:

$$\frac{e}{sen\,\widehat{E}} = \frac{d}{sen\,\widehat{D}} = \frac{15}{sen\,115°} \rightarrow \frac{d}{sen\,36°\ 5'\ 40{,}74''} \rightarrow d = 9{,}75 \text{ cm}$$

Hallamos la altura:

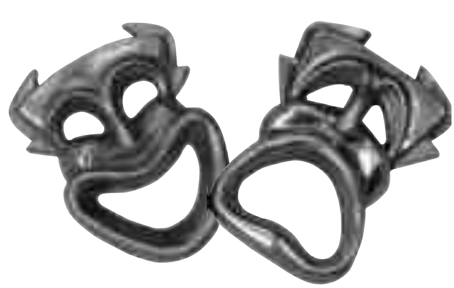
$$sen\,65° = \frac{h}{8} \rightarrow h = 7{,}25 \text{ cm}$$

Calculamos el área del trapecio:

$$A = \frac{(d + b)h}{2} = 95{,}19 \text{ cm}^2$$

El área del trapecio es 95,19 cm^2.

071 **El ancho de un escenario de teatro mide 8 m. Las localidades que hemos comprado están situadas a una distancia de 6 m y 12 m de cada uno de los extremos laterales del escenario. ¿Cuál es el ángulo de visión que tendremos para ver la representación?**



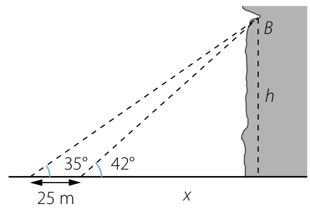
Aplicamos el teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\,\widehat{A} \rightarrow cos\,\widehat{A} = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc} = \frac{-64 + 36 + 144}{2 \cdot 6 \cdot 12} = 0{,}8056$$

$\widehat{A} = 36°\ 19'\ 54{,}3''$

Tendremos un ángulo de visión de 36° 19' 54,3''.

094 Observa la situación y, con ayuda de la trigonometría, calcula la altura *h* a la que está el punto *B*.

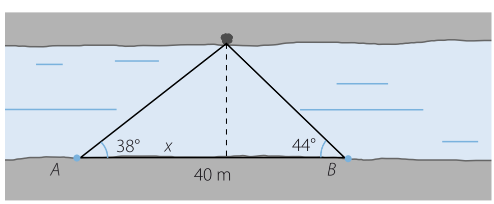


Llamamos *h* a la altura a la que está *B*.

$$\left.\begin{aligned} tg\ 35° &= \frac{h}{25+x} \\ tg\ 42° &= \frac{h}{x} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{x\,=\,1{,}11h} h = 17{,}51 + 0{,}63h \rightarrow h = 47{,}38 \text{ m}$$

El punto *B* está a una altura de 47,38 m.

095 Dos amigos están separados por una distancia de 40 metros y ven un árbol en la orilla opuesta de un río, como indica la figura. Calcula la anchura del río.



Llamamos *h* a la anchura del río.

$$\left.\begin{aligned} tg\ 38° &= \frac{h}{x} \\ tg\ 44° &= \frac{h}{40-x} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{x\,=\,1{,}28h} 38{,}63 - 1{,}24h = h \rightarrow h = 17{,}25 \text{ m}$$

La anchura del río es 17,25 m.

096 Un mástil se sujeta al suelo por dos cables de acero que forman ángulos de 43° y 57° 50', respectivamente. Si las distancias de los cables al pie del mástil suman 15 m, ¿cuál es la altura del mástil?

Llamamos *h* a la altura del mástil.

$$\left.\begin{aligned} tg\ 43° &= \frac{h}{x} \\ tg\ 57°\ 50' &= \frac{h}{15-x} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{x\,=\,1{,}07h} 23{,}85 - 1{,}7h = h \rightarrow h = 8{,}83 \text{ m}$$

La altura del mástil es 8,83 m.

