6.8. INECUACIONES DE 1ER GRADO CON UNA INCÓGNITA.

Resolver la inecuación

$$\mathbf{2(x+1) - 3(x-2) < x+6}$$

➔ $2x + 2 - 3x + 6 < x + 6$ ➔ $2x - 3x - x < 6 - 2 - 6$

➔ $-2x < -2$ ➔ $x > 1$ ➔ $x > 1$

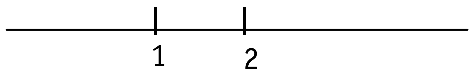
➔ La solución de la inecuación es $x \in (1, \infty)$

6.9. INECUACIONES DE 2º GRADO CON UNA INCÓGNITA.

Resolver la inecuación $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

Hallamos las raíces de la ecuación $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$



Los tres intervalos en los que queda descompuesta la recta son $(-\infty, 1]$, $[1,2]$, $[2, \infty)$. Tomamos un valor de cada intervalo y lo sustituimos en la inecuación:

➔ x=0 ➔ $0^2 - 3.0 + 2 = 2$ ➔ no verifica la inecuación

➔ x=1'5 ➔ $1'25 - 4'5 + 2 = -1'25 \leq 0$ ➔ si verifica la inecuación

➔ $x = 3$ ➔ $9 - 9 + 2 = 2$ ➔ no verifica la inecuación

➔ la solución es el intervalo $[1,2]$ ➔ $x \in [1,2]$

El poner corchete o paréntesis en los intervalos depende de si en la desigualdad aparece el signo igual o no.

6.9.1. INECUACIONES POLINÓMICAS DE GRADO SUPERIOR A DOS.

Resolver $\mathbf{x^3\text{-}x^2\text{-}6x < 0}$

Solución:

Tenemos que $x^3\text{-}x_2\text{-}6x = x.(x+2).(x\text{-}3) < 0$

$-\infty$ -2 0 3 ∞

x	-	-	+	+
x+2	-	+	+	+
x-3	-	-	-	+
	-	+	-	+

➔ La solución es $x \in (-\infty,0)\cup(0,3)$

6.10. INECUACIONES FRACCIONARIAS.

Toda inecuación fraccionaria de primer grado con una incógnita se reduce a una expresión del tipo

$$\frac{ax+b}{cx+d} <,>,\leq,\geq 0$$

Veamos con un ejemplo cómo se resuelven estas inecuaciones:

Resolver la inecuación $\frac{2x-3}{x+1} > 1$

$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \text{ ====> } \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \text{ ====>}$$

$$\text{====> } \frac{2x-3-x-1}{x+1} > 0 \text{ ====> } \frac{x-4}{x+1} > 0$$

Hallamos los valores que nos anule el numerador (x=4) y el denominador (x=-1), y construimos la siguiente tabla

$-\infty$ -1 4 $+\infty$

	$(-\infty,-1)$	$(-1,4)$	$(4,\infty)$
X – 4	-	-	+
X + 1	-	+	+

	+	-	+

En los intervalos, si la desigualdad no lleva el igual, se pondrán en todos paréntesis. Pero si la desigualdad es $\leq$ ó $\geq$, los números procedente del numerador llevarán corchetes y los del denominador paréntesis.

De cada intervalo tomamos un valor y lo sustituimos en las expresiones del numerador y denominador, apuntando el signo resultante. Al final aplicamos la regla de los signos. Si la desigualdad es < 0 ó ≤ 0 tomaremos como solución los intervalos donde haya quedado el signo (-). Si la desigualdad es > 0 ó ≥ 0, tomaremos como solución los intervalos donde haya quedado el signo (+).

En nuestro caso, la solución está en los intervalos $(-\infty,-1)\text{U}(4,\infty)$

6.11. SISTEMAS DE INECUACIONES CON UNA INCÓGNITA.

Todo sistema formado por dos o más inecuaciones, recibe el nombre de sistema de inecuaciones.

Para resolverlo, resolvemos cada inecuación por separado, representamos gráficamente cada solución y tomamos como solución del sistema la zona común entre ellas.

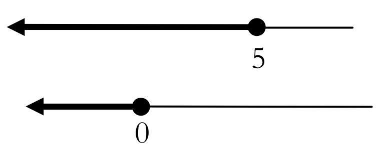
<u>Ejemplo.</u>

Resolver los siguientes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{l} 3x-7\leq 8 \\ 2x+2\leq 2 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} 3x\leq 15 \\ 2x\leq 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} x\leq 5 \\ x\leq 0 \end{array}\right\}$

$x \leq 5$ ➔

$x \leq 0$ ➔

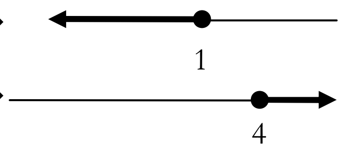


Si montamos un dibujo en el otro, la zona común es $(-\infty,0]$ ➔ solución.

b) $\left.\begin{array}{l} 3x+5\leq 8 \\ 2x-5\geq 3 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} 3x\leq 3 \\ 2x\geq -8 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} x\leq 1 \\ x\geq 4 \end{array}\right\}$

$x \leq 1$ ➔

$x \geq 4$ ➔



Si montamos una región sobre la otra, observamos que no hay zona común => el sistema no tiene solución.