REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES.

OBTENER LAS ABSCISAS DE LOS PUNTOS SINGULARES : MÁXIMOS Y MÍNIMOS.

Se llaman **puntos singulares** a los puntos de tangente horizontal, es decir, a los puntos en los que la derivada es cero. Entre ellos están los máximos y mínimos relativos, pero puede haber otros.

Las abscisas de los puntos singulares son las soluciones de la ecuación : $f'(x) = 0$

OBTENER LOS TRAMOS DONDE LA CURVA CRECE O DECRECE

Si $f'(x) > 0$ la función es creciente y si $f'(x) < 0$ la curva es decreciente. Por tanto, resolviendo tales inecuaciones se obtienen los intervalos donde la curva crece o decrece.

DOMINIO

- Polinomio : D = R
- Cocientes : D = R – {puntos que anulan el denominador}
- Raíces de índice par : D = {Lo de dentro de la raíz ≥ 0}
- Raíces de índice impar : D = R
- Logaritmos : D = {Lo de dentro del logaritmo > 0}
- Exponenciales : D = R
- Trigonométricas : Seno y coseno D = R ; El resto se estudia como un cociente
- Arcos : D = {-1 ≤ Lo de dentro del arco ≤ 1}

PUNTOS DE CORTE

- Con el eje OX : $y = 0 \Rightarrow x = x_0 \Rightarrow P(x_0,0)$
- Con el eje OY : $x = 0 \Rightarrow y = y_0 \Rightarrow P(0,y_0)$

SIMETRÍA

- Simétrica respecto del OY o par: $f(-x) = f(x)$
- Simétrica respecto del Origen o impar : $-f(-x) = f(x)$

SIGNO DE LA FUNCIÓN

- Se calculan los puntos que no pertenecen al dominio $\Rightarrow x = a, \ldots.$
- Se resuelve la ecuación $f(x) = 0 \Rightarrow x = x_0, x = x_1, \ldots..$
- Estos puntos dividen la recta real en partes, tomando un punto en cada intervalo y sustituyendo en $y = f(x)$ se obtiene el signo de la función

ASÍNTOTAS

- Asíntotas verticales: Puntos donde la función se va al infinito: $y \Rightarrow \infty$, $x = a$
    - Cocientes: Puntos que anulan el denominador
    - Logaritmos : Puntos que anulan lo de dentro del logaritmo
    - Aproximación a la asíntota : Calcular límites laterales
- Asíntotas horizontales : Puntos donde la x se va al infinito : $x \Rightarrow \infty$, $y = b$
    - Cálculo : $\lim_{x\to\infty} f(x) = b \Rightarrow y = b$
    - Aproximación(en $x = \pm 100$): $\begin{cases} f(x) > b \Rightarrow \text{La función por encima de la asíntota} \\ f(x) < b \Rightarrow \text{La función por debajo de la asíntota} \end{cases}$
- Asíntotas oblicuas
    - Cálculo : $y = mx + n$; $m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$; $n = \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx]$
    - Aproximación(en $x = \pm 100$): $\begin{matrix} f(x) > \text{Asint}(x) \Rightarrow \text{La función por encima de la asíntota} \\ f(x) < \text{Asint}(x) \Rightarrow \text{La función por debajo de la asíntota} \end{matrix}$

MONOTONIA Y PUNTOS CRÍTICOS

- Se calculan los puntos que no pertenecen al dominio $\Rightarrow x = a, \ldots$
- Se resuelve la ecuación $f'(x) = 0 \Rightarrow x = x_0, x = x_1, \ldots$
- Estos puntos dividen la recta real en partes, tomando un punto en cada intervalo y sustituyendo en $y = f'(x)$ se obtiene el signo de la función
- Si $f'(a) > 0$ la función es creciente en dicho intervalo, y si es < 0 es decreciente.

- Máximo relativo : P(a,f(a)) : x = a es el punto del dominio donde la función pasa de creciente a decreciente.
- Mínimo relativo : P(a,f(a)) : x = a es el punto del dominio donde la función pasa de decreciente a creciente.

CURVATURA Y PUNTOS DE INFLEXIÓN

- Se calculan los puntos que no pertenecen al dominio $\Rightarrow x = a, \ldots$
- Se resuelve la ecuación $f''(x) = 0 \Rightarrow x = x_0, x = x_1, \ldots$
- Estos puntos dividen la recta real en partes, tomando un punto en cada intervalo y sustituyendo en $y = f''(x)$ se obtiene el signo de la función
- Si $f''(a) > 0$ la función es convexa en dicho intervalo, y si es < 0 es concava.

- Puntos de inflexión : P(a,f(a)) : x = a es el punto del dominio donde la función cambia la curvatura.