097 Sabiendo que el área de un triángulo rectángulo es 28 cm^2 y que uno de sus ángulos mide 60°:

a) ¿Cuánto mide cada uno de sus ángulos?

b) Calcula la longitud de sus lados y su perímetro.

a) El ángulo desconocido mide: $90° - 60° = 30°$

b) Tomamos como base y altura los catetos del triángulo rectángulo:

$$28 = \frac{b \cdot a}{2} \rightarrow b = \frac{56}{a}$$

$$tg\ 30° = \frac{\frac{56}{a}}{a} \rightarrow a = \sqrt{\frac{56}{tg\ 30°}} = 9{,}85 \text{ cm}$$

$b = 5{,}68$ cm

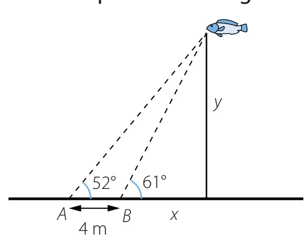
Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa:

$$c = \sqrt{9{,}85^2 + 5{,}68^2} = 11{,}37 \text{ cm}$$

Los lados miden 11,37; 5,68 y 9,85 cm.

El perímetro es 26,9 cm.

098 Dos personas han ido a pescar y están colocadas en la orilla a una distancia de 4 m entre sí, por lo que ven saltar un pez con los ángulos que indica la figura.



¿Qué cantidad de sedal necesita cada uno para lanzar el anzuelo hasta el lugar donde saltó el pez?

$$\left.\begin{array}{l} tg\ 52° = \dfrac{y}{x+4} \\ tg\ 61° = \dfrac{y}{x} \end{array}\right\} \xrightarrow{y = 1{,}8x} 1{,}28x + 5{,}12 = 1{,}8x \rightarrow x = 9{,}84 \rightarrow y = 17{,}75$$

Aplicamos el teorema de Pitágoras para saber la cantidad de sedal que va a necesitar el pescador A:

$9{,}84 + 4 = 13{,}84$

$$a = \sqrt{13{,}84^2 + 17{,}75^2} = 22{,}51 \text{ m}$$

El pescador A necesita 22,51 m de sedal.

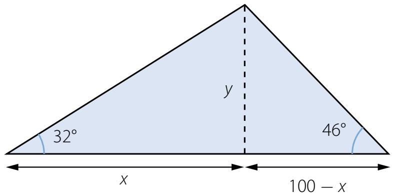
Aplicamos el teorema de Pitágoras para saber la cantidad de sedal que va a necesitar el pescador B:

$$a = \sqrt{9{,}84^2 + 17{,}75^2} = 20{,}3 \text{ m}$$

El pescador B necesita 20,3 m de sedal.

099 ●●●

Dos focos situados en el suelo y en lados distintos, iluminan el campanario de una iglesia. La suma de las distancias de los focos hasta el pie de la torre es de 100 m. Si los ángulos que forman los haces de luz con el suelo son 32° y 46°, respectivamente, ¿qué altura tiene el campanario?



Llamamos y a la altura del campanario.

$$\left.\begin{array}{l} tg\ 32° = \dfrac{y}{x} \\ tg\ 46° = \dfrac{y}{100 - x} \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 1,64} 103,55 - 1,66y = y \rightarrow y = 38,93 \text{ m}$$

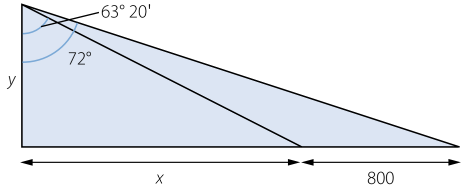
La altura del campanario es 38,93 m.

100 ●●●

En una colina se ven, en línea recta hacia el Este, dos barrios que están separados por 800 metros. Desde la cima, se observan con ángulos de 18° y 26° 40', respectivamente.

a) ¿Cuál es la altura de la colina?

b) ¿A qué distancia se encuentra cada barrio del observador?



a) Llamamos y a la altura de la colina.

