6.7. SISTEMAS DE ECUACIONES . MÉTODO DE GAUSS.

6.7.1. ESTUDIAR EL CARÁCTER DE UN SISTEMA.

Todo sistema de ecuaciones puede presentar o no soluciones, y en caso de **tener soluciones, puede tener una o muchas.**

Los sistemas que tengan soluciones se dicen que son Sistemas Compatibles.

Si la solución es única, se llaman Sistemas Compatibles Determinados**.**

Si hay más de una solución se llaman Sistemas Compatibles Indeterminados**. Los sistemas que no tiene solución se llaman** Sistemas Incompatibles.

Estudiar el carácter de un sistema es estudiar su compatibilidad o incompatibilidad.

Ejemplos.

El sistema

$$\left.\begin{array}{l} 2x-3y=1 \\ 5x+2y=12 \end{array}\right\}$$ **es un SCD, pues tiene una única solución (2,1)**

El sistema

$$\left.\begin{array}{l} 2x-3y=1 \\ 4x-6y=2 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} -4x+6y=-2 \\ ....4x-6y=2 \end{array}\right\}$$ **===> 0 = 0 => es un SCI, tiene infinitas soluciones**

El sistema

$$\left.\begin{array}{l} 2x-3y=1 \\ 4x-6y=3 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} -4x+6y=-2 \\ ...4x-6y=3 \end{array}\right\}$$

0 = 1 Contradicción

es un S.I., sistema incompatible, no tiene solución.

6.7.2. MÉTODO DE GAUSS

El método de Gauss es el más apropiado cuando tenemos que resolver sistemas lineales con más de dos ecuaciones . En esencia, este método consiste en transformar el sistema inicial en otro equivalente de forma que este último sea más senciallo de resolver.

1.- Resolver mediante el método de Gauss el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}2x-5y-4z=0\\x+3y-z=2\\x+2y+z=6\end{array}\right\}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l}2x-5y-4z=0\\x+3y-z=2\\x+2y+z=6\end{array}\right\} \underset{E_1\leftrightarrow E_2}{\Rightarrow} \left.\begin{array}{l}x+3y-z=2\\2x-5y-4z=0\\x+2y+z=6\end{array}\right\} \underset{\substack{-2E_1+E_2\\-1E_1+E_3}}{\Rightarrow} \left.\begin{array}{l}x+3y-z=2\\..-11y-2z=-4\\.....-y+2z=4\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}x+3y-z=2\\..-11y-2z=-4\\.....-y+2z=4\end{array}\right\} \underset{E_2\leftrightarrow E_3}{\Rightarrow} \left.\begin{array}{l}x+3y-z=2\\......-y+2z=4\\..-11y-2z=-4\end{array}\right\} \underset{-11E_2+E_3}{\Rightarrow} \left.\begin{array}{l}x+3y-z=2\\......-y+2z=4\\.............-24z=-48\end{array}\right\}$$

$\Rightarrow$ **z=2** $\Rightarrow$ **y=0** $\Rightarrow$ **x=4**

$\Rightarrow$ **Solución (4,0,2)**

2.- Resolver los siguientes sistemas:

$$\left.\begin{array}{l}3x-4y+2z=0\\2x-3y+z=0\\2x-y+3z=0\end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l}-2x-4y+7z=1\\9x-y+3z=0\\-5x+3y-2z=-1\end{array}\right\}$$

6.7.3. SISTEMAS NO LINEALES.

En general, el problema de la resolución de sistemas lineales casi nunca presenta demasiados problemas, pero con los sistemas no lineales, la cosa cambia. Resolver un sistema de ecuaciones no lineales es bastante complicado y laborioso. En este curso, vamos a limitarnos al estudio de algunos casos particulares.

Sistemas no lineales de dos ecuaciones en las cuales una ecuación es lineal y la otra es de segundo grado.

$$\left.\begin{array}{l}3x+y=5\\x^2-y^2=3\end{array}\right\}$$

Para resolver este tipo de sistema, el método de sustitución es el más apropiado; se despeja una variable de la ecuación lineal y se sustituye en la ecuación no lineal, resultando una ecuación de segundo grado. Una vez resuelta esta ecuación, volvemos a la primera ecuación y obtenemos los valores de la otra variable.

$\left.\begin{array}{l}3x+y=5\\x^2-y^2=3\end{array}\right\}$ ➔ **y=5-3x ➔ x^2 – $(5\text{-}3x)^2$ = 3 ➔ x^2 – (25 + 9x^2 –30x) = 3**

➔ **-8x^2 +30x-28=0 ➔ 4x^2-15x+14=0 ➔** $x=\dfrac{15\pm\sqrt{225-224}}{8}=\begin{cases}x=2\\x=\dfrac{7}{4}\end{cases}$

➔ **si x=2 ➔ y=-1 ➔ Solución (2,-1)**

➔ **si x=$\dfrac{7}{4}$ ➔ y = $-\dfrac{1}{4}$ ➔ Solución** $\left(\dfrac{7}{4},-\dfrac{1}{4}\right)$