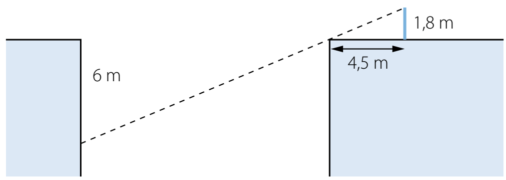
$90° - 18° = 72°$ $\quad\quad$ $90° - 26° 40' = 63° 20'$

$$\left.\begin{array}{l} tg\ 72° = \dfrac{x + 800}{y} \\ tg\ 63°\ 20' = \dfrac{x}{y} \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 1,99y} 3,08y = 1,99y + 800 \rightarrow y = 735,94 \text{ m}$$

b) $x = 199y = 1.504,42$ m $\quad\quad$ $800 + x = 2.304,42$ m

La distancia del observador a cada barrio es 1.674,78 m y 2.419,18 m, respectivamente.

101 Esther y María desean medir la anchura de un desfiladero. Para ello se colocan en uno de los bordes del mismo. Esther deja deslizarse una cuerda que tiene 6 m de largo, sosteniéndola desde el borde del precipicio. Por su parte, María, cuyos ojos se hallan a 1,8 m del suelo, debe retirarse 4,5 m para ver el borde más próximo coincidiendo con el final de la cuerda.



a) ¿Qué anchura tiene?

b) ¿Se podría calcular sin hacer uso de la trigonometría?

Llamamos x a la anchura del desfiladero.

$$tg\ a = \frac{1,8}{4,5} = 0,4$$

$$0,4 = \frac{6}{x} \rightarrow x = 15 \text{ m}$$

a) La anchura del desfiladero es 15 m.

b) Se podría aplicar la semejanza de triángulos para resolver el problema.

102 Antonio mide 1,70 m y observa que su sombra es de 50 cm a cierta hora del día. ¿Con qué inclinación llegan los rayos solares a esa hora?

$$tg\ a = \frac{1,7}{0,5} = 3,4 \rightarrow a = 73°\ 36'\ 37,7''$$

Los rayos solares llegan con una inclinación de 73° 36' 37,7''.

103 Una casa de planta rectangular mide 12 metros de largo y 8 metros de ancho. El tejado, con una inclinación de 18°, es una superficie plana inclinada cuya parte más elevada está situada sobre uno de los lados mayores del rectángulo. Calcula el área del tejado.

Como sabemos que el tejado tiene forma rectangular y que uno de sus lados mide 12 m, hallamos la longitud del otro lado, x.

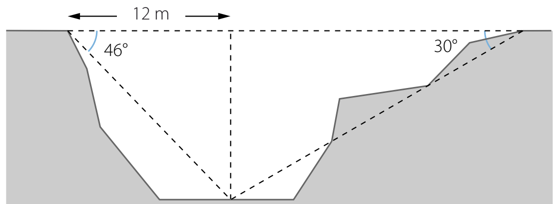
$$\cos 18° = \frac{8}{x} \rightarrow x = 8{,}41 \text{ m}$$

Calculamos el área del tejado:

$$A = 12 \cdot 8{,}41 = 100{,}92 \text{ m}^2$$

El área del tejado es 100,92 m^2.

104 Para construir un viaducto se han tomado estas medidas.



a) ¿Qué longitud tendrá el viaducto?

b) ¿Cuál es la altura máxima de los pilares que lo sujetan?

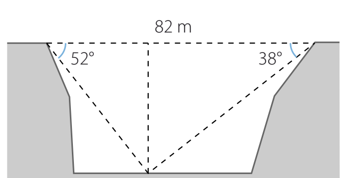
Llamamos x a la longitud del viaducto e y es su altura máxima.

$$\left.\begin{array}{l} tg\ 46° = \dfrac{y}{12} \\ tg\ 30° = \dfrac{y}{x - 12} \end{array}\right\} \rightarrow y = 12{,}43 \text{ m} \rightarrow x = 33{,}53 \text{ m}$$

a) La longitud del viaducto es 33,53 m.

b) La altura máxima de los pilares es 12,43 m.

105 Calcula la altura a la que caminan los viajeros cuando cruzan un desfiladero por un puente colgante como el de la figura.



Llamamos y a la altura del puente colgante.

$$\left.\begin{array}{l} tg\ 52° = \dfrac{y}{x} \\ tg\ 38° = \dfrac{y}{82 - x} \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 0{,}78y} 64{,}07 - 0{,}61y = y \rightarrow y = 39{,}8 \text{ m}$$

La altura del puente colgante es 39,8 m.